

## Конечно-элементное исследование смешанного нагружения на примере полудиска с вертикальным и наклонным надрезом

Л.В. Степанова<sup>1</sup>, В.С. Долгих<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

**Аннотация.** В статье приведен класс конечно-элементных решений задач определения напряженно-деформированного состояния у вершины наклонного надреза в полудиске под действием сосредоточенной силы для различных значений угла наклона надреза  $0^\circ, 10^\circ - 40^\circ, 45^\circ, 49^\circ, 50^\circ - 80^\circ$  и вычислены параметры механики разрушения (коэффициентов интенсивности напряжений и Т-напряжения для нормального отрыва и поперечного сдвига) для различных видов смешанного нагружения. С помощью метода фотоупругости выполнена серия натурных экспериментов, нацеленных на анализ поля напряжений в полудиске и вида смешанного нагружения. Наблюдаемая интерференционная картина ясно видеть тип нагружения (нормальный отрыв и смешанное нагружение) и позволяет сделать заключение о невозможности реализации чистого поперечного сдвига в рассматриваемом типе образцов. Проведенное конечно-элементное исследование, реализованное в многофункциональном комплексе SIMULIA Abaqus, и последующее сравнение полученных результатов и наблюдений в рамках интерференционно-оптических методов механики деформируемого твердого тела (метод цифровой фотоупругости) подтверждают невозможность реализации чистого поперечного сдвига в данном типе образцов с наклонной трещиной. Анализ численных расчетов показывает, что действительно при угле наклона разреза, равном  $49^\circ$ , чистого поперечного сдвига не происходит. В полудиске с наклонным надрезом реализуется смешанное нагружение для всех углов наклона надреза от  $0^\circ$  до  $80^\circ$ .

### 1. Введение

Определение направления роста трещины в условиях смешанного нагружения, и критерии разрушения, позволяющие найти угол направления распространения трещины, являются одними из широко обсуждаемых проблем современной механики разрушения [1-13]. В настоящее время широко обсуждаются вопросы теоретического, экспериментального и численного определения параметров механики разрушения для смешанного деформирования тел с надрезами и трещинами [1-9]. Одним из наиболее важных вопросов является моделирование чистого поперечного сдвига в экспериментальных условиях. Во многих работах предложены специальные образцы и специальные условия нагружения для воспроизведения чистого поперечного сдвига. В настоящее время предложен и широко используется ряд экспериментальных образцов для исследования смешанного нагружения, например, в работах [2-9] рассматривается полудиск с вертикальным и наклонным разрезами. В статье [4]

обсуждается серия вычислительных экспериментов с данным типом образца, в котором варьируется угол наклона надреза. На основе проведенного компьютерного имитационного моделирования авторы показывают, что для определенного значения угла наклона разреза ( $49^\circ$ ), можно реализовать чистый поперечный сдвиг. Отметим, что чистый нормальный отрыв возникает при действии сосредоточенной силы на полукруглый диск с симметричным надрезом, ортогональным хорде полудиска. Изменение угла наклона разреза приводит к изменению типа нагружения и реализации смешанного деформирования. Тем не менее, многие вопросы остаются открытыми: проведенное в рамках данной работы экспериментальное исследование полудиска с наклонным разрезом методом фотоупругости [4] показывает смешанное нагружение при данном значении угла наклона надреза, но не чистый поперечный сдвиг. Поэтому целью настоящей работы являлось конечно-элементное решение задач определения напряженно-деформированного состояния у вершины наклонного надреза в полудиске для различных значений угла наклона дефекта и вычисление параметров механики разрушения (коэффициентов интенсивности напряжений для нормального отрыва и поперечного сдвига) для нахождения вида смешанного нагружения. Вычисленные значения параметров разрушения (коэффициенты интенсивности напряжений и  $T$ -напряжения) показывают смешанное деформирование. Проведенное конечно-элементное исследование, реализованное в многофункциональном комплексе SIMULIA Abaqus, и последующее сравнение полученных результатов и наблюдений в рамках интерференционно-оптических методов механики деформируемого твердого тела (метод цифровой фотоупругости) подтверждают невозможность реализации чистого поперечного сдвига в данном типе образцов с наклонной трещиной. Анализ численных расчетов показывает, что действительно при угле наклона разреза, равном  $49^\circ$ , чистого поперечного сдвига не происходит. Для получения экспериментального образца, в котором реализуется чистый поперечный сдвиг, следует продолжить компьютерное имитационное моделирование для различных типов образцов.

## 2. Определение параметров механики разрушения: коэффициенты интенсивности напряжений и $T$ -напряжения

В настоящей работе выполнена серия вычислительных экспериментов для кругового полудиска с надрезом, ориентированным под разным углом к вертикали. Конфигурация образца показана на рисунке 1. В полудиске, находящемся под действием сосредоточенной силы, с вертикальным надрезом реализуется чистый нормальный отрыв. Меняя угол наклона надреза, можно в вычислительном и натурном эксперименте осуществить ту или иную форму смешанного нагружения.

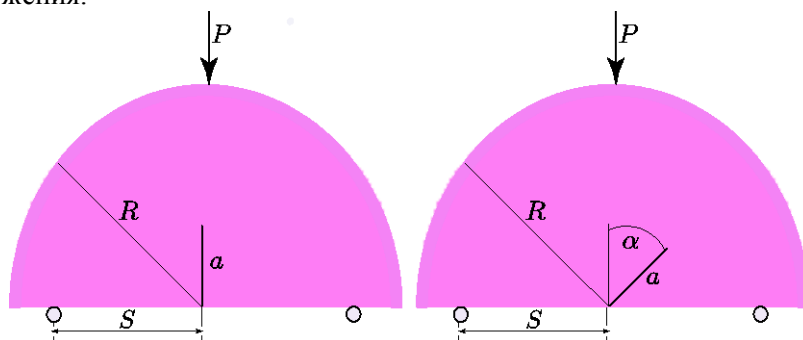
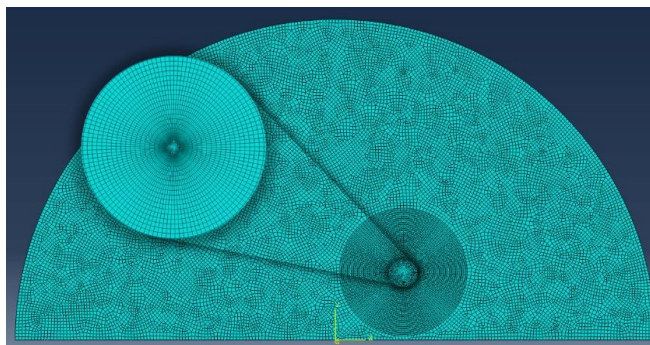


Рисунок 1. Схематическое изображение образцов с надрезом для исследования нормального отрыва (слева) и смешанного нагружения (справа).

Пример типичного разбиения, используемого при моделировании, приведен на рисунке 2. На рисунке 2 показан пример автоматического разбиения на конечные элементы и отдельно выделена окрестность надреза. Сингулярное поведение напряжений, соответствующее классическому решению линейной теории упругости, воспроизводилось с помощью сингулярных элементов, окружающих вершину трещины.



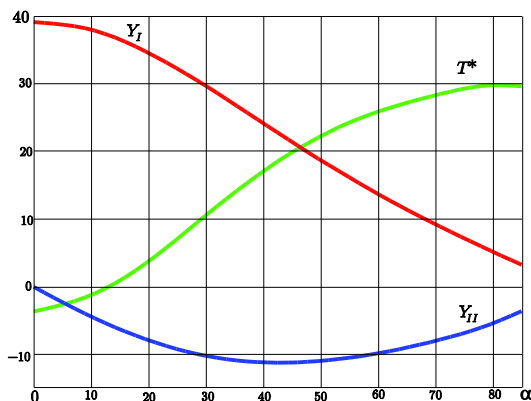
**Рисунок 2.** Пример конечно-элементного разбиения полудиска на конечные элементы: вершины трещины окружают сингулярные элементы.

Для рассматриваемого образца коэффициенты интенсивности напряжений  $K_i, i = I, II$  и  $T$ -напряжения определяются согласно соотношениям [4]

$$K_i = \frac{P}{2Rt} \sqrt{\pi a} Y_i(a/R, S/R, \alpha) \quad i = I, II \tag{1}$$

$$T = \frac{P}{2Rt} T^*(a/R, S/R, \alpha)$$

где  $P$  – приложенная нагрузка,  $R$  – радиус полудиска,  $a$  – длина надреза,  $2S$  – расстояние между опорами,  $\alpha$  – угол наклона надреза к линии продолжения надреза в образце,  $t$  – толщина образца. В проведенных расчетах приняты следующие значения материальных постоянных и геометрических параметров модели:  $E = 2.1 \cdot 10^5 \text{ H/cm}^2$ ,  $\nu = 0.3$ ,  $a = 15 \text{ mm}$ ,  $P = 2500 \text{ H}$ ,  $R = 50 \text{ mm}$ ,  $2S = 86 \text{ mm}$ . Зависимости безразмерных функций от угла наклона надреза показаны на рисунке 3. Из рисунка 3 видно, что чистый поперечный сдвиг в полудиске не реализуется.



**Рисунок 3.** Найденные зависимости безразмерных тарировочных функций  $Y_I, Y_{II}, T^*$  от угла наклона надреза  $\alpha$ .

### 3. Выводы

В статье приведен класс конечно-элементных решений задач определения напряженно-деформированного состояния у вершины наклонного надреза в полудиске под действием сосредоточенной силы для различных значений угла наклона надреза  $0^\circ, 10^\circ - 40^\circ, 45^\circ, 49^\circ, 50^\circ - 80^\circ$  и вычислены параметры механики разрушения (коэффициентов интенсивности напряжений и  $T$ -напряжения для нормального отрыва и поперечного сдвига) для различных видов смешанного нагружения. С помощью метода фотоупругости выполнена серия натуральных экспериментов, нацеленных на анализ поля напряжений в полудиске и вида смешанного нагружения. Наблюдаемая интерференционная картина ясно видеть тип нагружения

(нормальный отрыв и смешанное нагружение) и позволяет сделать заключение о невозможности реализации чистого поперечного сдвига в рассматриваемом типе образцов. Проведенное конечно-элементное исследование, реализованное в многофункциональном комплексе SIMULIA Abaqus, и последующее сравнение полученных результатов и наблюдений в рамках интерференционно-оптических методов механики деформируемого твердого тела (метод цифровой фотоупругости) подтверждают невозможность реализации чистого поперечного сдвига в данном типе образцов с наклонной трещиной. Анализ численных расчетов показывает, что действительно при угле наклона разреза, равном  $49^\circ$ , чистого поперечного сдвига не происходит. В полудиске с наклонным надрезом реализуется смешанное нагружение для всех углов наклона надреза от  $0^\circ$  до  $80^\circ$ .

#### 4. Литература

- [1] Степанова, Л.В. Оценка направления роста трещины в условиях смешанного нагружения (нормальный отрыв и поперечный сдвиг): обобщенные критерии классической механики разрушения и атомистическое моделирование смешанного нагружения (метод молекулярной динамики) / Л.В. Степанова, С.А. Бронников, О.Н. Белова // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2017. – Т. 4. – С. 189-213.
- [2] Fakhri, M. Mixed-mode tensile – In plane shear fracture energy determination for hot mix asphalt mixtures under intermediate temperature conditions / M. Fakhri, K. Haghghat, M.R.M. Aliha // Engineering Fracture Mechanics. – 2018. – Vol. 192. – P. 98-113.
- [3] Mirsayar, M.M. EMTSN criterion for evaluating mixed mode I/II crack propagation in rock materials / M.M. Mirsayar, A. Razmi, M.R.M. Aliha, F. Berto // Engineering Fracture Mechanics. – 2018. – Vol. 190. – № 1. – С. 186-197.
- [4] Mirsayar, M.M. Tangential strain-based criteria for mixed-mode I/II fracture toughness of cement concrete / M.M. Mirsayar, A. Razmi, F. Berto // Fatigue Fracture Engineering Materials Structure, 2017. – P. 1-9.
- [5] Kaseer, F. Development of an index to evaluate the cracking potential of asphalt mixtures using the semi-circular bending test / F. Kaseer, F. Yin, E. Arambula-Mercado, A.E. Martin // Construction and Building Materials. – 2018. – Vol. 167. – № 20. – P. 286-298.
- [6] Malikova, L. Crack propagation direction in a mixed mode geometry estimated via multi-parameter fracture criteria / L. Malikova, V. Vesely, S. Seidl // International Journal of Fatigue. – 2016. – Vol. 89. – P. 99-107.
- [7] Mirsayar, M.M. On fracture analysis of dental restorative materials under combined tensile-shear loading / M.M. Mirsayar // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. – 2018. – Vol. 93. – P. 170-176.
- [8] Zheng, G. Damage evolution and Crack Propagation in Semicircular Bending Asphalt Mixture Specimens / G. Zheng, X. Yang, L. Chen, F. Bai // Acta Mechanica Solida Sinica. – 2016. – Vol. 6. – P. 596-609.
- [9] Mubarak, M.A. Mixed mode fracture behavior of concrete pavement containing RAP-3D finite element analysis / M.A. Mubarak, Abd-Elhady, S.A. Osman, H.E.M. Sallam // Procedia Structural Integrity. – 2017. – Vol. 5. – P. 19-26.
- [10] Stepanova, L. Stress-strain state near the crack tip under mixed-mode loading: Asymptotic approach and numerical solutions of nonlinear eigenvalue problems / L. Stepanova, E. Yakovleva // AIP Conference Proceedings. – 2016. – Vol. 1785. – P. 030030.
- [11] Степанова, Л.В. Напряженно-деформированное состояние в окрестности вершины трещины в условиях смешанного нагружения / Л.В. Степанова, Е.М. Адылина // Журнал прикладной механики и технической физики. – 2014. – Т. 55, № 5(327). – С. 181-194.
- [12] Степанова, Л.В. Смешанное деформирование пластины с трещиной в условиях плоского напряженного состояния / Л.В. Степанова, Е.М. Миронова // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2014. – № 3. – С. 129-162.

- [13] Stepanova, L. Intermediate Asymptotic behavior of the stress and damage fields in the vicinity of the mixed-mode crack tip under creep regime / L. Stepanova, E. Mironova // CEUR Workshop Proceedings. – 2017. – Vol. 1904. – P. 141-150.

### Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 19-01-00631).

## Finite element study of mixed mode loading of the cracked semicircular disc under bending

L.V. Stepanova<sup>1</sup>, V.S. Dolgich<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

**Abstract.** Numerical and experimental works are performed on the mixed-mode I/II brittle fracture by edge cracked semicircular bend specimens. In the test numerical program fracture test were conducted at crack inclination angles of  $0^\circ, 10^\circ - 40^\circ, 45^\circ, 49^\circ, 50^\circ - 80^\circ$ . The stress intensity factors for Mode I and Mode II loading and T-stresses are obtained numerically in FEM package SIMULIA Abaqus. The results of FEM modeling are compared with the experimental results obtained by the photoelasticity method. The experimental approach based on the photoelasticity method allows us to observe the von Mises equivalent stress distribution in the whole specimen and confirm the FEM studies performed. The comparison shows that in the specimen the pure mode II loading can't be realized. Analysis of numerical studies and the isochromatic fringe patterns allows us to conclude that in the semicircular disc the mixed mode loadings are realized for all angles from  $0^\circ$  to  $80^\circ$ .