

Исследование возможности повышения разрешения оптических систем в присутствии aberrаций на основе амплитудной аподизации

Я.Р. Скиданов¹

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. Оптические системы визуализации страдают от ограничения разрешения из-за дифракционной природы света, а также от наличия aberrаций волнового фронта. Одним из способов преодоления дифракционного предела является амплитудная и/или фазовая аподизация оптической системы. Однако, как правило, аподизация позволяет не только уменьшить размер светового пятна, но и приводит к появлению боковых лепестков, которые ухудшают изображающие свойства. Таким образом, необходимо соблюдать компромисс между уменьшением размера светового пятна и уровнем боковых лепестков, что требует соответствующих исследований. Для описания волнового фронта часто используются ортогональные полиномы Цернике. Коэффициенты разложения волнового фронта по полиномам Цернике позволяют определить величину отклонения от идеального фронта и типы aberrаций, присутствующие в искажении. Для визуальной оценки качества изображения используют функцию рассеяния точки. В данной работе рассмотрено формирование функций рассеяния от двух близкорасположенных точечных источников света и выполнено исследование изменения разрешающей способности системы при ее амплитудной аподизации в отсутствии и наличии различных aberrаций.

1. Введение

Обычно оптические системы визуализации, такие как наземные астрономические телескопы, системы оптической коммуникации, микроскопы, а также системы человеческого зрения, страдают от ограничения разрешения из-за дифракционной природы света, а также от наличия aberrаций волнового фронта[1-7]. Одним из способов преодоления дифракционного предела является амплитудная и/или фазовая аподизация оптической системы[8-20]. Однако, как правило, аподизация позволяет не только уменьшить размер светового пятна, но и приводит к появлению боковых лепестков [21-25], которые ухудшают изображающие свойства. Таким образом, необходимо соблюдать компромисс между уменьшением размера светового пятна и уровнем боковых лепестков, что требует соответствующих исследований.

В частности, вводя асимметричную аподизацию[19, 26-29] в плоскость зрачка, можно устранить низкочастотные боковые лепестки в распределении падающего поля, что приводит к

решению практической задачи, известной как разрешение двух точек [30], т. е. когда два близко расположенных светящихся объекта наблюдаются при наличии геометрических aberrаций. В этом случае лучи, исходящие из точек, будут формировать вокруг параксиальных изображений точек перекрывающиеся картины функций рассеяния точек (ФРТ), что приводит к слиянию точек.

Основными причинами aberrаций волнового фронта являются: турбулентность атмосферы, неидеальность форм оптических элементов системы, погрешности при юстировке системы и др. [31-35]. Общепринятым представлением волнового фронта является базис полиномов Цернике [36-40]. Ранее, для прямого измерения коэффициентов aberrаций волнового фронта были апробированы ДОО, согласованные с набором полиномов Цернике [41-43]. Коэффициенты разложения волнового фронта по полиномам Цернике позволяют определить величину отклонения от идеального фронта и типы aberrаций, присутствующие в искажении.

Для визуальной оценки качества изображения используют функцию рассеяния точки. В данной работе рассмотрено формирование функций рассеяния от двух близкорасположенных точечных источников света и выполнено исследование изменения разрешающей способности системы при ее амплитудной аподизации в отсутствии и наличии различных aberrаций.

2. Теория

Два точечных источника света задаются внесением в поле зрачка линзы синусоидального сигнала:

$$W(r, \varphi) = \begin{cases} \sin(ax), & r \leq r_0, \\ 0, & r \geq r_0, \end{cases} \quad (1)$$

где a пропорционально расстоянию между точечными источниками, r_0 – радиус зрачка линзы.

Формирование ФРТ моделируется с помощью преобразования от функции зрачка.

Дискретное преобразование Фурье для двумерного массива чисел размера $M \times N$ определяется следующим образом:

$$G_{u\omega} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N-1} \left[\frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} x_{mn} \exp\left(-\frac{2\pi i m \omega}{M}\right) \right] \exp\left(-\frac{2\pi i n \omega}{N}\right) \quad (2)$$

В данной работе исследованы 4 типа систем, изображающих два точечных источника:

1. Идеальная
2. Аподизированная
3. Абберрированная
4. Аподизированно-абберрированная

1. В первом случае входной сигнал не изменяется.

2. При аподизации амплитуда сигнала умножается на параболическую функцию. Так как амплитуда нормируется, парабола задается в виде $\frac{r^2}{r_0^2}$, где r расстояние от центра координат до точки.

$$W(r, \varphi) = \begin{cases} \sin(ax) * \frac{r^2}{r_0^2}, & r \leq r_0, \\ 0, & r \geq r_0, \end{cases} \quad (3)$$

3. Aberrация задается полиномами Цернике.

Круговые полиномы Цернике, которые представляют собой множество ортогональных функций с угловыми гармониками в круге радиуса R :

$$\Psi_{nm}(r, \varphi) = \sqrt{\frac{n-1}{\pi * R^2}} Z_n^m(r) \exp(im\varphi) \quad (4)$$

где $Z_n^m(r)$ – радиальные полиномы Цернике:

$$Z_n^m(r) = \sum_{p=0}^{\frac{n-m}{2}} \frac{(-1)^p (n-p)!}{p! \left(\frac{m-n}{2}-p\right)! \left(\frac{n-m}{2}-p\right)!} \left(\frac{r}{R}\right)^{(n-2p)} \quad (5)$$

Заметим, что aberrации волнового фронта, встречающиеся в оптических системах, обычно описываются косинусной и синусной зависимостью от азимутального угла φ :

$$V(r, \varphi) = \exp[i\Psi_{nm}(r, \varphi)], \Psi_{nm}(r, \varphi) = \sqrt{\frac{n-1}{\pi * R^2}} Z_n^m(r) \begin{cases} \cos(m\varphi), & m \geq 0 \\ \sin(m\varphi), & m < 0 \end{cases}$$

Тогда входной сигнал получим в виде:

$$W(r, \varphi) = \begin{cases} \sin(ax) * \exp[i\Psi_{nm}(r, \varphi)], & r \leq r_0, \\ 0, & r \geq r_0. \end{cases}$$

4. Соответственно aberrированно-аподизированный случай описывается следующим выражением:

$$W(r, \varphi) = \begin{cases} \sin(ax) * \exp[i\Psi_{nm}(r, \varphi)] \frac{r^2}{r_0^2}, & r \leq r_0, \\ 0, & r \geq r_0. \end{cases}$$

2. Результаты моделирования

Для исследования изменения разрешающей способности системы при наличии aberrаций была использована полином Цернике $\Psi_{53}(r, \varphi)$, описывающий кому.

Таблица 1. Амплитуда функции рассеяния точки для различных расстояний между источниками.

<i>a</i>	Идеальная	Аподизированная	Аберрированная	Аподизированно-аберрированная
0,05				
0,04				
0,03				
0,02				

По таблице 1 видно, что когда в идеальной системе источники света уже сливаются, в аподизированных и aberrированных системах они все еще различимы.

Разрешающая способность системы двух точечных источников света при воздействии на систему aberrаций и аподизаций улучшается.

Чтобы еще раз наглядно в этом убедиться возьмем такое расстояние *a*, что два точечных источника станут неразличимы. Если задать *a*=0,016, то в сечении амплитуды идеальной системы (рис. 1) будет наблюдаться один пик. Расстояние между источниками в этом случае

настолько мало, что их пики сливаются в один. При добавлении возмущений в систему, аподизаций или aberrаций, эти пики разделяются и становятся различимы (рис.2, рис.3, рис.4).

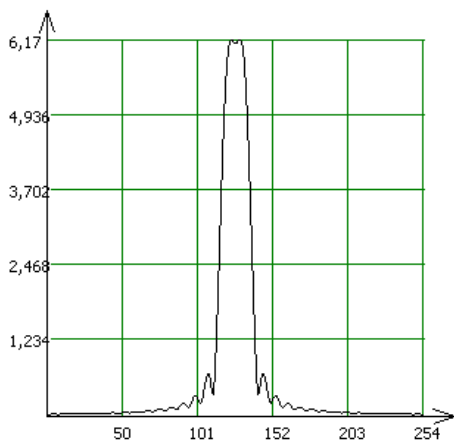


Рисунок 1. Идеальная система.

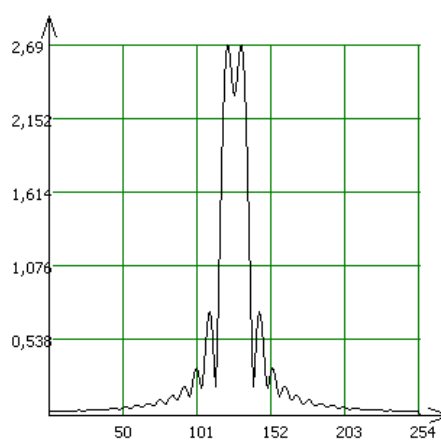


Рисунок 2. Аподизированная система.

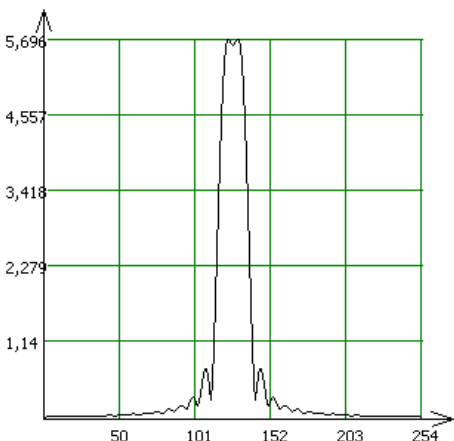


Рисунок 3. Абберрированная система.

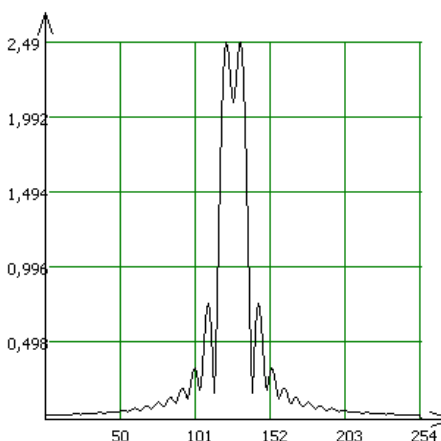
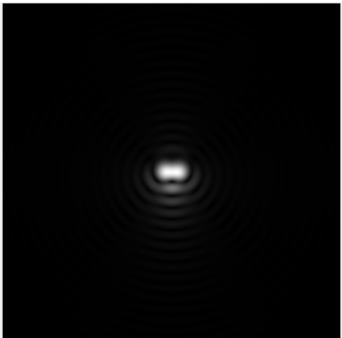
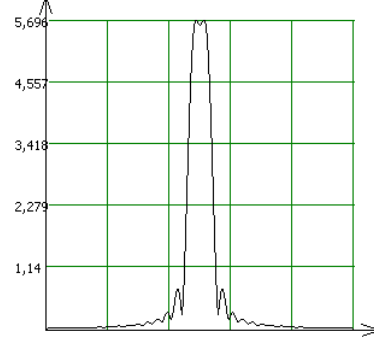
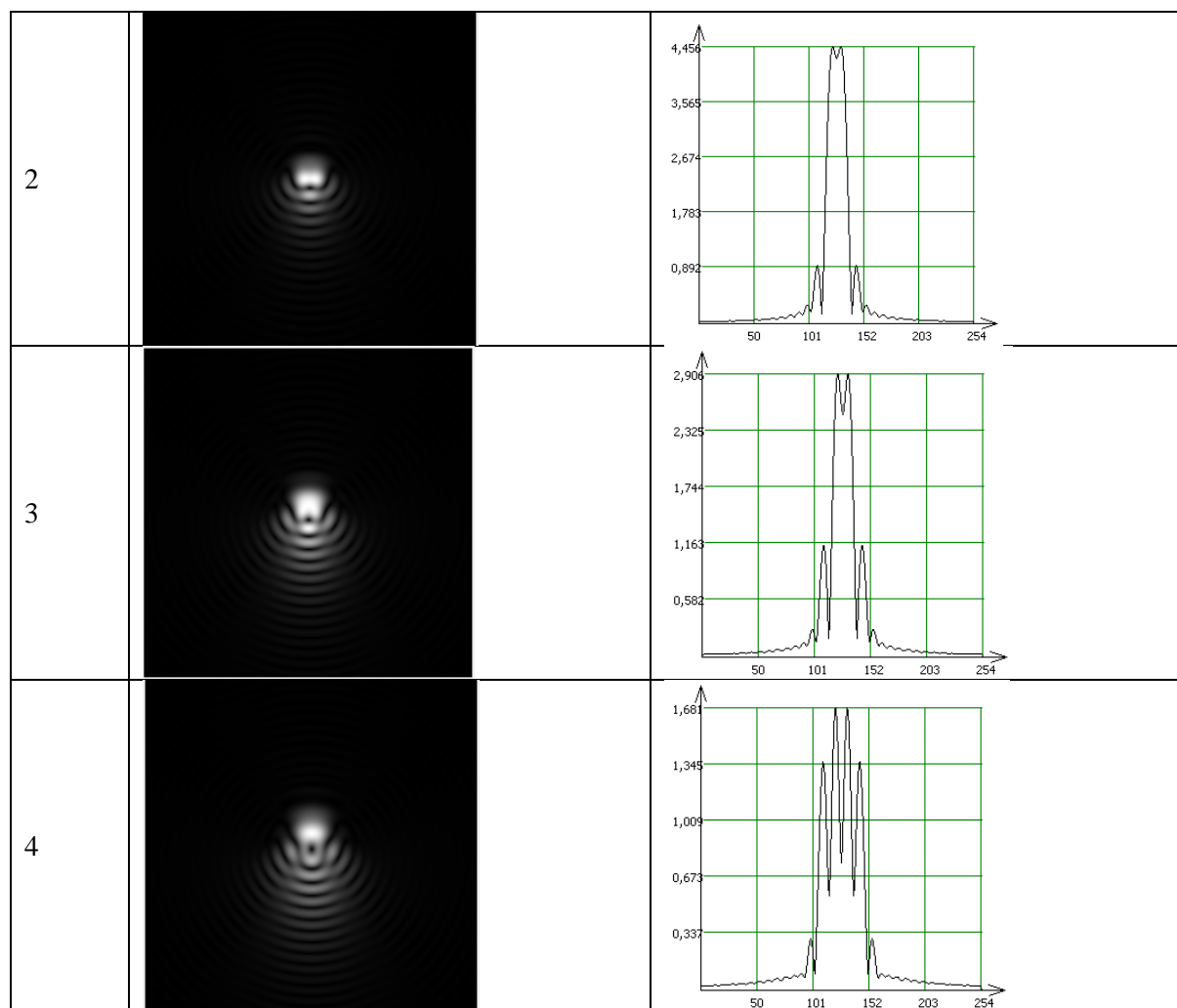


Рисунок 4. Аподизированно-абберрированная система.

Как можно заметить из рис.3 добавление aberrации почти не повлияло на изображение, все также сложно различить отдельные пики. Однако, если в формуле (8) аргумент экспоненты домножить на некоторое число $b > 0$, то влияние aberrации на нашу систему резко усилится, и пики точечных источников будут более различимы, но также возрастет вклад боковых лепестков (Таблица 2).

Таблица 2. Амплитуда функции рассеяния точки для различной степени aberrации b при расстоянии между источниками $a=0,016$.

b	ФРТ	Сечение ФРТ
1		



4. Литература

- [1] Welford, W.T. Aberrations of optical systems / W.T. Welford // Adam Hilger Press (Bristol and Philadelphia), 1986.
- [2] Charman, W.N. Wavefront aberrations of the eye: a review / W.N. Charman // *Optom. Vis. Sci.* – 1991. – Vol. 68. – P. 574-583.
- [3] Roggemann, M.C. In *Imaging through Turbulence* / M.C. Roggemann, B. Welsh. – CRC Press, 1996.
- [4] Hardy, J.W. *Adaptive Optics for Astronomical Telescopes* / J.W. Hardy // New York: Oxford, 1998.
- [5] Beckers, J.M. Adaptive optics for astronomy: principles, performance, and applications / J.M. Beckers // *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*. – 1993. – Vol. 31(1). – P. 13-62. DOI: 10.1146/annurev.aa.31.090193.000305.
- [6] Клебанов, Я.М. Компенсация aberrаций волнового фронта в телескопах космических аппаратов с регулировкой температурного поля телескопа / Я.М. Клебанов, А.В. Карсаков, С.Н. Хонина, А.Н. Давыдов, К.А. Поляков // *Компьютерная оптика*. – 2017. – Т. 41, № 1. – С. 30-36. DOI: 10.18287/0134-2452-2017-41-1-30-36.
- [7] Atchison, D.A. Wavefront aberrations and their clinical application / D.A. Atchison // *Clin. Exp. Optom.* – 2009. – Vol. 92(3). – P. 171-172.
- [8] Хорин, П.А. Анализ aberrаций роговицы человеческого глаза / П.А. Хорин, С.Н. Хонина, А.В. Карсаков, С.Л. Бранчевский // *Компьютерная оптика*. – 2016. – Т. 40, № 6. – С. 810-817. DOI: 10.18287/0134-2452-2016-40-6-810-817.

- [9] Jacquinot P, Roizen-dossier B. Apodization. *Progress in Optics* 1964; 3: 29-32.
- [10] Barakat, R. Solution to the Lunenberg Apodization problems / R. Barakat // *JOSA*. – 1962. – Vol. 52. – P. 264-272.
- [11] Dowski, E.R. Extended depth of field through wavefront coding / E.R. Dowski, W.T. Cathey // *Appl. Opt.* – 1995. – Vol. 34. – P. 1859-1866.
- [12] Pan, C. The extension ratio of depth of field by wavefront coding method / C. Pan, J. Chen, R. Zhang, S. Zhuang // *Opt Express*. – 2008. – Vol. 16(17). – P. 13364-13371.
- [13] Khonina, S.N. Generalized apodization of an incoherent imaging system aimed for extending the depth of focus / S.N. Khonina, A.V. Ustinov // *Pattern Recognition and Image Analysis*. – 2015. – Vol. 25(4). – P. 626-631.
- [14] Cheng, L. Asymmetric apodization / L. Cheng, G.G. Siu // *Measurement and Technology*. – 1991. – Vol. 2(3). – P. 198-202.
- [15] Siu, G.G. Asymmetric apodization applied to linear arrays / G.G. Siu, M. Cheng, L. Cheng // *J Phys D: Applied Physics*. – 1997. – Vol. 30(5). – P. 787-792.
- [16] Zervas, M.N. Asymmetrically apodised linear chirped fiber gratings for efficient pulse compression / M.N. Zervas, D. Tarvener // *Fiber and Integrated Optics*. – 2000. – Vol. 19(4). – P. 355-365.
- [17] Khonia, S.N. Vortex phase transmission function as a factor to reduce the focal spot of high-aperture focusing system / S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy, S.G. Volotovskiy // *J. Mod. Opt.* – 2011. – Vol. 58(9). – P. 748-760.
- [18] Khonina, S.N. Influence of vortex transmission phase function on intensity distribution in the focal area of high-aperture focusing system / S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy, S.G. Volotovskiy // *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics)*. – 2011. – Vol. 20(1). – P. 23-42.
- [19] Reddy, A.N.K. Asymmetric apodization for the comma aberrated point spread function / A.N.K. Reddy, D.K. Sagar, S.N. Khonina // *Computer Optics*. – 2017. – Vol. 41(4). – P. 484-488. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-4-484-488.
- [20] Reddy, A.N.K. Complex pupil masks for aberrated imaging of closely spaced objects / A.N.K. Reddy, D.K. Sagar, S.N. Khonina // *Optics and Spectroscopy*. – 2017. – Vol. 123(6). – P. 940-949. DOI: 10.1134/S0030400X17120189.
- [21] Siu, G.G. Improved side-lobe suppression in asymmetric apodization / G.G. Siu, L. Cheng, D.S. Chiu // *J. Phys. D: Applied Physics*. – 1994. – Vol. 27(3). – P. 459-463.
- [22] Хонина, С.Н. Минимизация светового и теневого фокального пятна с контролируемым ростом боковых лепестков в фокусирующих системах с высокой числовой апертурой / С.Н. Хонина, С.Г. Волотовский // *Компьютерная оптика*. – 2011. – Т. 35, № 4. – P. 438-451.
- [23] Khonina, S.N. Minimizing the bright/shadow focal spot size with controlled side-lobe increase in high-numerical-aperture focusing systems / S.N. Khonina, S.G. Volotovskiy // *Advances in Optical Technologies (Hindawi Publishing Corporation)*. – 2013. – P. 267684 (13 pp). DOI: 10.1155/2013/267684.
- [24] Khonina, S.N. Reduction of the focal spot size in high-aperture focusing systems at inserting of ab-errations / S.N. Khonina, E.A. Pelevina // *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics)*. – 2011. – Vol. 20(3). – P. 155-167.
- [25] Khonina, S.N. Analysis of wave aberration influence on reducing the focal spot size in a high-aperture focusing system / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, E.A. Pelevina // *J. Opt.* – 2011. – Vol. 13. – P. 095702.
- [26] Goud, M.K. Point spread function of asymmetrically apodized optical systems with complex pupil filters / M.K. Goud, R. Komala, A.N.K. Reddy, S.L. Goud // *Acta Physica Polonica A*. – 2012. – Vol. 122(1). – P. 90-95.
- [27] Reddy, A.N.K. Point spread function of optical systems apodised by a semicircular array of 2D aperture functions with asymmetric apodization / A.N.K. Reddy, D.K. Sagar // *Journal of Information and Communication Convergence Engineering*. – 2012. – Vol. 12(2). – P. 83-88.
- [28] Kowalczyk, M. Asymmetric apodization in confocal scanning systems / M. Kowalczyk, C.J. Zapata-Rodriguez, M. Martinez-Corral // *Appl. Opt.* – 1998. – Vol. 37(35). – P. 8206-8214.

- [29] Yang, W. One-sided achromatic phase apodization for imaging of extra solar planets / W. Yang, A.B. Kotinski // *The Astrophysical Journal*. – 2004. – Vol. 605(2). – P. 892-901.
- [30] Barakat, R. Application of apodization to increase Two-point resolution by Sparrow criterion under incoherent illumination / R. Barakat // *JOSA*. – 1962. – Vol. 52. – P. 276-283.
- [31] Descloux, A. Aberrations of Point spread function of Multimode fiber due to partial mode excitation / A. Descloux, L.V. Amitonova, W.H.P. Pepijn // *Optics Express*. – 2016. – Vol. 24(16). – P. 18501-18512.
- [32] Watson, A.B. Computing human optical Point spread functions / A.B. Watson // *Journal of Vision*. – 2015. – Vol. 15(26). – P. 1-25.
- [33] Yalong, Gu. Measurement of atmospheric turbulence by vortex beam / Gu. Yalong, G. Gbur // *Opt. Commn.* – 2010. – Vol. 283. – P. 1209-1212.
- [34] Soifer, V.A. Vortex beams in turbulent media: review / V.A. Soifer, O. Korotkova, S.N. Khonina, E.A. Shchepakina // *Computer Optics*. – 2016. – Vol. 40(5). – P. 605-624. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-5-605-624.
- [35] Porfirev A.P. Study of propagation of vortex beams in aerosoloptical medium / A.P. Porfirev, M.S. Kirilenko, S.N. Khonina, R.V. Skidanov, V.A. Soifer // *Applied Optics*. – 2017. – Vol. 56(11). – P. E8-E15.
- [36] Вольф, Э. Основы оптики / Э.Вольф, М. Борн. – Москва: Наука, 1973.
- [37] Noll, R.J. Zernike polynomials and atmospheric turbulence / R.J. Noll // *J. Opt. Soc. Am.* – 1976. – Vol. 66. – P. 207-211.
- [38] Wang, J.Y. Wave-front interpretation with Zernike polynomials / J.Y. Wang, D.E. Silva // *Appl. Opt.* – 1980. – Vol. 19. – P. 1510-1518.
- [39] Sheppard, C.J.R. Zernike expansion of pupil filters: optimization of the signal concentration factor / C.J.R. Sheppard // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2015. – Vol. 32(5). – P. 928-933.
- [40] Braat, J.M. Assessment of optical systems by means of point-spread functions / J.M. Braat, S. van Haver // *Optics Research Group, Technical University Delft, Progress in Optics*, 2008.
- [41] Khonina, S.N. Decomposition of a coherent light field using a phase Zernike filter / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, Y. Wang, D. Zhao // *Proc. SPIE*. – 1998. – Vol. 3573. – P. 550-553.
- [42] Ha, Y. Diffractive optical element for Zernike decomposition / Y. Ha, D. Zhao, Y. Wang, V.V. Kotlyar, S.N. Khonina, V.A. Soifer // *Proc. SPIE*. – 1998. – Vol. 3557. – P. 191-197.
- [43] Porfirev, A.P. Experimental investigation of multi-order diffractive optical elements matched with two types of Zernike functions / A.P. Porfirev, S.N. Khonina // *Proc. SPIE*. – 2016. – Vol. 9807. – P. 98070E (9 pp).

Research the possibility of increasing resolution of optical systems in the presence of aberration based on amplitude apodization

Y.R. Skidanov¹

¹ Samara National Research University, Moskovskoye shosse, 34, Samara, Russia, 443086

Abstract. Optical imaging systems suffer from the limitation of the resolution due to the diffraction nature of light and as well as the availability of wave front aberrations. One way of overcoming the diffraction limit is the amplitude and/or phase apodization optical system. However, as a rule, apodization allows not only to reduce the size of the light spot, but also leads to the appearance of side lobes, which degrade the imaging properties. Thus, it is necessary to observe the tradeoff between reducing the size of the light spot and the sidelobe level, which requires appropriate studies.

To describe the wavefront are often used orthogonal Zernike polynomials. The coefficients of the wavefront on the Zernike polynomials allow us to determine the deviation from the ideal front and types of aberrations present in the distortion. For visual assessment of image quality using a function of the scattering point. In this paper, the formation of scattering functions from two closely spaced point light sources and the research changes the resolution of the system when the amplitude of apodization in the absence and presence of various aberrations.

Keywords: Zernike polynomials, diffraction limit, apodization, Point spread function.