

# Исследование методов пространственной интерполяции в задаче восстановления частично определенных изображений

Ю.Д. Выборнова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

**Аннотация.** Целью данной работы является анализ практической применимости методов пространственной интерполяции для оценки недостающих пикселей частично определенных изображений. В работе представлены три метода пространственной интерполяции: метод обратных взвешенных расстояний, метод интерполяции на основе триангулированной нерегулярной сети и метод кригинга. Приведены результаты экспериментального исследования данных методов. Эксперименты показывают, что все три метода демонстрируют высокое качество прогнозирования отсутствующих пикселей, однако выбор метода напрямую зависит от входных данных.

## 1. Введение

В широком понимании интерполяция предназначена для получения промежуточных значений величины по дискретному набору известных значений. В задаче обработки изображений методы интерполяции применяются для прогнозирования значений ячеек растра на основе ограниченного числа точек данных [1].

На сегодняшний день существуют различные методы интерполяции [2], некоторые из которых являются детерминированными, а некоторые – статистическими. В основе детерминированных методов лежит некоторая функция расстояния или площади. Основным достоинством таких методов является высокая скорость обработки. В основе статистических методов лежит функция статистического пространственного сходства. Их основным достоинством является чувствительность к разнонаправленности данных, поэтому такие методы чаще используют для интерполяции различного рода поверхностей (например, для создания цифровой модели рельефа).

Далее будут рассмотрены три метода пространственной интерполяции: метод обратных взвешенных расстояний, метод интерполяции на основе триангулированной нерегулярной сети и метод кригинга. Эти методы активно применяются в различных прикладных науках, таких как геология, гидрология, метеорология и океанография. Однако, на сегодняшний день проведено не так много исследований данных методов в области обработки изображений.

В данной статье приведено исследование вышеперечисленных методов пространственной интерполяции на предмет их применимости в задаче восстановления частично определенных изображений, т.е. таких изображений у которых отсутствует заданная доля пикселей.

## 2. Методы пространственной интерполяции

### 2.1. Метод обратных взвешенных расстояний

Метод обратных взвешенных расстояний (Inverse Distance Weighting, IDW) — это детерминированный алгоритм, в основе которого лежит предположение о том, что значения в ближних точках сильнее оказывают влияние на прогнозируемое значение, нежели значения в точках, которые расположены дальше [3].

Интерполяция осуществляется по известным значениям из окрестности данной точки. Предполагается, что каждая точка с известным значением (в дальнейшем, будем называть такие точки опорными) имеет локальное влияние, которое уменьшается с расстоянием. Точкам, расположенным ближе к оцениваемой, присваивается вес больший, чем тем, которые расположены дальше:

$$z(s_0) = \sum_{i=1}^m w_i z(s_i) = \frac{\sum_{i=1}^m z(s_i) d_{0i}^{-p}}{\sum_{j=1}^m d_{0j}^{-p}},$$

где  $z(s_0)$  – оцениваемое значение точки в некотором местоположении  $s_0$ , а  $z(s_1), z(s_2), \dots, z(s_n)$  – значения опорных точек.

Веса пропорциональны обратному расстоянию, возведенному в степень  $p$ . В результате, по мере увеличения расстояния веса быстро уменьшаются. Скорость уменьшения весов зависит от значения  $p$ . Так, при  $p=0$ , веса  $w_i$  будут одинаковы, и прогнозируемое значение примет усредненное значение всех измеренных точек. С ростом  $p$  веса для удаленных точек начнут быстро уменьшаться. Если значение  $p$  очень велико, на прогнозируемое значение окажут влияние только ближайšie несколько точек окрестности.

Чтобы ускорить расчеты, можно свести к нулю веса наиболее отдаленных точек с небольшим влиянием. Распространенной практикой является ограничение количества опорных точек, которые используются при прогнозировании неизвестного значения, путем указания области поиска. В нашей работе будем ограничивать область поиска окружностью с изменяемым радиусом  $r$ .

### 2.2. Метод кригинга

Кригинг [4] – статистический метод интерполяции который может предсказывать неизвестные значения по близлежащим точкам. Аналогично методу IDW, веса присваиваются для каждой точки в соответствии с расстоянием до неизвестного значения. Однако здесь оценка строится с учетом корреляции данных.

На сегодняшний день опубликовано не так много исследований, связанных с кригингом в задачах обработки изображений [5-7].

Основная формула кригинга:

$$z(s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i z(s_i),$$

где  $z(s_1), z(s_2), \dots, z(s_n)$  – опорные точки, а  $z(s_0)$  – точка, значение которой мы хотим оценить. Также, следует учесть, что  $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$ .

Основная задача заключается в определении весов  $\lambda_i$  таким образом, чтобы минимизировать дисперсию оценки, учитывая требование несмещенности  $E\{z(s_0) - z(s)\} = 0$ .

Существует несколько методов кригинга, которые различаются способами получения весовых компонент  $\lambda_i$ . В данной работе рассмотрен метод обыкновенного кригинга (ordinary

kriging). Данный тип кригинга является наиболее распространенным для моделирования пространственных данных, и считается лучшим, поскольку минимизирует дисперсию ошибки оценки.

Процесс оценки начинается с построения эмпирической вариограммы, для всех пар местоположений, разделенных расстоянием  $h$ :

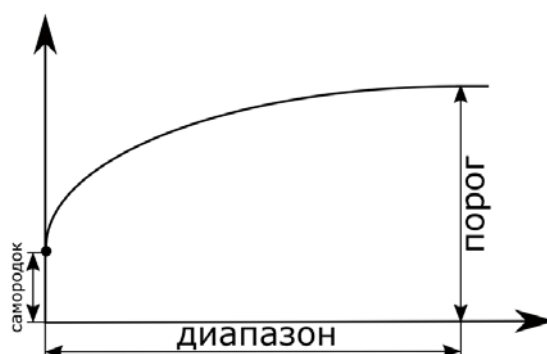
$$V(h) = \frac{\text{average}((z(s_i) - z(s_j))^2)}{2}.$$

Для того, чтобы перейти от пространственного описания к прогнозу, нам необходимо определиться с выбором модели (кривой, накладываемой на эмпирическую вариограмму). В данной работе исследовались следующие модели:

- 1) линейная:  $\gamma(h) = c_0 + c_1 t$ ;
- 2) круговая:  $\gamma(h) = c_0 + c_1 \frac{2}{\pi} (t\sqrt{1-t^2} + \arcsin t)$ ;
- 3) сферическая:  $\gamma(h) = c_0 + c_1 \left( \frac{3}{2}t - \frac{1}{2}t^3 \right)$ ;
- 4) экспоненциальная:  $\gamma(h) = c_0 + c_1 (1 - e^{-3t})$ ;
- 5) гауссова:  $\gamma(h) = c_0 + c_1 (1 - e^{-3t^2})$ ;
- 6) устойчивая:  $\gamma(h) = c_0 + c_1 (1 - e^{-3t^w})$ ,  $0 < w \leq 2$ .

Здесь  $t = \frac{h}{a}$ ,  $a$  – диапазон влияния,  $c_0$  – самородок,  $c_0 + c_1$  – порог.

Характеристики, необходимые для описания моделей, представлены на рисунке 1. Как видно из рисунка, самородок – это точка пересечения вариограммы с осью ординат, а порог – это значение, в котором модель выравнивается. Расстояние до порогового значения называется диапазоном влияния. Точки, вышедшие за границу диапазона, не будут пространственно автокоррелированы.



**Рисунок 1.** Диапазон, порог и самородок.

Установленная модель позволяет сформировать веса для опорных точек и оценить значения неизвестных. Следует заметить, что нет универсальной модели, которая будет работать на всех входных данных. Как правило, модель подбирается эмпирическим путем.

### 2.3. Триангулированная нерегулярная сеть

Метод интерполяции на основе триангулированной нерегулярной сети (TIN, Triangulated Irregular Network) использует триангуляцию точек данных для получения двумерной функции, которая используется для оценки неизвестных значений внутри каждого треугольника [8].

Как правило, нерегулярную сеть получают при помощи триангуляции Делоне [9]: точки соединяются отрезками таким образом, чтобы для любого полученного треугольника все точки, за исключением его вершин, лежали вне окружности, описанной вокруг этого треугольника. Триангуляция Делоне имеет ряд преимуществ по сравнению с другими методами триангуляции:

- 1) полученные треугольники более близки к равноугольным, что позволяет уменьшить потенциальные проблемы численной точности, создаваемые длинными узкими треугольниками;
- 2) любая точка на поверхности расположена максимально близко к опорной;
- 3) метод не зависит от порядка обработки точек.

Таким образом, триангуляция позволяет получить наиболее подходящие опорные точки для каждой оцениваемой точки, и, применив любой стандартный метод интерполяции, мы сможем достаточно точно оценить неизвестные значения.

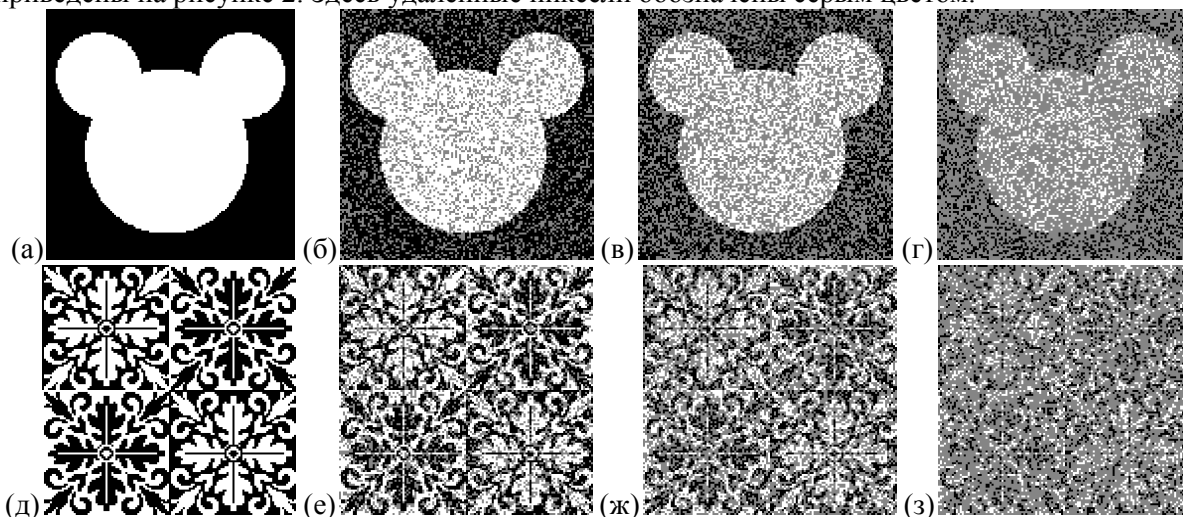
В данной работе были реализованы четыре наиболее известных метода интерполяции на основе триангулированной сети [10]:

- 1) линейная;
- 2) кубическая;
- 3) по ближайшему соседу;
- 4) по естественному соседу.

### 3. Результаты экспериментов

В данной работе демонстрация практической применимости выбранных методов пространственной интерполяции приводится на примере бинарных изображений.

Тестируемые изображения были преобразованы к частично определенным путем удаления 30, 50 и 70 процентов пикселей. Местоположение удаляемых пикселей было выбрано с помощью генератора псевдослучайных чисел. Исходные и преобразованные изображения приведены на рисунке 2. Здесь удаленные пиксели обозначены серым цветом.



**Рисунок 2.** Тестируемые изображения: (а) исходное изображение "Mickey"; (б) "Mickey", 30% удаленных пикселей; (в) "Mickey", 50% удаленных пикселей; (г) "Mickey", 70% удаленных пикселей; (д) исходное изображение "Ornament"; (е) "Ornament", 30% удаленных пикселей; (ж) "Ornament", 50% удаленных пикселей; (з) "Ornament", 70% удаленных пикселей

Для оценки качества методов интерполяции была измерена доля пикселей интерполированного изображения, совпавших с пикселями исходного изображения.

Необходимо учитывать тот факт, что интерполированное изображение является полутоновым, а исходное – бинарным. Для обеспечения более точного результата сравнения полученные в результате интерполяции полутоновые изображения были преобразованы в бинарные с помощью пороговой обработки. Результаты сравнения исходного и интерполированного изображений приведены в таблице 1.




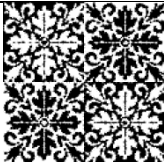
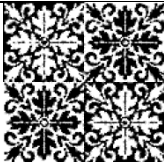
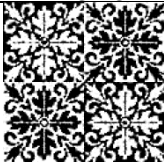
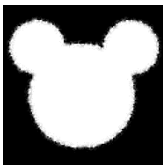


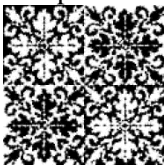
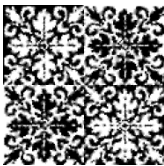
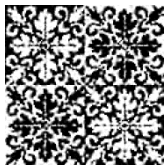
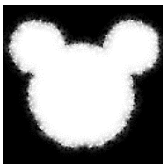


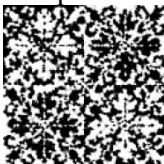
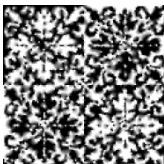
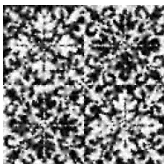
Таблица 1. Результаты экспериментов.

Метод	Параметры	Mickey			Ornament		
		30%	50%	70%	30%	50%	70%
IDW	p=0, r=inf	0,8522	0,7756	0,6534	0,8506	0,7507	0,6489
	p=1, r=inf	0,9917	0,9854	0,9750	0,8698	0,7813	0,6819
	p=2, r=inf	0,9966	0,9954	0,9893	0,9366	0,8866	0,8120
	p=3, r=inf	0,9973	0,9957	0,9896	0,9476	0,9022	0,8313
	p=4, r=inf	0,9972	0,9952	0,9890	0,9503	0,9058	0,8340
	p=5, r=inf	0,9969	0,9950	0,9886	0,9512	0,9065	0,8345
	p=6, r=inf	0,9968	0,9951	0,9885	0,9513	0,9063	0,8344
	p=7, r=inf	0,9968	0,9949	0,9885	0,9505	0,9051	0,8334
	p=8, r=inf	0,9968	0,9947	0,9883	0,9502	0,9049	0,8337
	p=9, r=inf	0,9966	0,9944	0,9882	0,9497	0,9031	0,8328
	p=10, r=inf	0,9966	0,9943	0,9882	0,9494	0,9025	0,8327
	p=2, r=0	0,8522	0,7566	0,6534	0,8506	0,7507	0,6489
	p=2, r=1	0,9952	0,9825	0,9077	0,9485	0,8953	0,8034
	p=2, r=2	0,9974	0,9957	0,9849	0,9506	0,9053	0,8340
	p=2, r=3	0,9974	0,9957	0,9899	0,9449	0,9000	0,8279
	p=2, r=4	0,9973	0,9958	0,9900	0,9411	0,8936	0,8218
	p=2, r=5	0,9973	0,9958	0,9899	0,9394	0,8912	0,8199
	p=2, r=6	0,9972	0,9958	0,9901	0,9391	0,8910	0,8197
	p=2, r=7	0,9973	0,9958	0,9902	0,9392	0,8908	0,8196
	p=2, r=8	0,9973	0,9957	0,9902	0,9393	0,8908	0,8194
p=2, r=9	0,9971	0,9958	0,9903	0,9391	0,8917	0,8190	
p=2, r=10	0,9971	0,9958	0,9901	0,9383	0,8909	0,8177	
TIN	linear	0,9952	0,9934	0,9890	0,9402	0,8938	0,8253
	nearest	0,9955	0,9935	0,9871	0,9348	0,8888	0,8267
	natural	0,9973	0,9960	0,9912	0,9559	0,9124	0,8361
	cubic	0,9965	0,9944	0,9893	0,9496	0,9047	0,8351
Kriging	linear	0,8572	0,7522	0,6639	0,8506	0,7507	0,8033
	circular	0,8522	0,9825	0,9917	0,8506	0,8896	0,8037
	spherical	0,8522	0,9211	0,9079	0,9544	0,9092	0,8033
	exponential	0,9975	0,9958	0,9916	0,9576	0,9145	0,8385
	gaussian	0,8522	0,7566	0,6815	0,8506	0,8478	0,6489
	stable	0,8522	0,8318	0,9913	0,9598	0,9171	0,6489

Из таблицы 1 видно, что для изображения "Mickey", где фон и объект являются четко различимыми, все методы при определенных параметрах демонстрируют примерно одинаковый результат. Для изображения "Ornament" лучший результат демонстрирует метод кригинга, а метод IDW оказался наименее точным. Однако, в случае отсутствия 70% пикселей, качество всех методов интерполяции заметно снижается для обоих изображений.




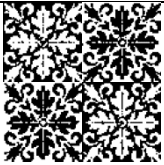
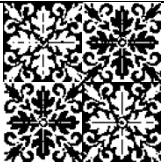
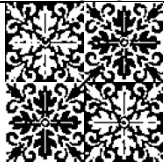



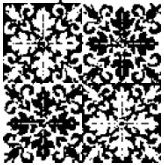
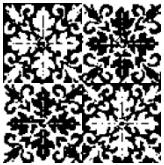
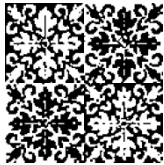



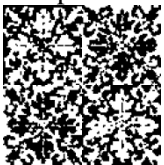
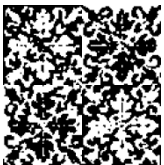
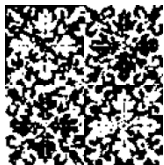
В таблице 2 приведены полутоновые изображения после процедуры интерполяции с наилучшими для каждого метода параметрами.

**Таблица 2. Результаты интерполяции.**

%	IDW	TIN	Kriging	IDW	TIN	Kriging
30	 r=2	 natural	 exponential	 p=6	 natural	 stable
50	 r=4	 natural	 exponential	 p=5	 natural	 stable
70	 r=9	 natural	 exponential	 p=5	 natural	 exponential

В таблице 3 приведены результаты интерполяции с наилучшими для каждого метода параметрами после процедуры пороговой обработки.

**Таблица 3. Результаты интерполяции после пороговой обработки.**

%	IDW	TIN	Kriging	IDW	TIN	Kriging
30	 r=2	 natural	 exponential	 p=6	 natural	 stable
50	 r=4	 natural	 exponential	 p=5	 natural	 stable
70	 r=9	 natural	 exponential	 p=5	 natural	 exponential

Из таблиц 2 и 3 видно, что в случае удаления 30% пикселей все методы демонстрируют превосходный результат, и визуально различить небольшую разницу в качестве исследуемых методов практически невозможно. В случае удаления 50% пикселей наблюдается небольшое снижение качества интерполяции для изображения "Ornament". В случае удаления 70% пикселей качество всех методов значительно снижается для обоих изображений.

В целом, таблицы 2 и 3 подтверждают результаты таблицы 1. Таким образом, по результатам экспериментов можно сделать вывод о том, что все исследуемые методы могут применяться для интерполяции изображений, у которых отсутствует некоторая доля пикселей, однако следует учитывать, что нет единого метода интерполяции, который может применяться ко всем ситуациям: все методы имеют преимущества и недостатки. На практике выбор

конкретного метода интерполяции (в том числе подбор параметров) должен зависеть от данных выборки и допусков ошибок оценки.

#### 4. Заключение

В рамках данной работы проведено исследование трех методов пространственной интерполяции: метод обратных взвешенных расстояний, метод интерполяции на основе триангулированной нерегулярной сети и метод кригинга. Проведен анализ практической применимости данных методов в задаче восстановления отсутствующих пикселей частично определенных изображений. В результате экспериментов выявлено, что все три метода могут применяться для решения поставленной задачи, однако результат каждого из них зависит от характеристик входного изображения, в том числе от количества опорных точек. В связи с этим, для достижения наилучшего результата интерполяции необходимо подбирать метод для каждого входного изображения отдельно.

#### 5. Литература

- [1] Gonzalez, R.C. Digital Image Processing / R.C. Gonzalez, R.E. Woods. – New Jersey: Prentice Hall, 2002. – 943 p.
- [2] Fadnavis, S. Image interpolation techniques in digital image processing: an overview / S. Fadnavis // Int. Journal of Engineering Research and Applications. – 2014. – Vol. 4(10). – P.70-73.
- [3] Watson, D.F. A refinement of inverse distance weighted interpolation / D.F. Watson, G.M. Philip // Geo- Processing. –1985. – Vol. 2. – P. 315-327.
- [4] Jassim, F.A. Image interpolation using kriging technique for spatial data / F.A. Jassim, F.H. Altaany // Canadian Journal on Image Processing and Computer Vision. – 2013. – Vol. 4(2). – P. 91-96.
- [5] Panagiotopoulou, A. Super-resolution image reconstruction employing Kriging interpolation technique / A. Panagiotopoulou, V. Anastassopoulos // Proc. IEEE Int. Workshop Syst., Signals and Image Processing. – 2007. – Vol. 1.– P. 144-147.
- [6] Ruiz-Alzola, J. Kriging filters for multidimensional signal processing / J. Ruiz-Alzola, C. Alberola-Lopez, C.F. Westin // Signal Processing. – 2005. – Vol. 85. – P. 413-439.
- [7] Panggabean, M. Chroma interpolation using windowed kriging for color-image compression-by-network with guaranteed delay / M. Panggabean, L. Rønningen // Proc. IEEE EURASIP 17th International Conference on Digital Signal Processing (DSP). – 2011. – Vol.1. – P. 1-6.
- [8] Mitas, L. Spatial interpolation / L. Mitas, H. Mitasova // Geographical Information Systems: Principles, Techniques, Management and Applications. – 1999. – P. 481-492.
- [9] Lee, D.T. Two algorithms for constructing a delaunay triangulation / D.T. Lee, B.J. Schachter // International Journal of Computer and Information Sciences. –1980. – Vol. 9(3). – P. 219-242.
- [10] Dumitru, P.D. Comparative study regarding the methods of interpolation / P.D. Dumitru, M. Ploeanu, D. Badea // Recent Advances in Geodesy and Geomatics Engineering. – 2013. – Vol.1. – P. 45-52.

# Application of spatial interpolation methods for restoration of partially defined images

Y.D. Vybornova<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

**Abstract.** The purpose of this paper is to analyze the practical applicability of spatial interpolation methods in the task of estimating the missing pixels of partially defined images. The paper presents three methods of spatial interpolation: inverse distance weighting, interpolation based on a triangulated irregular network, and kriging. The results of experimental research on these methods are given. Experiments show that all methods demonstrate a high quality of pixel prediction, but the choice of the most optimal method directly depends on the input data.

**Keywords:** spatial interpolation, image interpolation, kriging, inverse distance weighting, triangulated irregular network.