

# Математическая модель ротационного уплотнения бетонной смеси

С.П. Титов<sup>1</sup>, М.Т. Чан Тхи<sup>1</sup>, В.И. Кондращенко<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Российский университет транспорта, Образцова 9, стр. 9, Москва, Россия, 127994

**Аннотация.** Предложена математическая модель для метательного устройства в виде двух вращающихся цилиндров с пластинами вдоль их образующих, которые собирают порции бетонной смеси и распыляют их механическим способом. Приведено математическое описание работы такого устройства, взаимодействия отдельных частиц с лопастями и их полета в пространстве между роторами вплоть до уплотнения бетонной смеси.

## 1. Введение

Современное строительство предусматривает использования высокоэффективных машин и оборудования с минимальными энергозатратами. Среди таких машин наиболее широкое применение находят механизмы, предназначенные для укладки и уплотнения бетонных и растворных смесей.

Наиболее распространенным методом уплотнения строительных смесей является вибрация. Однако вибрационной технологии присущ ряд недостатков: высокая энергоемкость и большая металлоемкость, отсутствие возможностей широкого регулирования процессами уплотнения, неблагоприятные условия труда из-за высокого шума и непосредственного воздействия вибрации на обслуживающий персонал. В связи с этим, заслуживают внимания способы безвибрационного метода уплотнения смесей – механический и пневматический набрызг, среди которых вследствие наименьших удельных энергозатрат и металлоемкости, а также высокой производительности наиболее перспективным следует рассматривать именно способ механического набрызга.

Достоинством механического набрызга, осуществляемого цилиндрическими роторами и вследствие этого получившего название ротационной технологии уплотнения, является совмещение в едином технологическом цикле операций транспортировки, укладки и их уплотнения с возможностью максимальной механизации и автоматизации рабочих процессов.

## 2. Формулировка проблемы

Известные описания работы устройств по механическому набрызгу бетонных смесей, в частности, в работах Аида С, Баранова А.Н., Дюженко М.Г., Емельяновой И.А., Кондращенко В.И. и рядом других исследователей [1-5] относятся к определению производительности метательных устройств, обеспечивающих необходимую степень уплотнения бетонных смесей, при этом в них не рассматриваются особенности поведения отдельных частиц строительных смесей при их взаимодействии с элементами роторных метателей. Это не позволяет учесть

особенности формирования уплотняемых механическим набрызгом смесей, в частности, степени дробимости заполнителей, влияющей на особенности назначения ее рационального состава, а также выбор типа метательных головок таких устройств. Решение такой задачи наиболее плодотворно может быть достигнуто на основе метода структурно-имитационного моделирования технологических процессов, сформулированного в работе [6].

### 3. Решение проблемы

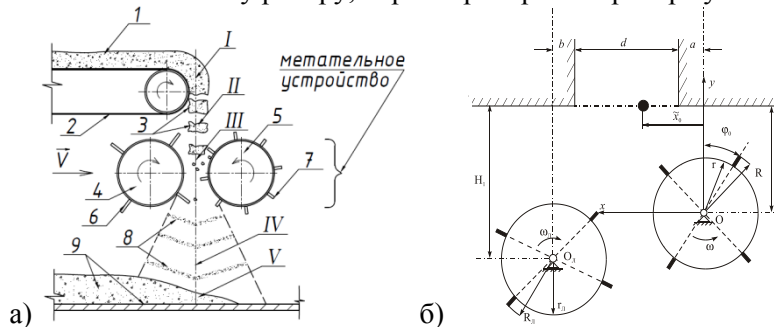
В основу структурно-имитационного моделирования (СИ-моделирование) положено построение математической модели (ММ) ротационного уплотнения бетонной смеси с последующим проведением вычислительного эксперимента (ВЭ) на модели с целью определения рациональных параметров ротационной установки.

Схема ротационной установки показана на рисунке 1а, на котором римскими буквами обозначены зоны подачи бетонной смеси I, ее свободного падения и фрагментации II, межроторного пространства III, потока дискретных частиц IV и их консолидации V, а арабскими – соответственно бетонная смесь 1, ленточный питатель 2, фрагменты бетонной смеси 3, роторы 4, 5, лопасти 6, 7, поток дискретных частиц 8, уплотненная бетонная смесь 9.

Бетонная смесь 1 после схода с ленточного питателя 2 разделяется на части 3, которые в межроторном пространстве III метательного устройства разбиваются лопатками встречно вращающимися роторами на отдельные частицы с кинетической энергией, обеспечивающей при торможении формируемой поверхностью их консолидацию в монолитное тело изделия 9.

Процесс ротационного уплотнения бетонной смеси имитируется движением отдельных частиц бетонной смеси, для которых методами теоретической механики были получены аналитические выражения для описания полета частиц на участке II, контакта частиц с элементами ротора, соударения частиц в процессе полета, движения частиц по лопатке ротора и в межроторном пространстве с учетом их столкновения.

*Параметры процесса.* Структурная схема узла-метателя ротационной установки показана на рисунке 1б. На схеме взаимное положение центров роторов и устья питателя определяется параметрами  $H$ ,  $a$ ,  $d$ ,  $H_1$ ,  $b$ ; радиусы наружных кромок лопаток составляют  $R$  и  $R_l$ , а поверхностей барабанов –  $r$  и  $r_l$ ; число лопаток на роторах –  $n$  и  $n_l$ . Угловые скорости барабанов определяются по формулам  $\omega_n = \pi N_n / 30$  и  $\omega = \pi N / 30$ , где  $N$  и  $N_n$  – число оборотов роторов (индекс  $l$  относится к левому ротору, параметры правого ротора указаны без индекса).

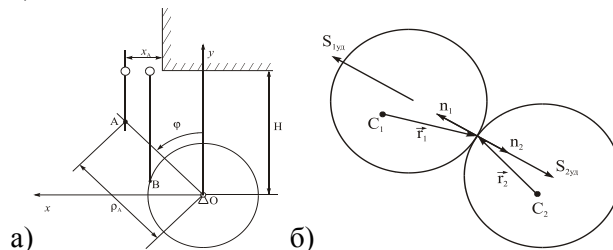


**Рисунок 1.** Устройство для ротационного уплотнения бетонной смеси (а) и схема узла-метателя (б) (см. пояснения в тексте).

Частицы бетонной смеси будем разделять на три типа: 1-й – крупный заполнитель, 2-й – крупный заполнитель в растворяющей оболочке и 3-й – частицы растворяющей части бетона. Плотность материала частиц задается в исходных данных, а их размеры принимают случайные значения в соответствии с гистограммой распределения диаметров частиц. Поэтому масса частиц, рассматриваемых в виде материальных точек, будет также случайной.

Движение частицы рассматривается в системе координат  $xOy$ , связанной с осью правого ротора (см. рисунок 1б). Начальными параметрами процесса имитации движения частицы являются следующие случайные величины: тип частицы, ее масса, координата  $x_0$  и момент  $t_0$  появления частицы в устье ротора.

Полет частиц на участке II (рисунок 2а). В начальной стадии при падении частицы с ленты конвейера в межроторное пространство ее движение происходит с малой скоростью и, пренебрегая сопротивлением воздуха, координата частицы определяется по формуле:  $y = -gt^2/2 + H$ , а ее скорость –  $V = \sqrt{2g(H - y)}$ .



**Рисунок 2.** Схемы к задачам по определению положения частицы относительно элементов ротора (а) и соударения частиц (б).

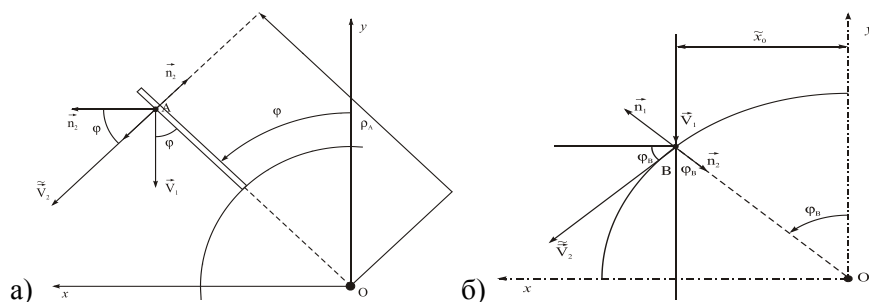
*Контакт частиц с элементами ротора.* Если координата  $x$  частицы  $a \leq x \leq R$ , то она попадает на правый ротор, а если  $a+b+d - R_l \leq x \leq a+d$  – то на левый. Положение лопаток правого ротора определяется в случайный момент  $t_0$  появления частицы в устье под углом  $\varphi_0$ , который отсчитываем от оси  $Oy$  против часовой стрелки.

Пусть угол  $n$ -й лопатки составляет с осью  $Oy$  угол  $\varphi = \omega t + \varphi_0$ . Условия пересечения траектории частицы с элементами ротора (в момент времени  $t_A$  – см. рисунок 2) задается уравнениями  $y_A = \rho_A \cos(\omega t_A + \varphi_0)$ ;  $x_A = x_0 = \rho_A \sin(\omega t_A + \varphi_0)$ , из которых определяются координаты пересечения – время  $t_A$  и радиус  $\rho_A$ . Причем, если  $r < \rho_A \leq R$ , то частица контактирует с лопаткой, если же  $\rho_A \leq r$  – то с барабаном. Если частица попадает не на лопатку, а на барабан, то момент встречи  $t_B$  с поверхностью барабана определяется из условия  $y_B^2 + x_B^2 = r^2$  или  $(-gt_B^2/2 + H)^2 + x_0^2 = r^2$ .

Пусть в момент начала падения частицы лопатка ротора была наклонена к оси  $Oy$  на угол  $\varphi_0$ . При этом принимается, что пересечение частицы с элементами ротора происходит только в 1-м секторе, т.е. при  $0 < \varphi < \pi/2$ , и начальный угол  $\varphi_0$  является случайной величиной, изменяющейся в пределах  $0 \leq \varphi_0 \leq 0,17-0,20$ . При падении частицы угол  $\varphi$  изменяется по закону  $\varphi = \omega t + \varphi_0$ . Как только лопатка подойдет к нижней границе первого сектора, т.е. при  $\varphi = \pi/2$ , или в момент времени  $t_1 = (\pi/2 - \varphi_0)/\omega$  в первом секторе оказывается следующая лопатка. Ее положение определяется уже углом  $\varphi = \pi/2 - 2\pi/n_1$  ( $n_1$  – число лопаток на роторе) и т. д. Если частица попадает на левый ротор, то рассматривается та же самая задача, но в осях координат  $x_l O_l y_l$ , связанных с осью левого ротора. В момент соударения частица имеет скорость  $\vec{v}_A(0, \dot{y}_A)$ , где  $\dot{y}_A = \sqrt{2g(H - y_A)}$ .

*Соударение частиц* (рисунок 2б) происходит при их движении в межроторном пространстве. Исходные данные для расчетов: угловые скорости двух частиц до удара  $\vec{\omega}_1, \vec{\omega}_2$  и скорости их центров масс  $\vec{v}_{c1}, \vec{v}_{c2}$ ; массы соударяющихся тел  $m_1$  и  $m_2$  и их моменты инерции относительно центральных осей  $I_{x1}, I_{y1}, I_{z1}, I_{x2}, I_{y2}, I_{z2}$ ; коэффициенты восстановления скорости  $k$  материалов соударяющихся тел.

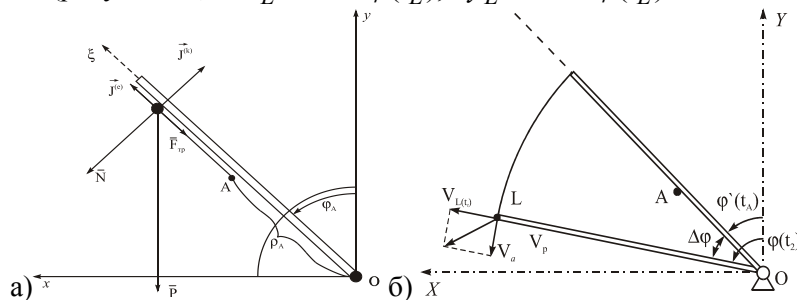
Получены частные решения для соударения частицы: а) с лопаткой вращающегося ротора (рисунок 3а): послеударная скорость частицы  $\vec{U}_1 = \vec{V}_1 + S_{y0} \cdot \vec{n}_1 / m_1$  и скорость лопатки ротора  $\vec{U}_2 = \vec{V}_2 + S_{y0} \cdot \vec{n}_2 / m_2$ , где индексом 1 обозначена частица бетонной смеси, а 2 – лопатка ротора (после соударения с лопаткой ротора далее частица совершает свободный полет в межроторном пространстве); б) с вращающимся ротором (рисунок 3б) скорость частицы после удара в проекциях на оси ординат составляет  $U_{1x} = V_{1x} + S_{y0} n_{1x} / m_1$  и  $U_{1y} = V_{1y} + S_{y0} n_{1y} / m_1$  (здесь  $V_{1x} = \sqrt{2g(H - y_B)}$ ,  $V_{1y} = -gt_B^2/2 + H$  – проекции на оси ординат скорости частиц до соударения; ударный импульс  $S_{y0} = -E(1+k)/D = V_1 \cos \varphi_B (1+k)/D$ ).



**Рисунок 3.** Схемы к задачам о столкновении частицы с лопаткой вращающегося ротора (а) и о столкновении частицы с вращающимся ротором (б).

Далее частица совершает свободный полет в межроторном пространстве.

*Движение частицы по лопатке ротора* (рисунок 4а) происходит при неупругом соударении частицы с лопаткой ротора, т.е. для частиц 2-го ( $k \cong 0$ ) и 3-го ( $k = 0$ ) типов. Проекции абсолютной скорости частицы на оси  $\theta x$  и  $\theta y$  в момент ее схода с лопатки будут определяться уравнениями  $V_{Lx} = V_r(t_L) \sin \varphi(t_L) + \omega R \cos \varphi(t_L)$ ,  $V_{Ly} = V_r(t_L) \cos \varphi(t_L) - \omega R \sin \varphi(t_L)$ , а координаты точки схода частицы (рисунок 4б) –  $x_L = R \sin \varphi(t_L)$ ,  $y_L = R \cos \varphi(t_L)$ .



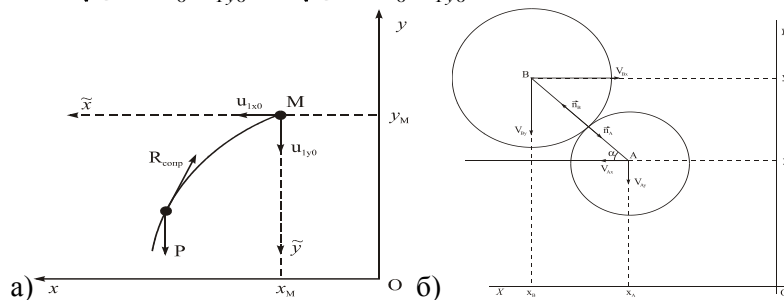
**Рисунок 4.** Схемы к задачам о движении частицы по лопатке ротора (а) и ее сходе (б).

*Движение частицы в межроторном пространстве* (рисунок 5а) происходит после отскока от элементов ротора или после схода с лопатки с большой скоростью, при которой необходимо учитывать сопротивление воздуха для корректного расчета: а) траектории ее движения

$$\tilde{x} = \frac{1}{k_0^2} \ln(U_{1x0} k_0^2 t + 1); \quad \tilde{y} = \ln \left( \frac{\tilde{C} e^{k_0 \sqrt{gt}} + e^{-k_0 \sqrt{gt}}}{\tilde{C} + 1} \right); \quad \text{б) скорости частицы } V_x = \dot{\tilde{x}} = \frac{1}{k_0^2 t + 1/U_{1x0}};$$

$$V_y = \dot{\tilde{y}} = \frac{\sqrt{g} \tilde{C} e^{2k_0 \sqrt{gt}} - 1}{k_0 \tilde{C} e^{2k_0 \sqrt{gt}} + 1} \quad (\text{здесь } U_{1x0}, U_{1y0} - \text{проекции скорости начальной точки свободного полета частицы; } \tilde{C} = (\sqrt{g} + k_0 U_{1y0}) / (\sqrt{g} - k_0 U_{1y0})).$$

полета частицы;  $\tilde{C} = (\sqrt{g} + k_0 U_{1y0}) / (\sqrt{g} - k_0 U_{1y0})$ ).



**Рисунок 5.** Схемы к задачам о движении частицы (а) и о столкновении частиц в межроторном пространстве (б).

*Столкновение частиц в межроторном пространстве* может происходить в фазе их свободного полета (рисунок 5б). В отличие от рассмотренного ранее столкновения частиц с

элементами ротора, в данном случае частицы перемещаются с большой скоростью и необходимо учитывать влияние сопротивления воздуха, с учетом которого послеударные скорости частиц  $A$  и  $B$  составят величину  $\vec{U}_A = \vec{V}_A + S_{y0} \cdot \vec{n}_A / m_A$ ,  $\vec{U}_B = \vec{V}_B + S_{y0} \cdot \vec{n}_B / n_B$  (здесь  $\vec{V}_A$  и  $\vec{V}_B$  – доударные скорости частиц; ударный импульс  $S_{y0} = -(1+k)ED^{-1}$ , где величина  $E$  равна  $E = \vec{V}_A \cdot \vec{n}_A + \vec{V}_B \cdot \vec{n}_B = (V_{Bx} - V_{Ax}) \cos \alpha + (V_{By} - V_{Ay}) \sin \alpha$ ,  $|n_A| = |n_B| = 1$ ,  $D = m_A + m_B$ ).

С использованной СИ-моделирования был проведен ВЭ по определению рациональных параметров метательного устройства, которые устанавливались по углу рассеивания бетонной смеси  $\beta$ . В качестве базовых приняты значения варьируемых параметров:  $r/R = 0,95$ ;  $R_r/R = 1$ ;  $R/L = 0,48$ ;  $\alpha = 0$ ;  $H = 5R$ ; состав бетонной смеси задавали соотношением частиц 1, 2 и 3-го типа как 1:0,56:0,67, а угол рассева  $\beta$  принимали равным углу вершины сектора, охватывающего 90 % потока дискретных частиц (см. участок IV на рисунке 1б). Принятые обозначения поясняет рисунок 6, а результаты ВЭ приведены на рисунке 7.

Как видно из рисунка 7, применение коротких лопастей, что соответствует росту соотношения  $r/R$ , приводит к уменьшению угла рассеивания и для минимизации  $\beta$  ширину лопастей следует ограничить 5-8 % от величины внутреннего радиуса  $r$  (рисунок 7а). Сближение роторов за счет уменьшения межцентрового расстояния также приводит к уменьшению рассева (рисунок 7б), из чего следует целесообразным располагать роторы с перекрытием рабочих зон.

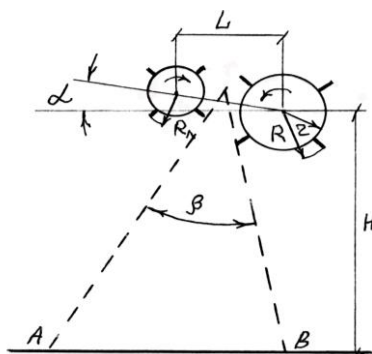


Рисунок 6. Варьируемые параметры роторного метателя (см. пояснения в тексте).

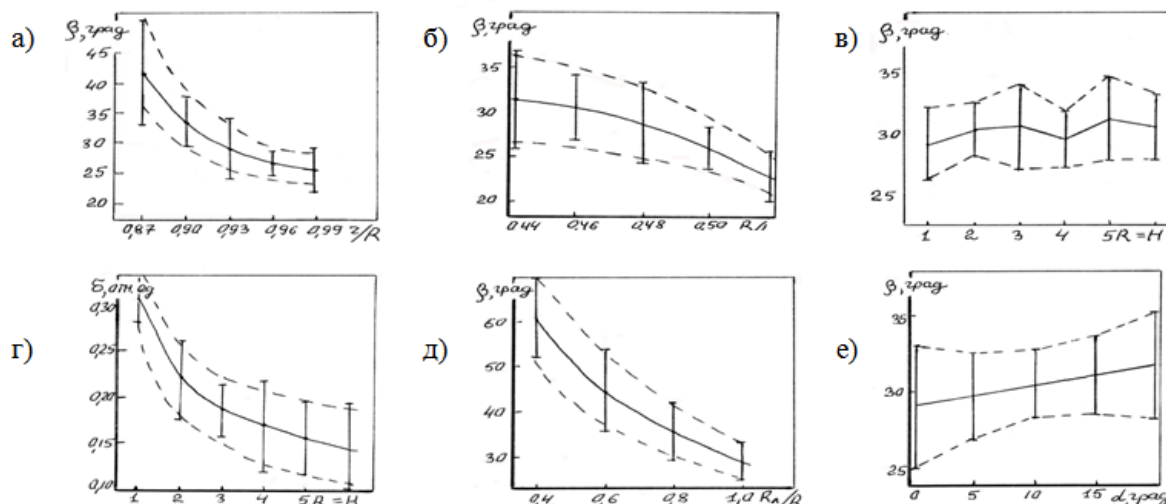


Рисунок 7. Влияние параметров метательной головки на угол рассеивания частиц  $\beta$  (сплошная линия – средние значения показателей, пунктирная – область их допустимых значений).

Сокращение расстояния от роторов до поверхности формования практически не влияет на величину угла рассеивания (рисунок 7в). Однако, если рассматривать в качестве параметра  $\delta$

отношение длины с интенсивной концентрацией частиц к общей длине зоны рассеивания, то величина  $\delta$  резко возрастает с приближением роторов к бетонируемой поверхности (рисунок 7з). Поэтому роторы метательного устройства необходимо располагать в непосредственной близости от формируемого изделия. Применение роторов разного диаметра приводит к рассеиванию частиц (рисунок 7д), также как и увеличение угла  $\alpha$  при их асимметричном расположении (рисунок 7е).

На основании выполненных ВЭ установлено, что для минимизации угла  $\alpha$  следует применять метательную головку с симметрично расположенными роторами одного диаметра и короткими лопастями с минимально допустимым межцентровым расстоянием (с перекрытием рабочих зон), располагающимися в непосредственной близости от бетонируемой поверхности; при этом уменьшение отскока крупного заполнителя от элементов метательной головки может быть достигнуто за счет снижения упругости поверхности роторов.

#### 4. Выводы и рекомендации

Таким образом, с использованием СИ-моделирования проведением ВЭ на математической модели ротационного уплотнения бетонных смесей определены рациональные параметры ротационной установки по силовому их набрызгу, которые были реализованы в метательном устройстве с симметрично расположенными роторами одного размера с минимальным межцентровым расстоянием, а металлические лопатки заменены эластичными трубками с соотношением радиусов  $r/R \approx 0,96-0,98$  [7].

#### 5. Литература

- [1] Емельянова, И.А. Механический набрызг бетона / И.А. Емельянова, В.С. Плоскин // Промышленное строительство и инженерные сооружения. – 1980. – Т. 3. – С. 30-31.
- [2] Аида, С. Способ торкретирования в туннелях малого поперечного сечения с помощью системы ротационного торкретирования бетона // Кэнсэцу-но кикайка. – 1982. – Т. 393. – С. 48-51.
- [3] Дюженко, М.Г. Безвибрационная укладка бетонной смеси на основе метода силового набрызга // Гидротехническое строительство. – 1977. – Т. 3. – С. 49-51.
- [4] Емельянова, И.А. Оптимизация условий механического набрызга вращающихся печей двухроторными метателями / И.А. Емельянова, А.Н. Баранов, Ю.Г. Редько, Т.В. Златокрылова // Цемент. – 1989. – Т. 10. – С. 18-21.
- [5] Кондращенко, В.И. Установка для ротационной укладки растворных и бетонных смесей / В.И. Кондращенко, Е.В. Кондращенко, С.В. Гузенко, Д.А. Гребенников, А.П. Ковревский, М.Т. Чан Тхи // Полезная модель по патенту №84297, приоритет от 04.03.2009. – 2 с.
- [6] Кондращенко, В.И. Оптимизация составов и технологических параметров получения изделий брускового типа методами компьютерного материаловедения // Дисс. докт. техн. наук – М.: МИИТ, 2004. – 567 с.
- [7] Гусев, Б.В. Метательное устройство для укладки и уплотнения бетонных и др. строительных смесей / Б.В. Гусев, М.Г. Дюженко, В.И. Кондращенко, С.А. Носальский // Патент России № 2217302. Бюл. № 33, 2003. – 16 с.

## Mathematical model of a concrete mix rotational seal

S.P. Titov<sup>1</sup>, M.T. Tran Thi<sup>1</sup>, V.I. Kondrashchenko<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Russian University of Transport, Obraztsova str. 9, bld. 9, Moscow, Russia, 127994

**Abstract.** A mathematical model is proposed for a throwing device in the form of two counterrotating cylinders with plates along their generatrices that pick up portions of concrete mix and spray them mechanically. A mathematical description is specified for operation of such device, in-teraction of separate particles with blades and their flight in the space between rotors up to consolidation of concrete mix.