Концепция векторных многокомпонентных физических величин и ее применение

В.Н. Нестеров[1]

[1]АО «Самарский электромеханический завод», ул. Степана Разина, 16, Самара, Россия, 443099

Аннотация. Представлена концепция векторных многокомпонентных физических величин. На ее основе разработана методология моделирования многокомпонентных перемещений и деформаций объектов. Полученные модели использованы для обеспечения метода измерения названных величин. Даны теоретические основы и примеры использования метода оптических измерений информационных составляющих многокомпонентных перемещений и деформаций.

1. Введение

Первые идеи, положенные в основу концепции векторных многокомпонентных физических величин, зародились почти тридцать лет назад в период работы автора в опытном конструкторском бюро по разработке авиационных газотурбинных двигателей. Этому способствовали несколько факторов, имеющих и объективный, и субъективный характер. К последним следует отнести чрезвычайную сложность и энергетическую насыщенность газотурбинного двигателя, агрегаты и элементы которого претерпевают в процессе работы множественные перемещения и деформации. Их источники имеют разную природу, но проявляют свое действие в интегральной форме, влияя на надежность, экономичность и другие технико-экономические показатели изделия в целом. Определение влияния этих источников на результирующие перемещения и деформации элементов газотурбинного двигателя требует, с одной стороны, построения соответствующих моделей сложной механической системы, учитывающей названные источники, с другой стороны, – выявления вклада каждого источника в результирующие перемещения и деформации элементов конструкции в соответствующее время и в выбранных точках.

Принципиальным отличием таких моделей является то, что при всем разнообразии и многообразии факторов, влияющих на результирующие перемещения и деформации подлежащих контролю объектов, компоненты названных перемещений и деформаций имея одну физическую размерность и зачастую перекрывающийся в значительной степени спектральный диапазон, воспринимаются средствами измерения или контроля в интегральной, неразличимой для наблюдателя форме. То есть речь идет о моделях, содержащих векторные величины, компоненты которых, имея одну физическую размерность, но разные источники возникновения, несут в силу этого разную информацию. Именно эта особенность векторных величин, в частности перемещений и деформаций, явилась причиной появления вынесенного в заголовок термина «векторная многокомпонентная физическая величина» [1,2].

Понимание сложности процессов, в моделировании которых присутствуют многокомпонентные величины, подтверждает тезис о том, что при исследовании и контроле сложных, в том числе механических, систем и объектов вопросы выбора расчетной и измерительной моделей имеют не просто огромное, но определяющее значение. Взгляд на векторную величину как на величину многокомпонентную, отражающую в интегральной форме многообразие процессов, приводящих к сложным перемещениям и деформациям как сложных, так и простых объектов, привел к осознанию и необходимости формирования соответствующей концепции.

2. Концепция векторных многокомпонентных физических величин, основанные на ней модели и новые измерительные задачи

Сущность концепции применительно к векторным величинам, характеризующим перемещения и деформации объектов, состоит в следующем.

Если контролируемые объекты и связанные с ними процессы имеют сложный характер и (или) структуру, то перемещения, являющиеся их следствием, сами характеризуются определенной структурой, элементы которой связаны между собой каким-либо образом, находятся во взаимодействии, оказывают взаимное влияние друг на друга и несут дополнительную информацию об исследуемом явлении или объекте [1-3].

Основу концепции векторных многокомпонентных физических величине составляют три положения [2-4]:

- векторные многокомпонентные физические величины рассматриваются как функции множества составляющих их информативных компонентов;
- функции связи названных информативных компонентов в моделях многокомпонентных физических величин определяются законами векторной алгебры;
- информационные модели векторных многокомпонентных физических величин допускают многовариантность представления указанных информативных составляющих в зависимости от объекта исследования и поставленной задачи.

Такой взгляд на векторные величины, и в частности на перемещения и деформации, отражается в структуре моделей названных величин. В общем виде в декартовой системе координат с учетом разложения на соответствующие координатные оси модель векторной многокомпонентной физической величины представляется так:

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{X}_x(\mathbf{r},\tau) &= \mathbf{F}\left(\mathbf{x}_{1x}(\mathbf{r},\tau),...,\mathbf{x}_{px}(\mathbf{r},\tau)\right); \\ \mathbf{X}_y(\mathbf{r},\tau) &= \mathbf{F}\left(\mathbf{x}_{1y}(\mathbf{r},\tau),...,\mathbf{x}_{py}(\mathbf{r},\tau)\right); \\ \mathbf{X}_z(\mathbf{r},\tau) &= \mathbf{F}\left(\mathbf{x}_{1z}(\mathbf{r},\tau),...,\mathbf{x}_{pz}(\mathbf{r},\tau)\right), \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

где $\mathbf{X}_x(\mathbf{r},\tau), \mathbf{X}_y(\mathbf{r},\tau), \mathbf{X}_z(\mathbf{r},\tau)$ – проекции многокомпонентных перемещений на координатные оси декартовой системы координат; $\mathbf{x}_{1k}(\mathbf{r},\tau),...,\mathbf{x}_{pk}(\mathbf{r},\tau)$ – информативные компоненты k-й координатной составляющей ($k \in \{x, y, z\}$) многокомпонентного перемещения $\mathbf{X}$; $\mathbf{r}, \tau$ – пространственные и временные координаты; $\mathbf{F}$ – функция связи, определяемая физикой исследуемого объекта или процесса.

Таким образом, в модели (1) величины $\mathbf{x}_{1k}(\mathbf{r},\tau),...,\mathbf{x}_{pk}(\mathbf{r},\tau)$, являясь составляющими $\mathbf{X}_k(\mathbf{r},\tau)$, имеют ту же физическую размерность, возможно, совпадающий или существенно перекрывающийся спектральный диапазон и, в силу этого, не различимы для наблюдателя, так как проявляются в многокомпонентной величине $\mathbf{X}_k(\mathbf{r},\tau)$ интегрально в соответствии с законами векторной алгебры:

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{X}_x(\mathbf{r},\tau) &= \sum_{j=1}^{p}\mathbf{x}_{jx}(\mathbf{r},\tau); \\ \mathbf{X}_y(\mathbf{r},\tau) &= \sum_{j=1}^{p}\mathbf{x}_{jy}(\mathbf{r},\tau); \\ \mathbf{X}_z(\mathbf{r},\tau) &= \sum_{j=1}^{p}\mathbf{x}_{jz}(\mathbf{r},\tau), \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

где $\sum_{j=1}^{p}\mathbf{x}_{jx}(\mathbf{r},\tau)$, $\sum_{j=1}^{p}\mathbf{x}_{jy}(\mathbf{r},\tau)$, $\sum_{j=1}^{p}\mathbf{x}_{jz}(\mathbf{r},\tau)$ – векторные суммы $p \geq 2$ информативных компонентов координатных составляющих многокомпонентной величины.

При этом каждая из величин $\mathbf{x}_{jx}(\mathbf{r},\tau)$, $\mathbf{x}_{jy}(\mathbf{r},\tau)$, $\mathbf{x}_{jz}(\mathbf{r},\tau)$, как следует из сущности концепции, несет информацию о породивших ее источниках.

Прежде, чем перейти к дальнейшему изложению, представляется необходимым уточнить вопросы терминологии. Поскольку сами по себе механические системы рассредоточены в трехмерном пространстве, да и перемещения реальных объектов происходит в трехмерном пространстве, то для описания перемещений объектов и перемещений элементов конструкции механических систем обычно используют термин «многомерные». Анализ многочисленных публикаций показывает, что в качестве элементов многомерных перемещений рассматриваются их проекции на соответствующие координатные оси. В этом смысле перемещение одномерного объекта, т.е. объекта, имеющего размерность в направлении одной единственной координатной оси, является одномерной величиной. Тем не менее, и это видно из моделей (1) и (2), одномерная величина будет являться многокомпонентной, если результирующее перемещение является следствием ряда перемещений и деформаций элементов объекта, имеющих в качестве причин разные источники, представляющие существенный интерес. В этом смысле и одномерная, и многомерная векторные величины могут являться и многокомпонентными. Модели (1) и (2) описывают перемещения в трехмерном пространстве, которые, в силу этого, являются многомерными. Модели (1) и (2) описывают перемещения, которые состоят из информативных компонентов одной и той же физической размерности, и поэтому являются моделями многокомпонентных векторных величин. Таким образом, термин «многомерные» отражает размерность пространства, в котором строится модель, а термин «многокомпонентные» характеризует информационную насыщенность модели в пространстве, где даже одномерность пространства не является фактором, однозначно приводящим к однокомпонентности описанной в этом пространстве векторной величины.

Анализ практических задач, различающихся сложностью контролируемых объектов и траекторий их перемещения в трехмерном пространстве, позволил выявить следующие проблемы.

1. Формирование моделей и определения составляющих сложных перемещений, которые претерпевают простые объекты.

2. Формирования моделей и определения составляющих простых перемещений, которые претерпевают сложные объекты.

3. Формирования моделей и определения составляющих сложных перемещений, которые претерпевают сложные объекты.

В первом случае речь идет о многомерных перемещениях в пространстве простых тел, которые имеют размерность, перемещаются в пространстве сложным образом. А если они деформируются, то деформация равномерна вне зависимости от ее направления в пространстве.

Второй случай является промежуточным и, по всей видимости, должен рассматриваться как некоторое усложнение первого и упрощение третьего.

В последнем случае речь идет о перемещениях и деформациях сложных объектов, представляющих собой механические системы, элементы которых перемещаются сложным образом друг относительно друга. К таким объектам относятся, например, трансформеры. Хорошим примером являются шестизвенные манипуляторы универсальных промышленных роботов, где количество информативных компонентов определяется количеством звеньев, перемещение и повороты которых используются при решении прямой и обратной задач в процессе моделирования манипулятора [5,6].

Для математического описания вращательных и поступательных связей между соседними звеньями в робототехнике используется матричный метод последовательного построения присоединенных к звеньям систем координат, получивший название представления Денавита –

Хартенберга [7]. Рассмотрение этого метода выходит за рамки настоящей работы. Понимая под таким сложным объектом совокупность простых объектов, соединенных в подвижные звенья и объединенных в систему общей целевой функцией, в качестве приоритетной задачи будем рассматривать задачу моделирования сложных многокомпонентных перемещений и деформаций простых объектов с целью представления метода измерения составляющих их информативных компонентов.

Таким образом, в зависимости от решаемой задачи и сложности моделируемого объекта пространство моделирования достаточно обширное и требует привлечения различных методов и соответствующего математического аппарата. Введем классификационные признаки для моделирования сложных многокомпонентных перемещений и деформаций простых объектов [8]. Первый признак – это размерность модели, определяемая размерностью пространства моделирования. В качестве второго классификационного признака введем признак информативности. Под информативностью моделей в данном случае понимается количество и качество информативных компонентов, отражающих составляющие сложных перемещений и деформаций объектов.

Тогда пространство моделирования многокомпонентных перемещений простых объектов представляется на рисунке 1.

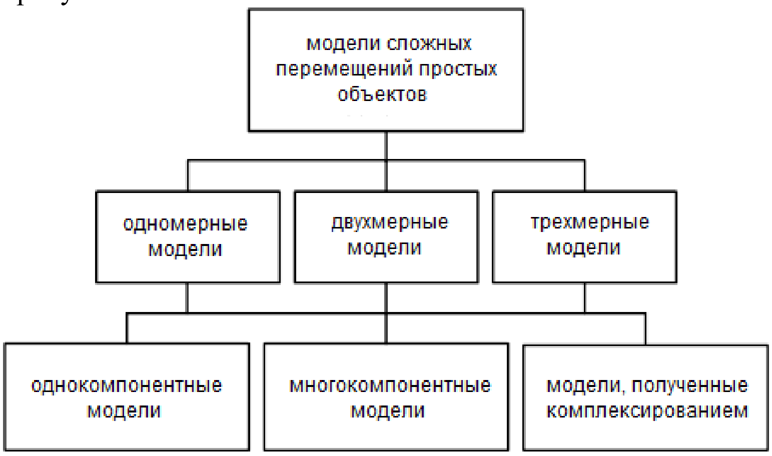

Рисунок 1. Пространство моделирования многокомпонентных перемещений.

Трехмерная модель (2) в общем виде содержит в себе и двухмерные, и одномерные модели. Трехмерные модели наиболее информативны. Очевидно, что от трехмерной модели можно перейти к двухмерной и далее к одномерной. Это целесообразно, если априорные сведения о решаемой задаче упрощают проблему моделирования достаточностью моделей более низкого порядка. В любом случае наличие многочисленных информативных составляющих, относительность и многовариантность их представления усложняет и запутывает построение адекватно описывающих процессы моделей. Поэтому уже на ранних этапах разработки темы был предложен аппарат формализации их построения [2,9,10]. Аппарат основан на использовании в моделях комбинационных коэффициентов, принимающих значения из области их определения в соответствии с принятыми соглашениями и направлениями векторов информативных компонентов относительно принятой системы координат. В частности модель (2) записывается в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} X_{ix}(\mathbf{r},\tau) &= \sum_{j=1}^{p} \varsigma_{ijx}\eta_{ijx}x_{ijx}(\mathbf{r},\tau); \\ X_{iy}(\mathbf{r},\tau) &= \sum_{j=1}^{p} \varsigma_{ijy}\eta_{ijy}x_{ijy}(\mathbf{r},\tau); \\ X_{iz}(\mathbf{r},\tau) &= \sum_{j=1}^{p} \varsigma_{ijz}\eta_{ijz}x_{ijz}(\mathbf{r},\tau), \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

где $\eta_{ijk} \in [0,1]$ – весовые коэффициенты, отражающие отсутствие – 0 – или наличие – $(0,1]$ – соответствующей информативной компоненты $x_{ijk}(\mathbf{r},\tau)$ ($k \in \{x, y, z\}$);

$$\varsigma_{ijk} = \begin{cases} +1, \textit{ если проекции векторов } \mathbf{x}_{ijk} \textit{ совпадают с направлением} \\ \textit{соответсвующей координатной оси}; \\ -1, \textit{ если проекции векторов } \mathbf{x}_{ijk} \textit{ не совпадают с направлением} \\ \textit{соответсвующей координатной оси}; \\ 0, \textit{ если соответсвующая компонента отсутствует}. \end{cases} \quad (4)$$

Модели (2) и (3) отражают концептуальный взгляд на проблему представления сложных перемещений подвижных объектов, направленный на выявление многообразия составляющих его информативных компонентов и сведения их в единую теоретическую картину.

Итак, мы имеем модели и множество информативных составляющих, объединенных этими моделями в многокомпонентную величину. Остается выбрать метод их измерения и соответствующие ему средства измерения. Наиболее перспективен оптический метод. Но здесь возникает двойная проблема: во-первых, не селективность средств измерения по отношению к подлежащим измерению информативным компонентам, во-вторых, некорректность задачи восстановления координат объекта в реальном пространстве по его плоскому изображению. Обычно такие проблемы решаются за счет обеспечения информационной избыточности в измерительной системе. Например, в техническом зрении используются бинокулярные системы [5]. И с этим сопряжено множество проблем, связанных с привязкой по координатам, калибровкой, наличием существенных методических погрешностей и т.д.

Далее рассматриваются положения метода оптических измерений составляющих многокомпонентных величин, основанного на использовании визуально контролируемого распределенного в пространстве тестового объекта. При выполнении определенных условий и сам контролируемый объект может выступать в качестве тестового объекта. Метод получил название – метод многомерных тестовых объектов [8].

3. Основная идея метода многомерных тестовых объектов

Сущность метода многомерных тестовых объектов сводится к тому, что для обеспечения процесса измерения информативных составляющих перемещений контролируемого объекта оптическим методом с объектом связывается распределенный в пространстве контрольный объект, обладающий известными с высокой точностью геометрическими параметрами, которые используются в процессе реализации метода в качестве мер [8,11]. Особенностью метода является то, что параметры многомерного тестового объекта отражают многомерность контролируемых перемещений и функционально связываются с ними в моделях в процессе формирования соответствующих измерительно-вычислительных алгоритмов.

В общем случае модели многокомпонентных перемещений, содержащие векторные составляющие многомерного тестового объекта, получены из (1) и записываются в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{X}_x(\mathbf{r},\tau) &= \mathbf{F}\left(\mathbf{x}_{1x}(\mathbf{r},\tau),\ldots,\mathbf{x}_{px}(\mathbf{r},\tau), \mathbf{L}_{1x},\ldots,\mathbf{L}_{qx}\right); \\ \mathbf{X}_y(\mathbf{r},\tau) &= \mathbf{F}\left(\mathbf{x}_{1y}(\mathbf{r},\tau),\ldots,\mathbf{x}_{py}(\mathbf{r},\tau), \mathbf{L}_{1y},\ldots,\mathbf{L}_{qy}\right); \\ \mathbf{X}_z(\mathbf{r},\tau) &= \mathbf{F}\left(\mathbf{x}_{1z}(\mathbf{r},\tau),\ldots,\mathbf{x}_{pz}(\mathbf{r},\tau), \mathbf{L}_{1z},\ldots,\mathbf{L}_{qz}\right), \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

где $\mathbf{X}_x(\mathbf{r},\tau), \mathbf{X}_y(\mathbf{r},\tau), \mathbf{X}_z(\mathbf{r},\tau)$ – проекции многокомпонентного перемещения $\mathbf{X}(\mathbf{r},\tau)$ на оси декартовой системы координат; $\mathbf{r}$ – радиус-вектор от начала базовой системы координат до контролируемой точки исследуемого объекта; τ – время; $\mathbf{F}$ – функция связи компонентов $\mathbf{x}_{1k}(\mathbf{r},\tau),\ldots,\mathbf{x}_{pk}(\mathbf{r},\tau)$ и $\mathbf{L}_{1k},\ldots,\mathbf{L}_{qk}$ координатной составляющей $\mathbf{L}_k$ ($k \in \{x, y, z\}$) многомерного теста $\mathbf{L}$; $\mathbf{x}_{1k}(\mathbf{r},\tau),\ldots,\mathbf{x}_{pk}(\mathbf{r},\tau)$ – информативные компоненты k-й координатной составляющей многокомпонентного перемещения $\mathbf{X}(\mathbf{r},\tau)$; p – количество информативных компонентов многокомпонентного перемещения; $\mathbf{L}_{1k},...,\mathbf{L}_{qk}$ – компоненты k-й координатной составляющей $\mathbf{L}_k$ многомерного теста $\mathbf{L}$; q – количество компонентов k-й координатной составляющей $\mathbf{L}_k$ многомерного теста $\mathbf{L}$.

Принципиальная особенность модели (5) состоит во введении в нее в качестве известных информативных составляющих параметров $\mathbf{L}_{1k},...,\mathbf{L}_{qk}$ тестовых объектов, заданных в векторной форме.

На рисунке 2 в качестве иллюстрации показан двухмерный тестовый объект, полученный комбинацией двух одномерных.

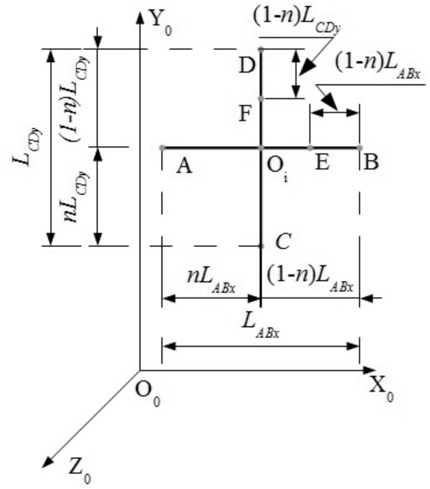

Рисунок 2. Двухмерный тестовый объект ABCD

Тестовый объект ABCD расположен в плоскости $\mathrm{O_0X_0Y_0}$ и имеет следующие образцовые параметры (тесты):

$\mathrm{AO_i} = nL_{ABx}$ и $\mathrm{BO_i} = (1-n)L_{ABx}$, $(n=0{,}5)$;

$\mathrm{CO_i} = nL_{CDy}$ и $\mathrm{DO_i} = (1-n)L_{CDy}$, $(n=0{,}5)$;

$\mathrm{EB} = (1-n)L_{ABx}$ и $\mathrm{FD} = (1-n)L_{CDy}$, $(n=0{,}75)$.

Тестовый объект ABCD является двухмерным многокомпонентным, а его параметры в моделях (5) используются в векторном виде:

$\mathbf{AO}_\mathrm{i} = n\mathbf{L}_{ABx} = nL_{ABx}\cdot\mathbf{i}$, $(n=0{,}5)$; $\mathbf{BO}_\mathrm{i} = (1-n)\mathbf{L}_{ABx} = (1-n)L_{ABx}\cdot\mathbf{i}$, $(n=0{,}5)$;

$\mathbf{CO}_\mathrm{i} = n\mathbf{L}_{CDy} = nL_{CDy}\cdot\mathbf{j}$, $(n=0{,}5)$; $\mathbf{DO}_\mathrm{i} = (1-n)\mathbf{L}_{CDy} = (1-n)L_{CDy}\cdot\mathbf{j}$, $(n=0{,}5)$;

$\mathbf{EB} = (1-n)\mathbf{L}_{ABx} = (1-n)L_{ABx}\cdot\mathbf{i}$, $(n=0{,}75)$; $\mathbf{FD} = (1-n)\mathbf{L}_{CDy} = (1-n)L_{CDy}\cdot\mathbf{j}$, $(n=0{,}75)$,

где $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ – базисные векторы, направление которых совпадает с направлением осей $\mathrm{O_0X_0}$ и $\mathrm{O_0Y_0}$.

В работе не ставится задача классифицировать или отобразить многообразие тестовых объектов. Сформулированы лишь основные предъявляемые к ним требования, которые являются принципиальными.

Проводя аналогию между параметрами (составляющими) многомерного тестового объекта и составляющими сложных перемещений, компоненты многомерных тестов или их проекции на координатные оси будем рассматривать как многокомпонентные величины – многокомпонентные тесты, составляющие которых также являются векторными величинами.

Соответственно, общая методика формирования многомерных тестов и функции связи их компонентов с многокомпонентными величинами подпадают под основные положения концепции векторных многокомпонентных физических величин и формулируются следующим образом:

- многомерные многокомпонентные тесты рассматриваются как функции множества составляющих их компонентов;
- функции связи названных компонентов в моделях многокомпонентных тестов определяются законами векторной алгебры;
- модели векторных многомерных многокомпонентных тестов допускают многовариантность представления указанных составляющих в зависимости от решаемой задачи.

Необходимость использования тестовых объектов, связанных с контролируемыми объектами, многокомпонентные перемещения которых подлежат определению, обусловлена необходимостью формирования информационной избыточности регистрируемых изображений для устранения не селективности средств измерения к искомым информативным компонентам.

Опираясь на приведенные положения о многомерном тестовом объекте, определим вид функции связи $\mathbf{F}$ информативных компонентов $\mathbf{x}_{1k}(\mathbf{r},\tau),\ldots,\mathbf{x}_{pk}(\mathbf{r},\tau)$ и компонентов $\mathbf{L}_{1k},\ldots,\mathbf{L}_{qk}$ k-й координатной составляющей $\mathbf{L}_k$ многомерного теста $\mathbf{L}$ в модели (5):

$$\mathbf{F}_{ik}\left\{\mathbf{x}_{1k}(\mathbf{r},\tau),\ldots,\mathbf{x}_{pk}(\mathbf{r},\tau),\mathbf{L}_{1k},\ldots,\mathbf{L}_{qk}\right\}=\sum_{k}^{\{x,y,z\}}\sum_{u=1}^{q}v_{iuk}\mathbf{L}_{iuk}+\sum_{k}^{\{x,y,z\}}\sum_{j=1}^{p}\eta_{ijk}\mathbf{x}_{ijk}(\mathbf{r},\tau), \tag{6}$$

где i – порядковый номер функции связи; $k\in\{x,y,z\}$ – множество координатных составляющих; u – порядковый номер компонентов многокомпонентного теста $\mathbf{L}_{iuk}$; j – порядковый номер информативных компонентов k-й координатной составляющей многокомпонентного перемещения $\mathbf{X}_k(\mathbf{r},\tau)$; $v_{iuk}\in[0,1]$ – весовые коэффициенты, отражающие отсутствие – 0 – или наличие – $(0,1]$ – соответствующей компоненты многокомпонентного теста $\mathbf{L}_{iuk}$ в модели (6); $\eta_{ijk}\in[0,1]$ – весовые коэффициенты, отражающие отсутствие – 0 – или наличие – $(0,1]$ – соответствующей информативной компоненты $\mathbf{x}_{ijk}(\mathbf{r},\tau)$ в модели (6).

Используя (6) можно представить модель (5) в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned}
\mathbf{X}_{ix}(\mathbf{r},\tau)&=\sum_{u=1}^{q}v_{iux}\mathbf{L}_{iux}+\sum_{j=1}^{p}\eta_{ijx}\mathbf{x}_{ijx}(\mathbf{r},\tau);\\
\mathbf{X}_{iy}(\mathbf{r},\tau)&=\sum_{u=1}^{q}v_{iuy}\mathbf{L}_{iuy}+\sum_{j=1}^{p}\eta_{ijy}\mathbf{x}_{ijy}(\mathbf{r},\tau);\\
\mathbf{X}_{iz}(\mathbf{r},\tau)&=\sum_{u=1}^{q}v_{iuz}\mathbf{L}_{iuz}+\sum_{j=1}^{p}\eta_{ijz}\mathbf{x}_{ijz}(\mathbf{r},\tau),
\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

где векторы $\mathbf{L}_{iux}$, $\mathbf{L}_{iuy}$, $\mathbf{L}_{iuz}$, $\mathbf{x}_{ijx}$, $\mathbf{x}_{ijy}$, $\mathbf{x}_{ijz}$ определены в одномерных пространствах, совпадающих с соответствующими осями декартовой системы координат.

Такое представление модели (5), сохраняя ее универсальный характер, дает механизм адаптации к конкретным практическим задачам за счет комбинирования коэффициентов $v_{iux}\in[0,1]$, $v_{iuy}\in[0,1]$, $v_{iuz}\in[0,1]$, $\eta_{ijx}\in[0,1]$, $\eta_{ijy}\in[0,1]$, $\eta_{ijz}\in[0,1]$ в области их определения.

Любое перемещение, в том числе и многокомпонентное, описывается в соответствии с законами и положениями векторной алгебры. При рассмотрении проекции векторных величин на плоскость и введении специальных соглашений, основывающихся на законах векторной алгебры, можно существенно упростить процесс синтеза сложных математических моделей и предложить формальную процедуру генерирования названных моделей, необходимых для создания соответствующих измерительно-вычислительных алгоритмов.

С целью формализации процедуры генерирования моделей введены специальные комбинационные коэффициенты, принимающие значения в соответствии с соглашением (4) и следующим:

$$\xi_{iuk}=\begin{cases}+1, \textit{если проекции векторов } \mathbf{L}_{iuk} \textit{ совпадают с направлением соответ-}\\ \textit{ствующей оси координат};\\ -1, \textit{если проекции векторов } \mathbf{L}_{iuk}, \textit{ не совпадают с направлением соответ-}\\ \textit{ствующей оси координат};\\ 0, \textit{если соответствующая компонента отсутствует.}\end{cases}$$

Тогда модель (1) примет следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} X_{ix}(\mathbf{r},\tau) &= \sum_{u=1}^{q}\xi_{iux}v_{iux}L_{iux} + \sum_{j=1}^{p}\varsigma_{ijx}\eta_{ijx}x_{ijx}(\mathbf{r},\tau);\\ X_{iy}(\mathbf{r},\tau) &= \sum_{u=1}^{q}\xi_{iuy}v_{iuy}L_{iuy} + \sum_{j=1}^{p}\varsigma_{ijy}\eta_{ijy}x_{ijy}(\mathbf{r},\tau);\\ X_{iz}(\mathbf{r},\tau) &= \sum_{u=1}^{q}\xi_{iuz}v_{iuz}L_{iuz} + \sum_{j=1}^{p}\varsigma_{ijz}\eta_{ijz}x_{ijz}(\mathbf{r},\tau). \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Каждое из уравнений модели (8), являющихся проекциями моделируемой величины на соответствующую координатную ось декартовой системы координат, является моделью перемещения объекта в одномерном пространстве.

Наличие комбинационных коэффициентов $k \in \{x, y, z\}$, p, $\varsigma_{ijk} \in \{0{,}1, -1\}$, $\xi_{ijk} \in \{0{,}1, -1\}$, $\eta_{ijk} \in [0{,}1]$ дает большой простор для автоматизированного моделирования различных процессов. Заложенная в моделях информационная избыточность в виде параметров многомерного тестового объекта позволяет адаптировать модели к различным практическим приложениям.

Заложенная в моделях информационная избыточность в виде параметров многомерного тестового объекта позволяет подойти к ее решению.

4. Метод многомерных тестовых объектов: методообразующие признаки

Опираясь на сформулированные положения о многомерных тестовых объектах, перечислим методообразующие признаки одноименного метода:

1. Наличие (возможность сформировать) системы из n уравнений, асимметричных относительно информативных компонентов $\mathbf{x}_{1k}(\mathbf{r},\tau), ..., \mathbf{x}_{pk}(\mathbf{r},\tau)$ ($k \in \{x, y, z\}$ – множество координатных составляющих) перемещений соответствующих точек изображения тестового объекта:

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{Y}_1(\mathbf{r},\tau) &= \Psi_1\{\mathbf{F}_1\{\mathbf{x}_{1k}(\mathbf{r},\tau), ..., \mathbf{x}_{pk}(\mathbf{r},\tau), \mathbf{L}_{1k}, ..., \mathbf{L}_{qk}\}\};\\ &\dots\dots\dots\dots\\ &\dots\dots\dots\dots\\ \mathbf{Y}_n(\mathbf{r},\tau) &= \Psi_n\{\mathbf{F}_p\{\mathbf{x}_{1k}(\mathbf{r},\tau), ..., \mathbf{x}_{pk}(\mathbf{r},\tau), \mathbf{L}_{1k}, ..., \mathbf{L}_{qk}\}\}, \end{aligned}\right\}(n \ge p \ge 2), \tag{9}$$

$$\mathbf{F}_1\{\mathbf{x}_{1k}(\mathbf{r},\tau), ..., \mathbf{x}_{pk}(\mathbf{r},\tau), \mathbf{L}_{1k}, ..., \mathbf{L}_{qk}\} \ne ... \ne \mathbf{F}_p\{\mathbf{x}_{1k}(\mathbf{r},\tau), ..., \mathbf{x}_{pk}(\mathbf{r},\tau), \mathbf{L}_{1k}, ..., \mathbf{L}_{qk}\}, \tag{10}$$

где $\mathbf{Y}_1(\mathbf{r},\tau),..., \mathbf{Y}_n(\mathbf{r},\tau)$ – функции перемещений соответствующих точек изображения контролируемого объекта относительно выбранных(ой) на изображении точек(чки) отсчета; $\mathbf{F}_1\{\mathbf{x}_{1k}(\mathbf{r},\tau),..., \mathbf{x}_{pk}(\mathbf{r},\tau), \mathbf{L}_{1k},..., \mathbf{L}_{qk}\},...,\mathbf{F}_p\{\mathbf{x}_{1k}(\mathbf{r},\tau),..., \mathbf{x}_{pk}(\mathbf{r},\tau), \mathbf{L}_{1k},..., \mathbf{L}_{qk}\}$ – векторные функции множества составляющих их информативных компонентов $\mathbf{x}_{1k}(\mathbf{r},\tau),..., \mathbf{x}_{pk}(\mathbf{r},\tau)$ и компонентов $\mathbf{L}_{1k},\ldots,\mathbf{L}_{qk}$ k-й координатной составляющей $\mathbf{L}_k$ многомерного тестового объекта (многомерного теста) $\mathbf{L}$.

2. Реализуемость специальных измерительно-вычислительных алгоритмов:

$$\left.\begin{array}{l}\mathbf{x}_{1k}(\mathbf{r},\tau)= f_1\{\mathbf{Y}_1(\mathbf{r},\tau),\ldots,\mathbf{Y}_n(\mathbf{r},\tau)\};\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \mathbf{x}_{pk}(\mathbf{r},\tau)= f_p\{\mathbf{Y}_1(\mathbf{r},\tau),\ldots,\mathbf{Y}_n(\mathbf{r},\tau)\},\end{array}\right\} \tag{11}$$

условием существования которых, при непрерывности и дифференцируемости $\mathbf{Y}_1(\mathbf{r},\tau),\ldots,\mathbf{Y}_n(\mathbf{r},\tau)$ во всем диапазоне измерения, является неравенство нулю Якобиана:

$$\det\left[\frac{\partial\,\mathbf{Y}_i(\mathbf{r},\tau)}{\partial\,\mathbf{x}_{jk}(\mathbf{r},\tau)}\right]\neq 0 \quad i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,p}\ . \tag{12}$$

Условие (12) обеспечивается реализацией «асимметрии» величин $\mathbf{Y}_1(\mathbf{r},\tau),\ldots,\mathbf{Y}_n(\mathbf{r},\tau)$ относительно составляющих их компонентов $\mathbf{x}_{1k}(\mathbf{r},\tau),\ldots,\mathbf{x}_{pk}(\mathbf{r},\tau)$ и $\mathbf{L}_{1k},\ldots,\mathbf{L}_{qk}$, которая выражена неравенством (10).

Очевидно, что при использовании одноканальной оптической системы функции $\psi_1,\ldots,\psi_n$ одинаковы. Если использовать коэффициент передачи оптического преобразователя σ, то (9) можно переписать:

$$\left.\begin{array}{l}\mathbf{Y}_1(\mathbf{r},\tau)=\sigma\{\mathbf{F}_1\{\mathbf{x}_{1k}(\mathbf{r},\tau),\ldots,\mathbf{x}_{pk}(\mathbf{r},\tau),\mathbf{L}_{1k},\ldots,\mathbf{L}_{qk}\}\};\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \mathbf{Y}_n(\mathbf{r},\tau)=\sigma\{\mathbf{F}_p\{\mathbf{x}_{1k}(\mathbf{r},\tau),\ldots,\mathbf{x}_{pk}(\mathbf{r},\tau),\mathbf{L}_{1k},\ldots,\mathbf{L}_{qk}\}\},\end{array}\right\}(n\geq p\geq 2). \tag{13}$$

Последнее и показывает все перспективы оптического способа измерения. Учитывая ограничения, налагаемые на объем материала, для более подробного рассмотрения вопросов реализации следует обратиться к работам [8,11]. Оригинальность и новизна метода измерения подтверждена патентами РФ на изобретения [12,13].

5. Литература

[1] Нестеров, В.Н. Теоретические основы измерений составляющих векторных многокомпонентных физических величин / В.Н. Нестеров // Датчики и преобразователи информации систем измерения, контроля и управления: Сборник материалов XIII Н.-т. конф. с участием зарубежных специалистов. Под ред. проф. В.Н. Азарова. – М.: МГИЭМ, 2001. – С. 175-177.

[2] Нестеров, В.Н. Теоретические основы измерений составляющих векторных многокомпонентных физических величин / В.Н. Нестеров // Идентификация систем и задачи управления: Труды III международной конференции / Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 28-30 января 2004.– М., 2004. – С. 1691-1700.

[3] Nesterov, V.N. Theoretical Principles for Measuring the Components of a Vector Physical Quantity / V.N. Nesterov // Measurement Techniques. – 2004. – Vol. 47(7). – P. 657-664.

[4] Nesterov, V.N. Models for Vector Multicomponent Physical Quantities and a Multivariate Test Method for Optical Measurement Systems / V.N. Nesterov, A.V. Meshchanov // Measurement Techniques. – 2006. – Vol. 49(12). – P. 1182-1188.

[5] Фу, К. Робототехника / К. Фу, Р. Гонсалес, К. Ли; пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 624 с.

[6] Нестеров, В.Н. Математическое моделирование шестизвенного манипулятора универсального промышленного робота. Прямая кинематическая задача для робота ПР125 / В.Н. Нестеров, К.В. Жеребятьев // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2005. – № 32. – С. 19-28.

[7] Denavit, J. Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices / J. Denavit, R.S.A. Hartenberg // ASME Journal of Applied Mechanics. – 1955. – Vol. 77. – P. 215-221.

[8] Нестеров, В.Н. Метод многомерных тестовых объектов в оптических измерительных системах / В.Н. Нестеров, В.М. Мухин, А.В. Мещанов. – Самара: Изд-во Самарского научного центра РАН, 2013. – 224 с.
[9] Нестеров, В.Н. Формализация структурно-алгоритмического синтеза ИИС составляющих многокомпонентных физических величин / В.Н. Нестеров // Датчики и преобразователи информации систем измерения, контроля и управления: Сборник материалов XIV Н.-т. конф. с участием зарубежных специалистов. – М.: МГИЭМ, 2002. – С. 225-226.
[10] Nesterov, V.N. Formal synthesis of a data-acquisition system for multicomponent physical quantities / V.N. Nesterov, D.B. Zhmurov // Measurement Techniques. – 2007. – Vol. 50(9). – P. 903-907.
[11] Nesterov, V.N. Theoretical principles of optical measurements on the components of multicomponent displacements for mobile objects on the basis of multivariate tests / V.N. Nesterov, A.V. Meshchanov // Measurement Techniques. – 2007. – Vol. 50(11). – P. 1127-1136.
[12] Нестеров, В.Н. Пат. 2315948 Российская Федерация, МПК G 01 B 11/00. Способ измерения компонентов сложных перемещений объекта / В.Н. Нестеров, А.В. Мещанов, В.М. Мухин // №2006114270; заявл. 26.04.2006; опубл. 27.01.2008. Бюл. №3.
[13] Нестеров, В.Н. Пат. 2610425 Российская Федерация, МПК G 01 B 11/00. Способ измерения компонентов сложных перемещений объекта / В.Н. Нестеров, Д.В. Нестеров, В.М. Мухин // №2015116367; заявл. 30.04.2015; опубл. 10.02.2017. Бюл. №4.

The concept of vector multicomponent physical quantities and its application

V.N. Nesterov[1]

[1]**JSC «Samara Electromechanical Plant», Stepan Razin street 16, Samara, Russia, 443099**

Abstract. The concept of vector multicomponent physical quantities is presented. On its basis, a methodology for modeling multicomponent displacements and deformations of objects has been developed. The obtained models were used to provide a method for measuring the named quantities. The theoretical foundations of the method of optical measurements of informative components of multicomponent displacements and deformations are also presented.

Keywords: concept, vector multicomponent quantities, models, measurement method.