

Изменение интенсивности на каустике автофокусирующихся чирп-пучков в зависимости от амплитуды падающего пучка

А.В. Устинов

Институт систем обработки изображений - филиал ФНИЦ
«Кристаллография и фотоника» РАН
Самара, Россия
andr@ipsiras.ru

А.Р. Скиданова

Самарский национальный исследовательский университет
им. академика С.П. Королева
Самара, Россия
Skidanovaanna253@gmail.com

Аннотация — Мы получили выражение для амплитуды/интенсивности поля вдоль линии каустики автофокусирующихся пучков, формируемых при освещении обобщённой линзы. Мы рассмотрели два вида амплитуды падающего пучка: произведение степенной и экспоненциальной функций и дробно-рациональная. При различном соотношении параметров зависимость интенсивности имеет несколько форм, в том числе немонотонную.

Ключевые слова — Автофокусировка, обобщённая линза, каустика, чирп-пучок

1. ВВЕДЕНИЕ

Свойство автофокусировки имеют пучки, для которых в исходном поперечном распределении присутствует градиент фазы. К этому типу относятся круговые пучки Эйри [1-3], пучки Пирси [4,5], абберационные пучки [6], а также обобщённые пучки Эйри. Наиболее используемый фокусирующий элемент – это линза, которая имеет квадратичную зависимость фазы от радиуса, т.е. линейный чирп. Круговые пучки Эйри с зависимостью фазы, близкой к $r^{3/2}$, соответствуют сублинейному чирпу [2].

Ещё одно семейство пучков данного типа – это пучки, имеющие радиальную зависимость фазы r^q , причём q принимает любое положительное значение, в том числе $q > 2$ (сверхлинейный чирп). Оптические элементы с такой зависимостью фазы называются обобщёнными линзами [7]. В работе [8] было доказано, при каких условиях при освещении обобщённой линзы плоским пучком формируется каустика и получено уравнение её линии.

В докладе [9] было вычислено распределение амплитуды/интенсивности вдоль линии каустики при освещении пучком с амплитудой, описываемой степенной функцией (в частности константой) и обобщённой экспоненциальной функцией. Данный доклад является его продолжением, и в нём мы рассмотрим два других вида падающего пучка: амплитуда в виде произведения степенной и обобщённой экспоненциальной функции; дробно-рациональная амплитуда.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ РАСЧЁТЫ

Расчёт распространения поля, в частности процесса автофокусировки, будет производиться на основе преобразования Френеля (считаем, что мы находимся в рамках его применимости). Если пучок с амплитудой $A(r)$ падает на обобщённую линзу, то исходное поле $f(r, \varphi)$ имеет радиальную симметрию:

$f(r, \varphi) = A(r) \exp(-i(k\alpha r)^q)$. В этом случае преобразование Френеля определяется выражением:

$$E(\rho, z) = -\frac{ik}{2\pi z} \exp\left(\frac{ik}{2z} \rho^2\right) \times \int_0^\infty f(r) \exp\left(\frac{ik}{2z} r^2\right) r dr \int_0^{2\pi} \exp\left\{-\frac{ik}{z} \rho r \cos(\varphi)\right\} d\varphi. \quad (1)$$

Для анализа линии каустики и поля вдоль неё лучше (показано в [8]) использовать не само выражение (1), а его приближение, хотя при малом ρ такое применение некорректно.

$$E(\rho, z) \approx -ie^{i\pi/4} \sqrt{\frac{k}{2\pi z \rho}} \exp\left(ik \frac{\rho^2}{2z}\right) \times \int_0^\infty f(r) \exp\left(ik \frac{r^2}{2z}\right) \exp\left(-ik \frac{\rho r}{z}\right) \sqrt{r} dr. \quad (2)$$

Это выражение было приведено в [2] без доказательства, которое дано в [8].

Линия каустики получена методом стационарной фазы; при этом каустика существует только при $q > 2$. Фаза равна $\psi(r) = (k\alpha r)^q - \frac{kr^2}{2z} + \frac{kr\rho}{z}$, стационарная точка $r_0 = \left[k^{-1}(k\alpha)^q(q-1)z\right]^{-1/(q-2)}$, а уравнение линии каустики $\rho(z) = r_0(q-2)/(q-1)$. Если $A(r) = 1$, то амплитуда на линии каустики равна

$$E(\rho, z) \approx e^{-i\pi/4} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{k}{2\pi z}} \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}\right) e^{-i\psi(r_0)} \sqrt{r_0} \cdot \sqrt[3]{\frac{6}{\psi'''(r_0)}}. \quad (3)$$

Это выражение получено методом стационарной фазы для *двукратной* стационарной точки. Если $A(r) \neq const$, то добавится множитель $A(r_0)$. Ниже используется

обозначение $a = \left[k^{-1}(k\alpha)^q(q-1)z\right]^{-1/(q-2)}$.

А. Амплитуда падающего пучка равна $\exp\left[-(\mu r)^s\right] \cdot \frac{1}{(\beta r)^p}$, $s > 0$ – произведение рассмотренных в [9] степенной и экспоненциальной функций. Для поля на каустике получаем выражение.

$$E(\rho, z) = A_2 \frac{\sqrt{q-1}}{\sqrt{q-2}} \cdot \sqrt{\frac{k}{z}} \cdot \frac{a^{\frac{1}{3}p}}{\beta^p} \left(z \frac{1}{q-2} \right)^{\frac{1}{3}p} \exp \left[- \left(\mu a z \frac{1}{q-2} \right)^s \right]. \quad (4)$$

После преобразований (без постоянных и чисто фазовых множителей) находим, что интенсивность на каустике имеет зависимость:

$$I(\rho, z) \propto z^{-\frac{q-6p}{3(q-2)}} \cdot \exp \left[-2 \left(\mu a z \frac{1}{q-2} \right)^s \right]. \quad (5)$$

При $p \geq q/6$ интенсивность при увеличении z монотонно *возрастает* от нуля до конечного числа (при $p = q/6$) или до бесконечности (при $p > q/6$). При $p < q/6$ поведение качественно похоже на случай без степенного множителя ($p=0$): интенсивность растёт от нуля до максимума, а затем убывает до нуля.

Б. Амплитуда падающего пучка равна $\frac{r^m}{(\alpha_1^2 + r^2)^s}$, $m \leq 2s$. В этом случае поле на каустике

$$E(\rho, z) \propto z^{-1/6} \left(a z \frac{1}{q-2} \right)^{\frac{1}{3}+m} \cdot \left(\alpha_1^2 + a^2 z \frac{2}{q-2} \right)^{-s}, \quad (6)$$

а интенсивность на каустике имеет зависимость:

$$I(\rho, z) \propto \frac{z^{-\frac{6m+q}{3(q-2)}}}{\left(\alpha_1^2 + a^2 z \frac{2}{q-2} \right)^{2s}}. \quad (7)$$

В зависимости от соотношений между параметрами возможно девять различных видов зависимости интенсивности от расстояния. Например, при выполнении неравенств $m+q/6 > 0$; $m+q/6 < 2s$ на концах $z = 0$ и $z = \infty$ интенсивность равна нулю (рис. 1).

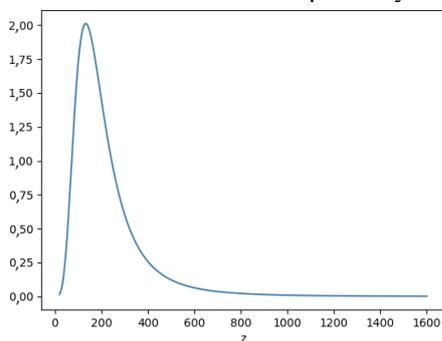


Рис. 1. График функции (7) при $m = 1,5$; $s = 2$, $q = 3$

Максимум находится при z , равном

$$z_0 = \left[\frac{\alpha_1 \sqrt{2m+q/3}}{a \sqrt{4s - (2m+q/3)}} \right]^{2-q}.$$

Стоит заметить, что рост интенсивности при росте z не противоречит физическому смыслу. Причина в том, что линия каустики в реальности является *ограниченной*. Хотя уравнение для $\rho(z)$ определяет неограниченную кривую, похожую на гиперболу, асимптотически приближающуюся к оптической оси, из примечания перед (2) следует, что приведённые выражения верны только для *ограниченного участка* этой кривой. Поэтому суммарная энергия вдоль линии каустики будет конечной.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данном докладе мы рассмотрели ещё два вида автофокусирующихся пучков, формируемых при освещении обобщённой линзы пучком с *переменной* амплитудой. Зависимость интенсивности может иметь разнообразный вид: возрастающей, убывающей, иметь максимум/минимум; крайвые значения могут быть любыми – нуль, положительное число, бесконечность. Это разнообразие увеличивает гибкость управления пучками при их применении.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 21-79-20075 и Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН (соглашение № 007-ГЗ/Ч33363/26).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Efremidis, N.K. Abruptly autofocusing waves / N.K. Efremidis, D.N. Christodoulides // Opt. Lett. – 2010. – Vol. 35(23). – P. 4045-4047. DOI: 10.1364/OL.35.004045.
- [2] Chremmos, I. Pre-engineered abruptly autofocusing beams / I. Chremmos, N.K. Efremidis, D.N. Christodoulides // Opt. Lett. – 2011. – Vol. 36(10). – P. 1890-1892. DOI: 10.1364/OL.36.001890.
- [3] Porfirev, A.P. Generation of the azimuthally modulated circular superlinear Airy beams / A.P. Porfirev, S.N. Khonina // J. Opt. Soc. Am. B. – 2017. – Vol. 34(12). – P. 2544-2549. DOI: 10.1364/JOSAB.34.002544.
- [4] Ring, J. Auto-focusing and self-healing of Pearcey beams / J. Ring, J. Lindberg, A. Mourka, M. Mazilu, K. Dholakia, M. Dennis // Opt. Express. – 2012. – Vol. 20(17). – P. 18955-18966. DOI: 10.1364/OE.20.018955.
- [5] Chen, X. Nonparaxial propagation of abruptly autofocusing circular Pearcey Gaussian beams / X. Chen, D. Deng, J. Zhuang, X. Yang, H. Liu, G. Wang // Appl. Opt. – 2018. – Vol. 57(28). – P. 8418-8423. DOI: 10.1364/AO.57.008418.
- [6] Reddy, A.N.K. Generating autofocused aberration laser beams with different spectral performance / A.N.K. Reddy, S.N. Khonina, V. Pal // J. Opt. – 2020. – Vol. 22. – P. 045606. DOI: 10.1088/2040-8986/ab7838.
- [7] Gorelick, S. Axilenses: Refractive micro-optical elements with arbitrary exponential profiles / S. Gorelick, D.M. Paganin, A. Marco // Appl. Photonics. – 2020. – Vol. 5. – P. 106110.
- [8] Khonina, S.N. Sudden autofocusing of superlinear chirp beams / S.N. Khonina, A.P. Porfirev, and A.V. Ustinov // Journal of Optics. – 2018. – Vol. 20. – P. 025605.
- [9] Ustinov, A.V. Intensity analysis on caustic of autofocusing chirp beams / A.V. Ustinov, E.O. Monin // IEEE Proceedings of ITNT-2022. DOI: 10.1109/ITNT55410.2022.9848662.