Компьютерное моделирование процессов накопления повреждений в твердых телах с трещинами с помощью пользовательской процедуры UMAT вычислительного комплекса Simulia Abaqus

Л.В. Степанова¹

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. В настоящей работе представлен опыт использования процедуры UMAT многофункционального комплекса SIMULIA Abaqus, реализующего метод конечного элемента, для описания накопления повреждений в образцах с концентраторами напряжений в материале с определяющими уравнениями, базирующимися на конституциональных уравнениях линейно упругого изотропного материала, и инкорпорирующими компоненты тензора поврежденности второго ранга. Определяющие соотношения описаны с помощью процедуры UMAT и реализованы в Abaqus/Standart. Найдены распределения поврежденности у вершины трещины и проанализированы зоны активного накопления повреждений в условиях смешанного нагружения на примере целого ряда задач для тел с различными концентраторами напряжений, трещинами и надрезами в полном диапазоне смешанных форм нагружения. Выполнена серия вычислительных экспериментов для пластины с центральной горизонтальной и наклонной трещинами и для диска с вертикальной наклонной трещиной (с различными углами наклона надреза к хорде диска) в материале с учетом процессов накопления повреждений и определены конфигурации зон активного накопления повреждений. Показано, что учет процесса накопления повреждений приводит к снижению концентрации напряжений в телах с трещинами и концентраторами напряжений.

1. Введение

В настоящее время разрушение (макроскопическое нарушение сплошности тела в результате воздействия на него внешнего окружения) рассматривается с учетом процессов скрытого разрушения. Исследование скрытого разрушения (зарождение и развитие микродефектов, рассеянных по объему тела) осуществляется с помощью методов и теорий механики поврежденности - динамично развивающегося раздела современной механики деформируемого твердого тела [1-18]. Только в самое последнее время вопросам компьютерного моделирования роста трещин и длительного разрушения с использованием различных мер поврежденности посвящается большое количество работ [16-18], а в 2014 г. вышло в свет второе издание фундаментальной книги Ю.Н. Работнова "Ползучесть элементов конструкций" [19]. Континуальная механика поврежденности исходит из того, что изменение со временем механических свойств материалов феноменологически можно интерпретировать как результат

накопления повреждений, различных дефектов, микропор, трещин. Когда повреждения достигают опасного уровня, происходит разрушение. Трещинообразование начинается на самых ранних этапах деформации и связано с ростом имеющихся и возникновением новых суби микродефектов. В материале всегда имеется большое число различных дефектов, приводящих к высоким местным напряжениям. Уменьшение прочности (свойства тела сопротивляться воздействиям со стороны внешнего окружения) деформируемых твердых тел часто может быть объяснено скрытым разрушением и микродефектной структурой тела. Таким образом, поскольку повреждения тела существенно влияют на характер его разрушения, то становится очевидным, что и механика разрушения и механика поврежденности призваны решить главную прикладную задачу об оценке запаса прочности твердого тела

Поэтому сейчас одной из актуальной задач современной механики деформируемого твердого тела и механики разрушения, в частности, является компьютерное имитационное моделирование процессов нелинейного деформирования и разрушения твердых тел под нагрузкой с учетом процессов накопления рассеянных повреждений. Под поврежденностью понимается относительное сокращение вследствие распределенных внутри образца микродефектов эффективной, несущей нагрузку, площади поперечного сечения образца [1]. Деградацию материала можно трактовать как последовательное уменьшение эффективной площади, несущей приложенную нагрузку. Процесс накопления повреждений в твердых телах может быть описан с помощью введений скалярной или тензорной меры поврежденности [1-18].

В простейшем варианте поврежденность можно описать некоторым скаляром, структурным параметром $1 \ge \psi \ge 0$ [2]. В начальном состоянии при отсутствии поврежденности $\psi = 1$, с течением времени функция ψ убывает. Функцию ψ можно интерпретировать как сплошность.

Ю.Н. Работнов [3,4] ввел функцию ω≥0, равную нулю в начальном состоянии и единице в момент разрушения, которую можно принять за меру охрупчивания. Функцию ω естественно назвать поврежденностью и можно считать, что $\psi = 1 - \omega$. Величина может быть интерпретирована как относительная площадь поперечного сечения, занятая трещинами и вакансиями. Предполагается, что скорость изменения параметра поврежденности $\dot{\omega}$ зависит от напряжения σ и от ω . Простейшая гипотеза состоит в том, что $\dot{\omega}$ есть степенная функция отношения $\sigma/(1-\omega)$. Полученное напряжение носит название истинного напряжения. Это отношение может быть истолковано как среднее напряжение на площади поперечного сечения, свободной от трещин. Истинное напряжение вводится в определяющие уравнения, построенные для первой и второй стадий ползучести, чтобы описать третий участок кривой ползучести. Впоследствии концепция истинного напряжения была распространена на упругие и пластические деформации [5-10], что позволило учитывать накопления повреждений в условиях упругого нагружения и пластического течения [5-18]. В рамках связанной постановки задачи скалярный параметр поврежденности или компоненты тензора поврежденности входят в определяющие соотношения материала [1-18]. Исторически первой явилась математическая модель Качанова – Работнова [2-4]

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{3}{2} B \left(\frac{\sigma_e}{\psi} \right)^{n-1} \frac{s_{ij}}{\psi}, \quad \frac{d\psi}{dt} = -A \left(\frac{\sigma_e}{\psi} \right)^m. \tag{1}$$

2. Определяющие уравнения материала с инкорпорированными компонентами тензора поврежденности второго ранга

Для учета эффектов анизотропии был предложен целый ряд математических моделей. Одна из которых - модель для боросиликатного стекла, основанная на введении тензорной меры поврежденности [8-10]. Определяющие уравнения материала в общем случае имеют вид

$$\sigma_{ii} = \{K^e_{iikl}(T) + K^d_{iikl}(T)\} \times \{\varepsilon_{kl} - \varepsilon^{ih}_{kl}\},\tag{2}$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений, \mathcal{E}_{ij} – компоненты тензора деформаций, $K^{e}_{ijkl}(T)$ – компоненты тензора упругих модулей, в общем случае зависящих от температуры, $K^{d}_{ijkl}(T)$ – компоненты тензора упругих модулей, определяемых накоплением повреждений, \mathcal{E}^{th}_{ij} – температурные деформации. Компоненты тензора упругих модулей вычисляются как классические компоненты тензора упругих модулей линейно упругого изотропного материала

$$K_{ijkl}^{e} = \lambda(T)\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(T)(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{kj}), \qquad (3)$$

где $\lambda(T)$, $\mu(T)$ – постоянные Ламе. Компоненты тензора упругих модулей, обусловленных накоплением повреждений и учитывающих данный процесс, вычисляются с помощью соотношений

$$K_{ijkl}^{d} = C_{1}(T)(\delta_{ij}D_{kl} + \delta_{kl}D_{ij}) + C_{2}(T)(\delta_{jk}D_{il} + \delta_{il}D_{jk}),$$
(4)

где D_{ij} – компоненты тензора поврежденности, $C_i(T)$, i = 1, 2 – константы материала, определяемые экспериментально. Предполагается, что $0 \le D_{ii} \le 1$.

Оригинальная модель для боросиликатного стекла была предложена в [11]. В целях упрощения математической модели можно предположить, что внедиагональные компоненты тензора поврежденности равны нулю, а нормальные компоненты определяются выражениями

$$D_{ii} = \begin{cases} 0 & \sigma_i \leq \sigma_{ih} \\ \frac{\sigma_i - \sigma_{ih}(T)}{\sigma_c(T) - \sigma_{ih}(T)} & \sigma_{ih} < \sigma_i < \sigma_c \\ 1 & \sigma_i \geq \sigma_c \end{cases}$$
(5)

где σ_i , i = 1, 2, 3 – главные напряжения, σ_{th}, σ_c – пороговое и критическое значения напряжений соответственно. При напряжениях, ниже порогового значения σ_{th} накопления повреждений не происходит. Если главное напряжение достигает критического значения σ_c , материал считается полностью поврежденным $D_{ii} = 1$.

В развернутой форме определяющие уравнения принимают вид

$$\begin{vmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{33} \end{vmatrix} = \begin{cases} \lambda + 2\mu + 2D_{11}(C_1 + C_2) \\ \lambda + C_1(D_{11} + D_{22}) & \lambda + 2\mu + 2D_{22}(C_1 + C_2) \\ \lambda + C_1(D_{11} + D_{33}) & \lambda + C_1(D_{22} + D_{33}) & \lambda + 2\mu + 2D_{33}(C_1 + C_2) \\ 0 & 0 & 0 & \mu \\ 0 & 0 & 0 & \mu \\ 0 & 0 & 0 & \mu \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{vmatrix}$$
(6)

3. Пользовательская процедура UMAT МКЭ-пакета Simulia Abaqus

В настоящем разделе будут приведены конечно-элементные решения задач о трещинах в среде с поврежденностью в связанной постановке (упругость - поврежденность). Определяющие соотношения (2) – (6) инкорпорированы в многоцелевой расчетный комплекс Simulia Abaqus с пользовательской процедуры UMAT. Пользовательские помощью процедуры многофункционального расчетного комплекса Simulia Abaqus позволяют ввести в рассмотрение материалы, отсутствующие в стандартном наборе материальных моделей в стандартном пакете. Все конечно-элементные решения получены для определяющих уравнений (2) - (6). Интерес представляет оценка взаимного влияния эволюции напряженно-деформированного состояния в образце и процесса накопления повреждений, в особенности у вершины трещины или надреза. Первой моделью является пластина с центральной трещиной в условиях одноосного растяжения.

Особый интерес представляет определение конфигурации зон накопления повреждений у вершины трещины. Несмотря на достаточно богатый опыт работы с пользовательскими процедурами пакета SIMULIA Abaqus, накопленный исследователями в нашей стране и за рубежом [12-15,27, 29-36], позволяющий моделировать широкий класс материалов с инкорпорированными скалярной и тензорной мерой поврежденности, отсутствуют результаты вычислений, показывающих процессы накопления повреждений вблизи кончика трещины, и их систематичный анализ. В силу указанных причин можно остановиться на простой модели пластины с центральной трещины. Типичная схема разбиения области, окружающей трещины, показана на рисунке 1.



Рисунок 1. Пример конечно-элементного разбиения пластины на конечные элементы: вершины трещины окружают сингулярные элементы.

Модель с инкорпорированными компонентами тензора напряжений была применена для оценки зон активного накопления повреждений у вершин трещины. На рис. 4-8 приведены результаты вычислений. На рис. 1-4 показаны распределения напряжений в пластине без учета процесса накопления повреждений (слева) и с учетом поврежденности материала (справа). Компоненты тензора поврежденности показаны на рис. 5. Из рисунков видно, что накопление повреждений приводит к снижению значений всех компонент тензора напряжений. Таким образом, влияние поврежденности в материале приводит к снижению особенности поля напряжений вблизи вершины трещины. На рис. 5 а и в приведены распределения компонент тензора поврежденности D_{11} и D_{22} в пластине, связанные с максимальным и минимальным главными напряжениями

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} \pm \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\sigma_{12}^2}}{2}$$

В данном расчете компонента D_{33} связана со средним главным напряжением $\sigma_3 = v(\sigma_{11} + \sigma_{22}).$



Рисунок 2. Распределение интенсивности напряжений в пластине без учета накоплений повреждений (слева) и с учетом накопления повреждений (справа).



Рисунок 3. Распределение компоненты напряжений σ_{11} в пластине без учета накоплений



Рисунок 4. Распределение компоненты напряжений *σ*₁₂ в пластине без учета накоплений повреждений (слева) и с учетом накопления повреждений (справа).





3.2. Распределение поврежденности у вершины наклонной трещины в растягиваемой пластине с центральной трещиной

Для моделирования смешанного нагружения в полном диапазоне смешанных форм деформирования в работе была выполнена серия конечно-элементных расчетов для наклонной трещины в растягиваемой по оси ординат пластине.

На рисунках 7 - 9 показаны распределения компонент тензора поврежденности для наклонной под углом трещины. На рисунках 10-14 приведены распределения компонент тензора напряжений.



Рисунок 6. Распределение компонент тензора поврежденности: а – распределение компоненты D_{11} , b – распределение компоненты D_{22} , c – распределение компоненты D_{33} .



Рисунок 7. Распределение компоненты тензора поврежденности D_{11} в растягиваемой пластине.



Рисунок 8. Распределение компоненты тензора поврежденности D_{22} в растягиваемой пластине.



Рисунок 9. Распределение компоненты тензора поврежденности $D_{\rm 33}$ в растягиваемой



Рисунок 10. Распределение интенсивности напряжений в пластине без учета накоплений повреждений (слева) и с учетом накопления повреждений (справа).



Рисунок 11. Распределение компоненты напряжений σ_{11} в пластине без учета накоплений повреждений (слева) и с учетом накопления повреждений (справа).



Рисунок 12. Распределение компоненты напряжений σ_{22} в пластине без учета накоплений повреждений (слева) и с учетом накопления повреждений (справа).



Рисунок 13. Распределение компоненты напряжений *σ*₁₂ в пластине без учета накоплений повреждений (слева) и с учетом накопления повреждений (справа).



Рисунок 14. Распределение компоненты напряжений *σ*₁₂ в пластине без учета накоплений повреждений (слева) и с учетом накопления повреждений (справа).

3.3. Распределение поврежденности у вершины надреза в полукруглом диске

Одним из часто рассматриваемых образцов является полукруглый диск с вертикальным и наклонным надрезом. Геометрия образца и система приложенных нагрузок показана на рисунке 15.

4. Выводы

В настоящей работе описана процедура расчета поля поврежденности в образцах с трещинами посредством моделирования определяющих уравнений связанной постановки задачи в связке упругость-поврежденность. В конечно-элементном комплексе SIMULIA Abaqus реализована математическая модель материала с инкорпорированными компонентами тензора поврежденности второго ранга. Получены и проанализированы зоны активного накопления повреждений вблизи кончика трещины для целой серии экспериментальных образцов с дефектами.

По всей видимости, развитие практических приложений механики поврежденности будет идти по пути разработки комплекса вычислительных программ позволяющих: оценить напряженнодеформированное состояние в элементах конструкции; определить конфигурацию зон локализаций необратимых деформаций и зон активного накопления повреждений, что даст возможность оптимизировать массогабаритные характеристики элементов конструкций и по (компьютерного) пути реализации имитационного моделирования на основе экспериментальных и теоретических исследований для модельных и используемых в теплоэнергетике, авиа и автомобилестроении элементов конструкций, что позволит выработать и сформулировать критерии разрушения, учитывающие изменение свойств материала в процессе работы элемента конструкции, дать современные варианты ремонтных технологий.



Рисунок 15. Распределение компонент тензора поврежденности в диске с надрезом (нормальный отрыв).

5. Литература

- [1] Астафьев, В.И. Нелинейная механика разрушения / В.И. Астафьев, Ю.Н. Радаев, Л.В. Степанова. Самара: Самарский университет, 2001. 632 с.
- [2] Качанов, Л.М. О времени разрушения в условиях ползучести / Л.М. Качанов Изв. АН СССР. ОТН. 1958. С. 26-31.
- [3] Работнов, Ю.Н. О механизме длительного разрушения / Ю.Н. Работнов // Вопросы прочности материалов и конструкций. М.: Изд-во АН СССР. 1959. С. 5-7.
- [4] Работнов, Ю.Н. Избранные труды. Проблемы механики деформируемого твердого тела / Ю.Н. Работнов. М.: Наука, 1991. 196 с.
- [5] Кукуджанов, В.Н. Компьютерное моделирование деформирования, повреждаемости и разрушения неупругих материалов и конструкций / В.Н. Кукуджанов. – М.: МФТИ, 2008. – 215 с.
- [6] Kukudzhanov, V.N. Numerical Continuum Mechanics / V.N. Kukudzhanov. Berlin: De Gruyer, 2012. 425 p.
- [7] Кукуджанов, В.Н. Связанные модели упругопластичности и поврежденности и их интегрирование / В.Н. Кукуджанов // Изв. РАН. МТТ. 2006. № 6. С. 103-135.
- [8] Doquet, V. Fracture of a borosilicate glass under triaxial tension / V. Doquet, N. Ben Ali, A. Constantinescu, X. Boutillon // Mechanics of materials. 2013. Vol. 57. P. 15-29.
- [9] Doquet, V. Experimental and numerical study of crack healing in a nuclear glass / V. Doquet, N. Ben Ali, E. Chabert, F. Bouyer // Mechanics of Materials. 2015. Vol. 80. P. 145-162.

- [10] Dube, M. Modeling of thermal shock-induced damage in a borosilicate glass / M. Dube, V. Doquet, A. Constantinescu, D. George, Y. Remond, S. Ahzi // Mechanics of Materials. 2010. Vol. 42. P. 863-872.
- [11] Sun, X. Modeling of glass fracture damage using continuum damage mechanics-static spherical indentation / X. Sun, M.A. Khaleel // International Journal of Damage Mechanics. – 2004. – Vol. 13. – P. 263-284.
- [12] Извеков, О.Я. Решение связанных задач континуального разрушения термо- и пороупругих сред в SIMULIA ABAQUS / О.Я. Извеков, А.М. Крупеник [Electronic resource]. Access mode: http://www.tesis.com/software/abaqus/abaqus-exp.php.
- [13] Извеков, О.Я. Модель пористой среды с упругим трещиноватым скелетом / О.Я. Извеков, В.И. Кондауров // Известия РАН. Физика Земли. 2009. № 4. С. 31-42.
- [14] Кондауров, В.И. Механика и термодинамика насыщенной пористой среды / В.И. Кондауров. М.: МФТИ, 2007. 310 с.
- [15] Извеков, О.Я. О рассеянном разрушении пористых материалов с хрупким скелетом / О.Я. Извеков, В.И. Кондауров // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2010. № 3. С. 164-187.
- [16] Voyiadjis, G.Z. Handbook of Damage Mechanics. Nano to Macro Scale for Materials and Structures / G.Z. Voyaidjis. Dordrecht: Springer, 2014. 1000 p.
- [17] Murakami, S. Continuum Damage Mechanics. A Continuum Mechanics Approach to the Analysis of Damage and Fracture // Dordrecht: Springer, 2012. 423 p.
- [18] Dormieux, L. Micromechanics of Fracture and Damage (Mechanical Engineering and Solid Mechanics: Micromechanics Set) / L. Dormieux, D. Kondo. – Hebeken: Wiley-ISTE, 2016. – 312 p.
- [19] Работнов, Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций / Ю.Н. Работнов. М.: Наука, 2014. 752 с.
- [20] Степанова, Л.В. Параметр поврежденности Ю.Н. Работнова и описание длительного разрушения: результаты, современное состояние, приложение к механике трещин / Л.В. Степанова, С.А. Игонин // Прикладная механика и техническая физика. – 2015. – Т. 56, № 2(330). – С. 133-145.
- [21] Степанова, Л.В. О собственных значениях в задаче о трещине антиплоского сдвига в материале со степенными определяющими уравнениями / Л.В. Степанова // Прикладная механика и техническая физика. 2008. Т. 49, № 1(287). С. 173-180.
- [22] Степанова, Л.В. Асимптотика собственных значений нелинейной задачи на собственные значения, следующей из проблемы определения напряженно-деформированного состояния у вершины трещины в условиях смешанного нагружения / Л.В. Степанова, Е.М. Яковлева // Сибирский журнал вычислительной математики. 2016. Т. 19, № 2. С. 207-222.
- [23] Stepanova, L. Stress-strain state near the crack tip under mixed-mode loading: Asymptotic approach and numerical solutions of nonlinear eigenvalue problems / L. Stepanova, E. Yakovleva // AIP Conference Proceedings. – 2016. – Vol. 1785. – P. 030030.
- [24] Степанова, Л.В. Напряженно-деформированное состояние в окрестности вершины трещины в условиях смешанного нагружения / Л.В. Степанова, Е.М. Адылина // Журнал прикладной механики и технической физики. 2014. Т. 55, № 5(327). С. 181-194.
- [25] Степанова, Л.В. Смешанное деформирование пластины с трещиной в условиях плоского напряженного состояния / Л.В. Степанова, Е.М. Яковлева // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2014. № 3. С. 129-162.
- [26] Stepanova, L. Intermediate Asymptotic behavior of the stress and damage fields in the vicinity of the mixed-mode crack tip under creep regime / L. Stepanova, E. Mironova // Ceur Workshop Proceedings. – 2017. – Vol. 1904. – P. 141-150.
- [27] Ломакин, Е.В. Моделирование локально-функциональных свойств материала, поврежденного полями дефектов / Е.В. Ломакин, С.А. Лурье, П.А. Белов, Л.Н. Рабинский // Доклады Академии Наук. 2017. Т. 472. С. 282-285.
- [28] Meng, Q. Creep damage models and their applications for crack growth analysis in pipes: A review / Q. Meng, Z. Wang // Engineering Fracture Mechanics. – 2019. – Vol. 205. – P. 547-576.

- [29] Fengxia, O. Abaqus implementation of creep failure in polymer matrix composites with transverse isotropy. Ph. D. Thesis, 2005. 90 p.
- [30] Barbero, E.J. Determination of material properties for ANSYS progressive damage analysis of laminated composites / E. J. Barbero, M. Shahbazi // Composite Structures. – 2017. – Vol. 176. – P. 768-779.
- [31] Wan, Y. Multi-scale structure modeling of damage behaviors of 3D orthogonal woven composite materials subject to quasi-static and high strain rate compressions / Y. Wan, B. Sun, B. Gu // Mechanics of Materials. – 2016. – Vol. 94. – P. 1-25.
- [32] Van Dongen, B. A blended continuum damage and fracture mechanics method for progressive damage analysis of composite structures using XFEM / B. Van Dongen, A. Van Oostrum, D. Zarouchas // Composite Structures. 2018. Vol. 184. P. 512-522.
- [33] Jin, W. Nonlocal enrichment of a micromechanical damage model with tensile softening: Advantages and limitations / W. Jin, C. Arson // Computers and Geotechnics. – 2018. – Vol. 94. – P. 196-206.
- [34] Saeedi, M.R. Experimental and numerical study of mode-I and mixed-mode fracture of ductile Unotched functionally graded materials / M.R. Saeedi, M.R. Morovvati, Y. Alizadeh-Vaghasloo // International Journal of Mechanical Sciences. – 2018. – Vol. 144. – P. 324-340.
- [35] Бойл, Дж. Анализ напряжений в конструкциях при ползучести / Дж. Бойл, Дж. Спенс. М.: Мир, 1986. 360 с.
- [36] Ломакин, Е.В. Растяжение полосы, ослабленной вырезами с круговым основанием, в условиях плоской деформации из материала с зависящими от вида напряженного состояния свойствами / Е.В. Ломакин, Б.Н. Федулов // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2013. – № 4. – С. 80-87.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №16-08-00571).

Computational simulation of the damage accumulation processes in cracked solids by the user procedure UMAT of Simulia Abaqus

L.V. Stepanova¹

¹Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. In the paper the experience of using the user procedure UMAT of FEM program SIMULIA Abaqus for damage accumulation process in the vicinity of the crack is presented. The constitutive equations are based on the Hook's law with the damage tensor components incorporated into the constitutive relations. The material model is described by means of user procedure of Simulia Abaqus. Damage tensor of the second rang is incorporated into constitutive equations. A large series of numerical experiments have been performed. Damage tensor components in cracked specimens of different configurations under mixed mode loading are found. Is shown that damage accumulation process leads to decrease of the stress concentration in cracked specimens.