

Исследование полного топологического заряда суперпозиции параллельных идентичных однокольцевых пучков Лагерра–Гаусса

В.В. Котляр

ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,

Самарский национальный исследовательский университет
им. академика С.П. Королева
Самара, Россия
kotlyar@ipsiras.ru

Е.С. Козлова

ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,

Самарский национальный исследовательский университет
им. академика С.П. Королева
Самара, Россия
kozlova.elena.s@gmail.com

А.А. Ковалев

ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,

Самарский национальный исследовательский университет
им. академика С.П. Королева
Самара, Россия
alanko@ipsiras.ru

А.А. Савельева

ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,

Самарский национальный исследовательский университет
им. академика С.П. Королева
Самара, Россия
lexis2450@gmail.com

Аннотация — В данной работе исследуется суперпозиция одинаковых однокольцевых параллельных пучков Лагерра–Гаусса. Мы численно и теоретически показали, что общий топологический заряд суперпозиции равен топологическому заряду каждого пучка суперпозиции в дальней зоне и в исходной плоскости, если весовые коэффициенты суперпозиции действительны. Было доказано, что при фазовой задержке между пучками меняется общий топологический заряд суперпозиции.

Ключевые слова — пучок Лагерра–Гаусса, суперпозиция, топологический заряд, формула Берри

1. ВВЕДЕНИЕ

Оптические вихри активно исследуются современным научным сообществом [1]. В исследованиях наблюдаются различные аспекты, касающиеся взаимодействия с веществом, генерации, фокусировки и распространения. Такие световые вихри обычно описываются топологическим зарядом (ТЗ) [2] и орбитальным угловым моментом [3]. ТЗ суперпозиции (ТЗС) параллельных оптических вихрей рассматривался в различных работах. Эта проблема активно исследовалась с момента выхода работы [4] в 2000 г, в которой рассматривались расположение и количество оптических вихрей в суперпозиции двух параллельных гауссовых пучков с внедренными оптическими вихрями. Следует отметить, что изучение оптических вихрей, их суперпозиций и таких характеристик, как ТЗ и орбитальный угловой момент, до сих пор остается очень важной задачей [5].

В данной работе мы рассмотрели суперпозицию конечного числа параллельных одинаковых однокольцевых мод Лагерра–Гаусса. Ранее было показано, что нормированный орбитальный угловой момент такой суперпозиции также равен орбитальному угловому моменту одной Лагерр–Гауссовской моды в суперпозиции [6]. Здесь было продемонстрировано, что ТЗС равен ТЗ каждого пучка, если весовые коэффициенты такой суперпозиции действительны.

2. ТЕОРИЯ

Суперпозиция Q одинаковых параллельных однокольцевых мод Лагерра–Гаусса может быть описана следующей формулой:

$$E_l(x, y) = \sum_{q=1}^Q \left[G_q \left(r e^{i\theta} - r_q e^{i\theta_q} \right)^l \times e^{-r^2 - r_q^2 + 2rr_q \cos(\theta - \theta_q)} \right], \quad (1)$$

где (x, y) и (r, θ) координаты в декартовой и полярной системах соответственно; l – топологический заряд каждого пучка в суперпозиции; G_q – весовые коэффициенты каждого пучка; (r_q, θ_q) – полярные координаты центров пучков.

Радиус перетяжки учтен в радиальной переменной r : r/w . Весовые коэффициенты G_q в (1) действительные числа. ТЗС в исходной плоскости можно найти, применяя формулу Берри [2]. Применив эту формулу и выполнив математические преобразования, мы получили:

$$TC = \frac{1}{2\pi} \lim_{r \rightarrow \infty} \text{Im} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{\partial E(r, \theta) / \partial \theta}{E(r, \theta)} = l - \frac{2r}{2\pi} \times \text{Im} \left[\int_0^{2\pi} \frac{\sum_{q=1}^Q G_q r_q \sin(\theta - \theta_q) e^{-r_q^2 + 2rr_q \cos(\theta - \theta_q)}}{\sum_{q=1}^Q G_q e^{-r_q^2 + 2rr_q \cos(\theta - \theta_q)}} d\theta \right] = l. \quad (2)$$

где Im – оператор мнимой части комплексного числа. Из (2) видно, что ТЗС в исходной плоскости равен ТЗ каждой Лагерр–Гауссовской моды в суперпозиции, которые также равны l .

Далее рассматривалась суперпозиция Q идентичных однокольцевых мод Лагерра–Гаусса, смещенных от оптической оси в исходной плоскости. Комплексная амплитуда такой суперпозиции в исходной плоскости может быть записана как:

$$E_l(x, y) = \sum_{q=1}^Q G_q \left\{ \frac{\sqrt{2}}{w_0} [(x-a_q) + i(y-b_q)] \right\}^l \times e^{-\frac{(x-a_q)^2 + (y-b_q)^2}{w_0^2}}, \quad (3)$$

где w_0 – радиус перетяжки Гауссова пучка, (a_q, b_q) – декартовы координаты центров пучков. В (3) в отличие от (1), весовые коэффициенты G_q предполагаются комплексными, а радиус перетяжки Гауссова пучка представлен явно.

Комплексная амплитуда суперпозиции в дальней зоне может быть получена по следующей формуле:

$$E_l(r, \theta, z \gg z_0) = e^{-\frac{r^2}{w_0^2}} \left(\frac{\sqrt{2}}{w_0} r e^{i\theta} \right)^l \times \sum_{q=1}^Q G_q e^{ika_q r \cos \theta + ikb_q r \sin \theta}. \quad (4)$$

Действуя аналогично, мы нашли топологический заряд поля (4):

$$TC = l + \frac{1}{2\pi} \lim_{r \rightarrow \infty} \text{Im} \left\{ \int_0^{2\pi} \sum_{q=1}^Q G_q \frac{\partial e^{ika_q r \cos \theta + ikb_q r \sin \theta}}{\partial \theta} \times \left[\sum_{q=1}^Q G_q e^{ika_q r \cos \theta + ikb_q r \sin \theta} \right]^{-1} d\theta \right\}. \quad (5)$$

Второе слагаемое в (5) есть ТЗ некоторого дополнительного светового поля:

$$E_{\text{sup}}(x, y) = \sum_{q=1}^Q G_q e^{ika_q x + ikb_q y}. \quad (6)$$

Формула (6) может описывать большой класс световых полей, поскольку коэффициенты a_q, b_q, G_q произвольные. Если мы возьмем комплексные весовые коэффициенты G_q , то дополнительное поле будет оптическим вихрем и, следовательно, создаст дополнительный ТЗ. Если в суперпозиции (3) все весовые коэффициенты G_q вещественны, то дополнительное поле обладает свойством:

$$E_{\text{sup}}^*(x, y) = E_{\text{sup}}(-x, -y). \quad (7)$$

Из (7) видно, что $E_{\text{sup}}(x_{\text{null}}, y_{\text{null}}) = E_{\text{sup}}(-x_{\text{null}}, -y_{\text{null}}) = 0$, и вне этих нулевых точек амплитуда комплексно сопряжена. Это означает, что каждому вихрю в световом пучке (6) соответствует «сопряженный» вихрь. ТЗ этих «сопряженных» вихрей компенсируют друг друга. Поэтому ТЗ светового поля (6) с вещественными

весовыми коэффициентами G_q равен нулю. К этому выводу так же можно прийти из того факта, что оптические вихри, прошедшие через амплитудную маску, не изменяют своего ТЗ [7].

Если ТЗС в дальней зоне и в исходной плоскости одинаковы, то он не меняется. Это возможно, если весовые коэффициенты G_q действительные числа.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данном исследовании рассматривалась суперпозиция параллельных одинаковых однокольцевых мод Лагерра–Гаусса с порядками $(0, l)$. Показано, что ТЗС равен l , если пучки в суперпозиции находятся в одной фазе в исходной плоскости. Мощность каждого пучка и расстояние между ними не влияют на ТЗС. Более того, ТЗС изменяется только в том случае, если пучки в суперпозиции имеют различную фазу. Полученные результаты могут быть использованы в оптических компьютерах и оптической передаче данных [8-11].

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках гранта № 22-12-00137.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Shen, Fu Y. Optical vortices 30 years on: OAM manipulation from topological charge to multiple singularities / Fu Y. Shen, X. Wang, Z. Xie, C. Min, X. Fu, Q. Liu, M. Gong, X. Yuan // Light Sci. Appl. – 2019. – Vol. 8(90). – P.1–29.
- [2] Berry, M.V. Optical vortices evolving from helicoidal integer and fractional phase steps / M.V. Berry // J. Opt. A Pure. Appl. Opt. – 2004. – Vol. 6. – P. 259–268.
- [3] Allen, L. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes / L. Allen, M. Beijersbergen, R. Spreeuw, J. Woerdman // Phys. Rev. A. – 1992. – Vol. 45. – P. 8185–8189.
- [4] Molina-Terriza, G. The curious arithmetic of optical vortices / G. Molina-Terriza, J. Recolons, L. Torner // Opt. Lett. – 2000. – Vol. 25. – P. 1135–1137.
- [5] Pyragaitė, V. The interference of higher order Laguerre-Gaussian beams / V. Pyragaitė, V. Smilgevičius, A. Stabinis // Lith. J. Phys. – 2007. – Vol. 47. – P. 21–26.
- [6] Kovalev, A.A. Orbital angular momentum of superposition of identical shifted vortex beams / A.A. Kovalev, V.V. Kotlyar // J. Opt. Soc. Am. A. – 2015. – Vol. 32. – P. 1805–1810.
- [7] Topological Charge of Optical Vortices / edited by V.V. Kotlyar and A.A. Kovalev. – Samara: “Novaya Technika” Publisher, 2021. – 296 p. – (in Russian).
- [8] Zhang, Q. Vortex 4.0 on chip / Q. Zhang, J. Ni, C.W. Qiu // Light Sci. Appl. – 2020. – Vol. 9(4). – P. 858–860.
- [9] Akulshin, A.M. Arithmetic with optical topological charges in stepwise-excited Rb vapor / A.M. Akulshin, I. Novikova, E.E. Mikhailov, S.A. Suslov, R.J. McLean // Opt. Lett. – 2016. – Vol. 41. – P. 1146–1149.
- [10] Lee, I.J. Directional coupler design for orbital angular momentum mode-based photonic integrated circuits / I.J. Lee, S. Kim // Opt. Express. – 2020. – Vol. 28. – P. 30085–30093.
- [11] Lee, I.J. On-Chip Guiding of Higher-Order Orbital Angular Momentum Modes / I.J. Lee, S.Kim // Photonics. – 2019. – Vol. 6(2). – P. 72.