

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ДВИЖЕНИЯ КОНЦЕВЫХ ТЕЛ ПРИ УПРАВЛЯЕМОМ РАЗВЕРТЫВАНИИ ОРБИТАЛЬНОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ

О.Н. Наумов

Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королёва
(национально исследовательский университет)

Рассматривается моделирование процесса управляемого развёртывания орбитальной тросовой системы, трос рассматривается как распределённая система, космический аппарат и спускаемая капсула представляют собой твёрдые тела конечных размеров с шестью степенями свободы.

Введение

Как правило, при разработке математических моделей движения тросовых систем (ТС), концевые тела рассматриваются как материальные точки, имеющие массу, а трос рассматривается как упругая связь между концевыми телами, массой и геометрией которого пренебрегают [1-5]. Тем самым при моделировании процесса развёртывания ТС и анализе их динамики в исходную математическую модель вносятся существенные упрощения. В то же время учёт массы троса, геометрии связи и динамики движения относительно центра масс концевых тел может существенно повлиять как на процесс развёртывания ТС, так и на процесс движения развёрнутой тросовой системы.

Математическая модель

В работе рассматривается тросовая система, состоящая из базового космического аппарата (КА) и спускаемой капсулы (СК), которые представляют собой твёрдые тела конечных размеров, соединённых весомым тросом. При моделировании трос рассматривается как совокупность сосредоточенных масс соединённых упругими стержнями [6], данный подход позволяет моделировать трос, как гибкую механическую связь между точками крепления троса (схема на рис. 1).

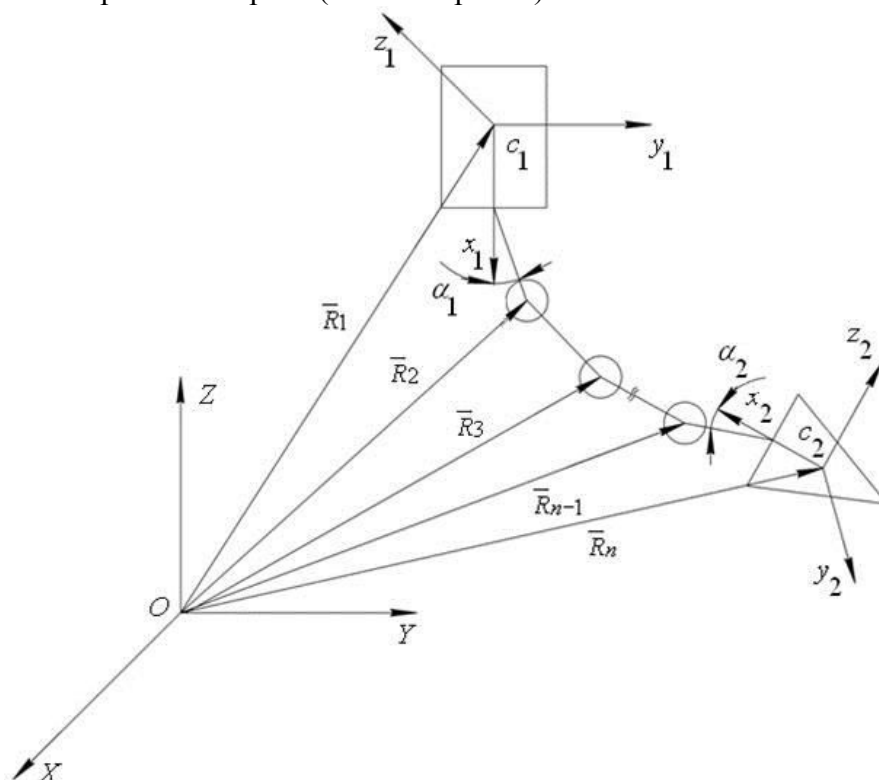


Рисунок 1 – Схема ТС

На рис. 1 - \vec{R}_1 - радиус-вектор центра масс КА c_1 ; $\vec{R}_2, \vec{R}_3, \dots, \vec{R}_{n-1}$ - радиус-вектора присоединённых масс (m_2, m_3, \dots, m_{n-1}); \vec{R}_n - радиус-вектор центра масс СК c_2 ; α_1, α_2 - углы нутации КА и СК, соответственно; O - центр масс Земли; $OXYZ$ - неподвижная геоцентрическая система координат; $c_1x_1y_1z_1$ - связанная с КА система координат; $c_2x_2y_2z_2$ - связанная со СК система координат (оси связанных систем координат направлены по главным осям инерции соответствующих твёрдых тел).

Для описания динамики гибкого троса воспользуемся вторым законом Ньютона, уравнения запишем в геоцентрической неподвижной системе координат следующим образом:

$$\begin{aligned}
 & \text{while}(n \leq n_{\max}) \\
 & \{ \\
 & \quad \text{while}(L \leq L_{\text{nom}}) \\
 & \quad \{ \\
 & \quad \quad \frac{d^2 \vec{R}_1}{dt^2} = -\frac{\mu \vec{R}_1}{|\vec{R}_1|^3} - \frac{T_1 \vec{e}_1}{m_1 + \frac{m_i}{2}}, \\
 & \quad \quad \frac{d^2 \vec{R}_i}{dt^2} = -\frac{\mu \vec{R}_i}{|\vec{R}_i|^3} + \frac{T_i \vec{e}_i - T_{i+1} \vec{e}_{i+1}}{\frac{m_i}{2}}, \\
 & \quad \quad \frac{d^2 \vec{R}_n}{dt^2} = -\frac{\mu \vec{R}_n}{|\vec{R}_n|^3} + \frac{T_n \vec{e}_n}{m_n}, \\
 & \quad \} \\
 & \quad n = n + 1; \\
 & \} \\
 & \}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь L - длина участка троса, прилегающая к КА; $L_{\text{nom}} = \frac{L_{\text{max}}}{n_{\text{max}}}$ - номинальная длина участка троса, где L_{max} - максимальная длина троса (длина троса в результате развертывания ТС) и n_{max} - максимальное число участков разбиения; T_i - модуль силы упругости действующей на соответствующем участке троса; m_i - массы соответствующих присоединённых масс; \vec{e}_i - единичный вектор определяющий ориентацию участка троса; $i = 1, 2, \dots, n-1$.

При развёртывании полагается, что масса участка делится пополам, и присоединяется к смежным участкам троса.

Для описания динамики движения СК и КА относительно центра масс, будем использовать кинематические и динамические уравнения Эйлера, которые имеют вид:

$$\frac{d \vec{\omega}_k}{dt} = \mathbf{J}_k^{-1} \left(\sum \vec{M}_k - \vec{\omega}_k \times \mathbf{J}_k \vec{\omega}_k \right). \tag{2}$$

Здесь $k = 1, 2$ (1 - КА, 2 - СК); \mathbf{J} - тензор инерции в выражении (2) представляет собой симметричную матрицу следующего вида:

$$\mathbf{J}_k = \begin{pmatrix} J_{x_k} & -J_{xy_k} & -J_{xz_k} \\ -J_{xy_k} & J_{y_k} & -J_{yz_k} \\ -J_{xz_k} & -J_{yz_k} & J_{z_k} \end{pmatrix},$$

где J_{x_k} , J_{y_k} , J_{z_k} - осевые моменты инерции; J_{xy_k} , J_{xz_k} , J_{yz_k} - центробежные моменты инерции; $\sum \vec{M}$ - представляет сумму момента от силы упругости троса и гравитационного момента, иногда при развёртывании ТС в нижних слоях атмосферы в данную сумму включается и аэродинамический момент [7, 8].

К уравнениям (2) необходимо добавить кинематические уравнения Эйлера, которые имеют вид:

$$\frac{d\alpha_k}{dt} = \omega_{z_k} \cos \varphi_k + \omega_{y_k} \sin \varphi_k, \quad (3)$$

$$\frac{d\psi_k}{dt} = -(\omega_{y_k} \cos \varphi_k - \omega_{z_k} \sin \varphi_k) / \sin \alpha_k, \quad (4)$$

$$\frac{d\varphi_k}{dt} = \omega_{x_k} + (\omega_{y_k} \cos \varphi_k - \omega_{z_k} \sin \varphi_k) \operatorname{ctg} \alpha_k. \quad (5)$$

Здесь α_k , ψ_k , φ_k - угол нутации, прецессии и собственного вращения; ω_{x_k} , ω_{y_k} , ω_{z_k} - проекции абсолютной угловой скорости ($k = 1$ - КА, $k = 2$ - СК) на оси связанной системе координат.

Результаты моделирования

Результаты расчёта, были получены при следующих исходных данных: масса троса - $m_{tr} = 6$ кг, КА - $m_1 = 6000$ кг, СК - $m_2 = 20$ кг, число участков троса $n = 30$;

моменты инерции КА: $J_{xy_1} = J_{xz_1} = J_{yz_1} = 0$,

$J_{x_1} = 5500 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $J_{y_1} = 25000 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $J_{z_1} = 25000 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; моменты

инерции СК: $J_{x_2} = 0.18 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $J_{y_2} = 0.4 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $J_{z_2} = 0.4 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$,

$J_{xy_2} = J_{xz_2} = J_{yz_2} = 0$; начальная высота орбиты КА 300 км, начальная скорость

отделения СК 2 м/с, отделение проводится вдоль линии местной геовертикали КА.

Графики изменения углов нутации КА и СК приведены на рис. 2 и 3, соответственно:

α_1 , рад

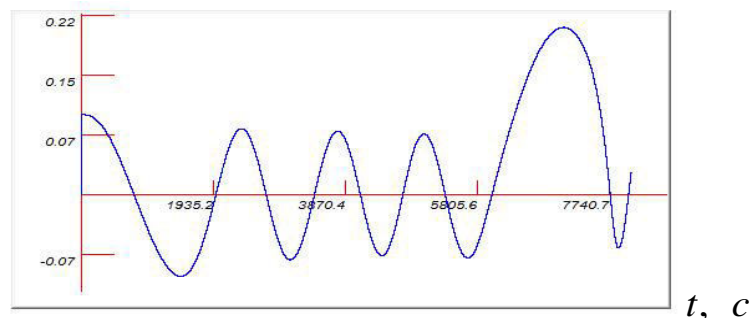


Рисунок 2– Угол нутации КА

$\alpha_2, \text{ рад}$

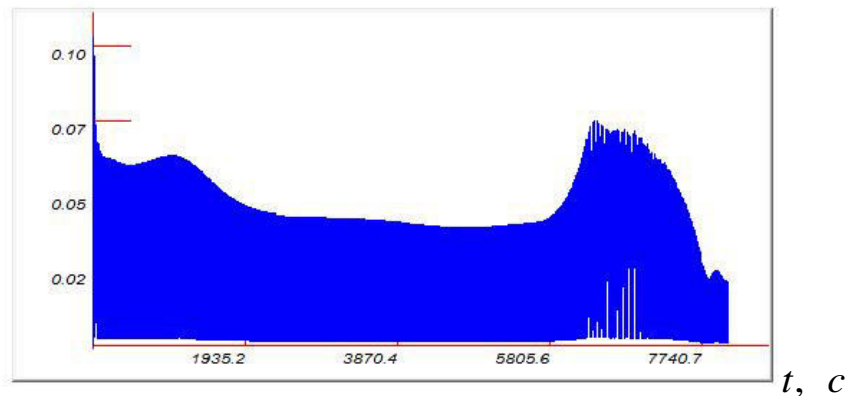


Рисунок 3 – Угол нутации СК

Литература

1. Белецкий В.В., Левин Е.М. Динамика космических тросовых систем. М.: Наука, 1990 – 336 с.
2. Алпатов А.П., Белецкий В.В. и др. Динамика космических систем с тросовыми и шарнирными соединениями. М.; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2007 – 560 с.
3. Michel Kruijff. Qualification and in-flight demonstration of a European tether deployment and momentum transfer system on YES2 [Text] / Michel Kruijff, Eric J. van der Heide, Marco Stelze // Proceedings of the IAA symposium on small satellites system and services, Rhodes, Greece, 26-30 May 2008, pp. 1-17.
4. Williams, P. YES2 optimal trajectories in presence of eccentricity and aerodynamic drag [Text] / P. Williams, A. Hyslop, M. Stelzer, M. Kruijff // IAC -06-02.3.04, Valencia, 2006 and Acta Astronautica. Volume 64, issue 7 – 8, april-may 2009, pp. 745 – 769.
5. Williams, P. Tethered planetary capture: controlled maneuvers [Text] / P. Williams, C. Blanksby, P. Trivailo// - Acta Astronautica. – 2003. - V.53 – pp. 681-708.
6. Фефелов Д. И. Моделирование и анализ развертывания и снижения с околоземной орбиты тросовой системы со спускаемой капсулой: дис. канд. техн. наук: 05.07.09, защищена 27.09.2007 / Фефелов Денис Иванович; Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева. - Самара: СГАУ, 2007. - 131 с.
7. Заболотнов Ю. М., Наумов О. Н. Движение спускаемой капсулы относительно центра масс при развертывании орбитальной тросовой системы // Космические исследования, т.50, № 2, 2012, с.177-187.
8. Наумов О.Н. Анализ влияния статической и динамической асимметрии на вращательное движение капсулы при управляемом развертывании тросовой системы // Труды МАИ. 2011. Вып. 43. URL: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=24767>, свободный.