

Аннотация

В настоящей работе рассмотрена модель двуногого робота, лишенная каких-либо контролирующих устройств. Передвижение осуществляется по наклонной плоскости под действием силы тяжести. В качестве изменяемых параметров рассматриваются наклон поверхности, массы элементов конструкции и их расположение. В работе найдены условия, при которых модель может осуществлять устойчивое передвижение по поверхности с малым наклоном.

Ключевые слова: моделирование; шагающий робот; устойчивость; бифуркация

1. Введение

Модели инертной ходьбы привлекли большое внимание исследователей в 90х годах после публикации работы [1]. С тех пор было предложено огромное количество моделей, имитирующих походку. Среди них, модели, движимые лишь силой гравитации, передвигающиеся по наклонной поверхности [2],[3], роботизированные модели с управляющими устройствами [4]. В попытках создать наиболее естественную походку были исследованы модели с коленями и руками [5], различными формами стоп, имитирующими отталкивание в процессе ходьбы.

Среди разнообразия предложенных конструкция, модель инертной ходьбы выделяется своей простотой и представляет собой систему уравнений, описывающих спаренный перевернутый маятник. Непрерывное движение ног чередуется с дискретными событиями – переключениями и переходом к следующему шагу. Благодаря такой гибридной природе, анализ устойчивости данной модели представляет собой интересную задачу.

2. Описание модели

Физическая модель робота представлена на рис. 1. Конструкция состоит из жестких балок, соединенных шарниром в районе бедра. Там же сосредоточен вес переносимого тела. Каждая из ног обладает центром масс, расположение которого может регулироваться. Одно из существенных допущений модели – рассмотрение стоп как точек, взаимодействие которых с поверхностью происходит без трения, без скольжения. Дополнительная масса стоп не учитывается.

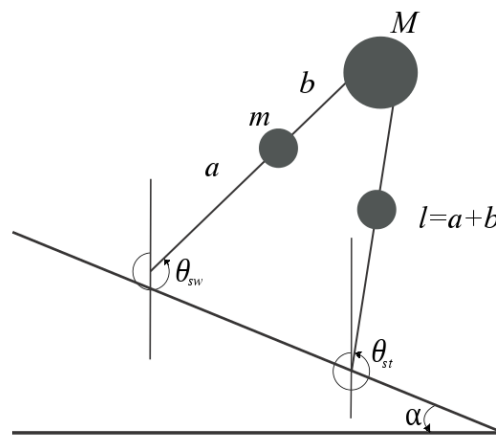


Рис. 1. Схема рассматриваемой модели.

Уравнения движения хорошо известны. В работе мы основываемся на модели предложенной в [6]. Отдельный шаговый цикл может быть описан следующим уравнением, записанным в матричной форме

$$M(\theta)\ddot{\theta} + N(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta, \alpha) = 0, \quad (1)$$

где $\theta = (\theta_{st}, \theta_{sw})^T$ вектор, элементами которого являются значения соответствующих углов. Матрица $M(\theta)$ включает в себя инерциальные силы, действующие на системы, матрица $N(\theta, \dot{\theta})$ включает силу Кориолиса, $G(\theta, \alpha)$ матрица гравитационных постоянных:

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} \beta\mu + 1 + \beta & -\beta v \cos(\theta_{st} - \theta_{sw}) \\ -\beta v \cos(\theta_{st} - \theta_{sw}) & \beta v^2 \end{bmatrix};$$

$$N(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} 0 & -\beta v \sin(\theta_{st} - \theta_{sw}) \dot{\theta}_{sw} \\ \beta v \sin(\theta_{st} - \theta_{sw}) \dot{\theta}_{st} & 0 \end{bmatrix};$$

$$G(\theta, \alpha) = \begin{bmatrix} (-\beta\mu - 1 - \beta) \frac{g}{l} \sin(\theta_{st} - \alpha) \\ \beta(1 - \mu) \frac{g}{l} \sin(\theta_{sw} - \alpha) \end{bmatrix}.$$

В описанных выражениях введены обозначения $\beta = m/M$, $\mu = a/l$, $v = b/l$.

По завершении шагового цикла, ноги переименовываются – опорная нога становится маховой и наоборот. Для осуществления связи между отдельными шаговыми циклами, необходимо применить правило сопряжения, которое будет переименовывать ноги и придавать угловым координатам новые начальные условия. Для описания «переименования» ног мы используем алгебраические уравнения переключения. Отношение $\theta^+ = J\theta^-$ описывает величину угла до и после столкновения, где матрица

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Индексы -, + означают углы до и после столкновения соответственно. Закон сохранения импульса дает следующие уравнения для определения угловых скоростей до и после столкновения

$$\dot{\theta}^+ = K(\phi) \dot{\theta}^- \quad (3)$$

где $\theta_{sw} - \theta_{st} = \phi$, $K(\phi) = [V^+(\phi)]^{-1} V^-(\phi)$; $V^-(\phi) = \begin{bmatrix} -\beta v \mu + (2\beta v + 1) \cos \phi & -\beta v \mu \\ -\beta v \mu & 0 \end{bmatrix}$ и

$$V^+(\phi) = \begin{bmatrix} \beta v^2 + 1 + \beta - \beta \mu \cos(\phi) & \beta v^2 - \beta v \cos \phi \\ -\beta v \cos \phi & \beta v^2 \end{bmatrix}.$$

3. Выбор начальных условий

Первоначальный анализ устойчивости может быть проведен с помощью упрощенной, безразмерной модели. Такая модель предложена в [3]. При этом уравнения движения принимают вид

$$\ddot{\theta}_{st}(t) - \sin(\theta_{st}(t) - \alpha) = 0 \quad (4)$$

$$\ddot{\theta}_{st}(t) - \ddot{\theta}_{sw}(t) + \dot{\theta}_{st}(t)^2 \sin \phi(t) - \cos(\theta_{st}(t) - \alpha) \sin \theta_{sw}(t) = 0. \quad (5)$$

В данном случае можно рассматривать первое уравнение системы независимо. В таком случае фазовый портрет уравнения (4) представляет собой фазовый портрет обыкновенного маятника. Синим цветом выделена линия соединяющая особые точки данной системы с координатами $(\alpha + n\pi, 0)$, $n \in \mathbb{Z}$. Особая точка с координатами $(\alpha + 2n\pi, 0)$ представляет собой «седло», особые точки при $(\alpha + (2n+1)\pi, 0)$ являются особыми точками типа «центр». При $\dot{\theta}_{st} < 0$, $0 \leq \theta_{st} \leq 2\pi$ вышеуказанная линия, проходящая от центра к седлу, является сепаратрисой, разделяющей области различного поведения системы. Очевидно, чтобы удовлетворить начальным условиям (2) необходимо выбрать начальные точки ниже указанной сепаратрисы. Тем самым это минимальное необходимое условия для устойчивости. На рис. 2. проиллюстрируем возможное поведение системы в зависимости от выбора начальных условий.

Если начальная точка находится на некотором удалении, ниже сепаратрисы то его движение в фазовой плоскости $\theta_{st} - \dot{\theta}_{st}$ слишком быстро. В данном случае, конструкция совершит один укороченный шаг и упадет. В случае выбора начального положения непосредственно на сепаратрисе движение в плоскости $\theta_{st} - \dot{\theta}_{st}$ замедленно. Однако угол θ_{sw} начинает быстро увеличиваться в следствии чего конструкцию опрокинет вперед через несколько шагов. Еще один тип поведения предполагает выбор начальной точки в области, расположенной выше сепаратрисы. В данном случае робот немедленно упадет назад.

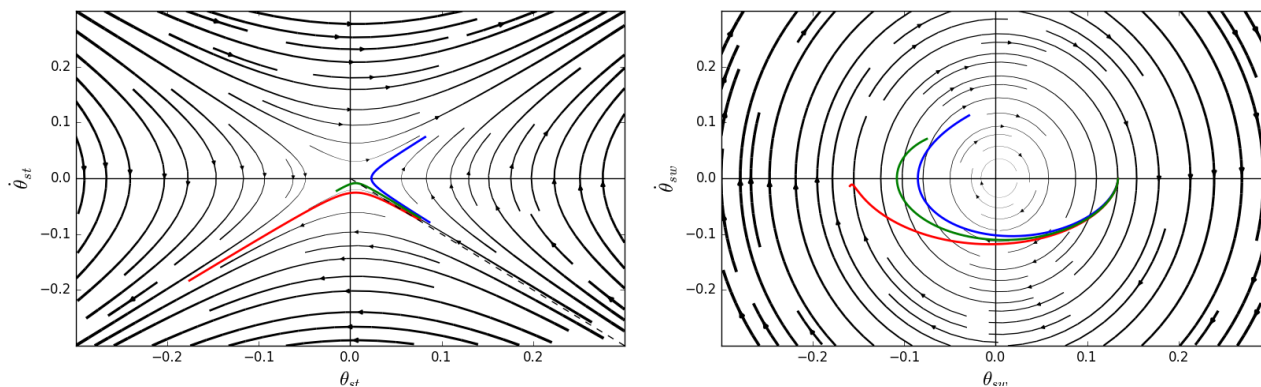


Рис. 2. Фазовые портреты линейризованной системы.

В работе была реализована визуализация численного эксперимента моделей (1) и модели (4)-(5). На рис. 3. изображено поведение модели (4)-(5) при подходящем выборе начальных условий.

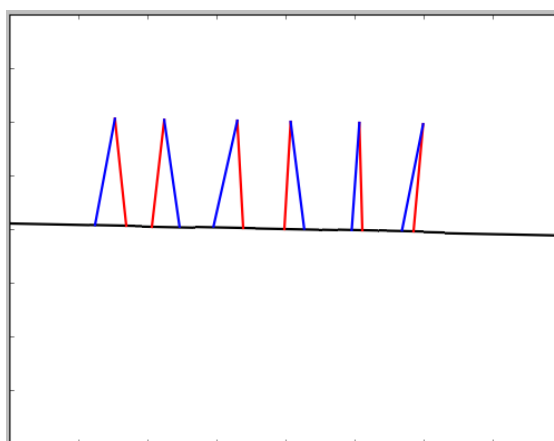


Рис. 3. Визуализация численного эксперимента.

4. Заключение

Допущения сделанные в данной модели, в частности рассмотрения стоп как пространственных точек делают ее требовательной к начальным условиям. Анализ устойчивости необходим для обеспечения непрерывного движения конструкции.

Литература

- [1] McGeer T Passive Dynamic Walking // International Journal of Robotics Research, 1990. – V.9 (2) – 62-82 p.
- [2] Spong, M.W., Bhatia, G. Further results on control of the compass gait biped // International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2003. – 1933-1938 p.
- [3] Garcia, M., Chatterjee, A., Ruina, A., Coleman, M.J. The Simplest Walking Model: Stability, Complexity and Scaling // ASME Journal of Biomechanical Engineering, 1998 – V. 120 – 281-288 p.
- [3] Goswami, A., Espiau, B., Keramane, A. Limit cycles and their stability in a passive bipedal gait // IEEE Conference on Robotics and Automation, 1996. – 246-251 p.
- [4] Kuo, A.D. Energetics of actively powered locomotion using the simplest walking model // Journal of Biomechanical Engineering, 2002 – V. 124. – 113-120 p.
- [5] Collins, S.H., Wisse, M., Ruina, A. A three dimensional passive-dynamic walking robot with two legs and knees // International Journal of Robotics Research, 2001 – V.20(7) – 607-615 p.
- [6] Goswami, A., Espiau, B., Keramane, A. Limit cycles in a passive compass gait biped and passivity-mimicking control laws // Journal of Autonomous Robots 1997 – V.4 (3).