

Квадратно-корневой алгоритм вычисления отношения правдоподобия в задаче обнаружения изменения и идентификации режима движения

А.В. Голубков
Ульяновский государственный
педагогический университет
им. И.Н. Ульянова
Ульяновск, Россия
kr8589@gmail.com

Ю.В. Цыганова
Ульяновский государственный
университет
Ульяновск, Россия
tsyganovajv@gmail.com

А.В. Цыганов
Ульяновский государственный
педагогический университет
им. И.Н. Ульянова
Ульяновск, Россия
andrew.tsyganov@gmail.com

Аннотация—В работе рассмотрена задача обнаружения изменения и идентификации режима движения объекта. Решение построено с помощью последовательного решающего правила. С целью повышения качества работы алгоритма предложены новые выражения для вычисления отношения правдоподобия на основе квадратно-корневой модификации фильтра Калмана.

Ключевые слова—последовательное решающее правило, фильтр Калмана, квадратно-корневой алгоритм

1. ВВЕДЕНИЕ

Задачи математического моделирования траекторий движущихся объектов, слежения за движущимися объектами, распознавания движущихся объектов, сопровождения целей являются актуальным предметом современных научных исследований в силу крайней важности современных практических приложений, в которых используются решения этих задач [1].

Одним из наиболее популярных методов оценивания параметров движения объектов на протяжении многих десятилетий является фильтр Калмана [2].

Предположим, что траекторию объекта можно разделить на отдельные достаточно длинные участки, на каждом из которых его движение может быть представлено линейной дискретной стохастической моделью, описывающей либо прямолинейное равномерное движение, прямолинейное движение с ускорением, остановку, либо круговое движение против/по часовой стрелке с заданным радиусом. Для описания такого движения предлагается использовать гибридную стохастическую модель [3].

Задача заключается в скорейшем обнаружении изменения режима движения на каждом таком участке траектории с целью вычисления оптимальных оценок параметров движения объекта в режиме реального времени. Один из подходов к решению данной задачи, основанном на применении последовательного решающего правила с ограниченным объемом банка фильтров Калмана, рассмотрен в [4]. Другой подход, предложенный в [5], позволяет получить решение на ограниченном наборе значений функции отношения правдоподобия за счет представления неизвестного момента изменения режима движения объекта случайной величиной с равномерным распределением на заданном отрезке времени. Оба подхода основаны на методах последовательного анализа, подробный обзор которых содержит работа T.L. Lai [6]. Следует отметить, что в настоящее время методы оценивания параметров

движения объектов активно развиваются и в направлении современного мультиагентного подхода [7].

В данной работе предлагается развитие полученных ранее результатов с целью повышения качества работы алгоритмов, основанное на применении численно устойчивой квадратно-корневой модификации фильтра Калмана.

2. КВАДРАТНО-КОРНЕВОЙ АЛГОРИТМ

Предположим, что момент возможного изменения режима движения и номер режима движения априорно неизвестны.

Рассмотрим M возможных режимов движения ($q = 0, \dots, M-1$). Предположим, что начальное состояние системы соответствует номинальному режиму движения с номером 0. Необходимо по результатам измерений подтвердить или опровергнуть факт изменения режима движения объекта и идентифицировать его номер.

Решение поставленной задачи может быть получено с помощью последовательного решающего правила, которое определяет выбор одной из M гипотез, и может быть записано следующим образом:

- Если $\forall q: \lambda_{qk} \leq B$, тест завершают с выбором гипотезы H_0 . Изменение режима движения не обнаружено.
- Если $\exists! i: \lambda_{ik} \geq A$, тест завершают с выбором гипотезы H_i . Обнаружено изменение режима движения на режим с номером i .
- Если $\forall q: A > \lambda_{qk} > B$, тест продолжают для следующего k .
- Если $\exists i, n: \lambda_{nk} \geq A$ и $\lambda_{ik} \geq A$, тест завершают с выбором гипотезы H_q , где $q = \max(i, n)$. Обнаружено изменение режима движения на режим с номером q .

Предположим, что момент возможного изменения режима движения с номинального (под номером 0) на альтернативный (под номером q , $q = 1, \dots, M-1$) представляет собой дискретную случайную величину θ , равномерно распределенную на отрезке $[1, k]$. Тогда отношение функций правдоподобия в последовательном решающем правиле определяется выражением:

$$\lambda_{qk} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \psi_j^q(k), \quad (1)$$

где значения функций $\psi_j^q(k)$ вычисляются на основе оценок, получаемых фильтром Калмана.

С целью повышения качества работы алгоритма получены новые выражения для вычисления величин $\psi_j^q(k)$, основанные на применении численно устойчивого квадратно-корневого фильтра Калмана [8].

Пусть $SR = \{F_{01}, F_{aj} | q = 1, \dots, M-1, j = 1, \dots, k\}$ – банк квадратно-корневых фильтров Калмана, необходимый для вычисления значений отношения функций правдоподобия. Тогда выражение для величин $\psi_j^q(k)$ имеет вид:

$$\psi_j^q(k) = \begin{cases} 1, & k < j, \\ \psi_j^q(k-1) \times \frac{|(S_{R_{e,k}}^q)_j|}{|(S_{R_{e,k}}^q)_1|} \exp \left[\frac{\|(\bar{e}_k^{SR})_1^0\|^2 - \|(\bar{e}_k^{SR})_j^q\|^2}{2} \right], & k \geq j, \end{cases} \quad (2)$$

в котором невязки \bar{e}_k^{SR} и квадратный корень ковариационной матрицы невязок $S_{R_{e,k}}$ получены по алгоритму квадратно-корневого ковариационного фильтра (SRCF).

3. ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР

В качестве примера рассмотрим движение объекта по траектории, состоящей из двух участков кругового движения: 1) движение при повороте вправо с радиусом 4 м (40 тактов дискретного времени), 2) движение при повороте влево с радиусом 5 м (60 тактов дискретного времени). В уравнениях движения объекта и измерений присутствуют гауссовы шумы с нулевыми математическими ожиданиями и ковариационными матрицами $Q = 0.001I_2$ и $R = 0.3I_2$, соответственно. Траектория движения объекта и зашумленные измерения представлены на рис. 1.

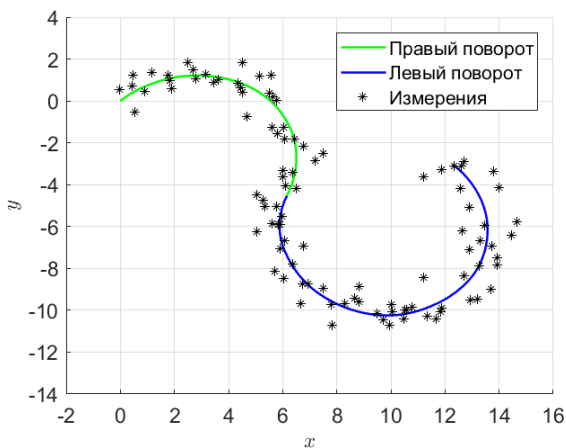


Рис. 1. Траектория движения и зашумленные измерения

На рис. 2 приведен график отношения функций правдоподобия. Менее чем за 10 тактов дискретного времени после 40 такта отношение функций правдоподобия пересекает верхний порог A , что соответствует принятию гипотезы об изменении режима движения с номинального (правый поворот) на альтернативный (левый поворот), то есть обнаружению факта изменения режима движения.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрена задача обнаружения изменения режима движения объекта на основе последовательного решающего правила и численно эффективной квадратно-корневой модификации фильтра Калмана. Получено новое выражение (2) для вычисления отношения правдоподобия на основе величин, вычисляемых квадратно-корневым ковариационным фильтром. Результаты численных экспериментов подтверждают работоспособность предложенного подхода.

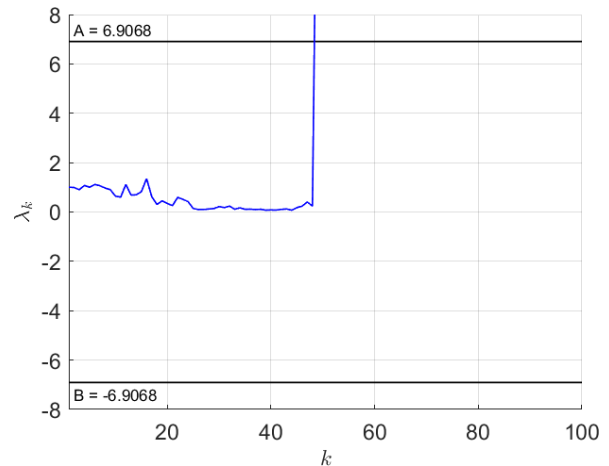


Рис. 2. Отношение правдоподобия

БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-31-90132 Аспиранты.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Коновалов, А. А. Основы траекторной обработки радиолокационной информации / А. А. Коновалов. – СПб. : Изд-во СПбГУ ЛЭТИ, 2013. – 164 с.
- [2] Gibbs, V. P. Advanced Kalman filtering, least-squares and modeling: a practical handbook / V. P. Gibbs. – Hoboken, New Jersey : John Wiley & Sons, Inc., 2011. – 632 p.
- [3] Семушин, И.В. Моделирование и оценивание траектории движущегося объекта / И.В. Семушин, А.В. Цыганов, Ю.В. Цыганова, А.В. Голубков, С.Д. Винокуров // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: «Математическое моделирование и программирование». – 2017. – Т. 10, № 3. – С. 108–119. DOI: 10.14529/mmp170309
- [4] Голубков, А.В. Решение задачи обнаружения изменения режима движения объекта с ограниченным объемом банка фильтров Калмана / А.В. Голубков // Автоматизация процессов управления. – 2020. – Т.1, №59. –С. 14–23. – DOI: 10.35752/1991-2927-2020-1-5-14-23
- [5] Цыганова, Ю.В. Метод обнаружения факта нарушения и его диагностики в линейных стохастических системах в процессе фильтрации / Ю.В. Цыганова // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. – 2009. – Т. 2, №18. – С. 163–171.
- [6] Lai, T. L. Sequential Analysis: Some Classical Problems and New Challenges / T. L. Lai // Statistica Sinica. – 2001. – Vol. 11. – P. 303–408.
- [7] Amelina, N. Consensus-based distributed algorithm for multisensor-multitarget tracking under unknown-but-bounded disturbances / N. Amelina, V. Erofeeva, O. Granichin et. al. // IFAC-PapersOnLine. – 2020. – Vol. 53(2). – P. 3589–3595.
- [8] Kailath, T. Linear estimation / T. Kailath, A. H. Sayed, B. Hassibi. – New Jersey: Prentice Hall, 2000. – 856 p.