

Исследование итерационного расчета бездифракционных пучков с заданным распределением

С.В. Лишаев¹

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. Рассмотрен итерационный алгоритм расчёта фазового дифракционного оптического элемента, формирующего заданное распределение интенсивности. Алгоритм разработан с учетом наличия у бездифракционного пучка пространственного спектра, сосредоточенного в кольцевой области. Исследование проводилось путем варьирования размера спектрального кольца с целью поиска компромисса между проявлением у заданного распределения бездифракционных свойств и качеством получаемого изображения.

1. Введение

Хорошо известными бездифракционными пучками являются моды Бесселя [1-3]. У Бесселевых пучков расстояние компактной концентрации пучка значительно больше по сравнению с Гауссовыми, в связи с этим Бесселевы пучки используются при измерении прямолинейности на очень больших расстояниях [4, 5], при этом бездифракционные пучки демонстрируют гораздо меньшую чувствительность к атмосферной турбулентности, чем другие типы пучков [6-9]. Бездифракционные пучки также используются: для одновременного захвата и манипулирования несколькими микрообъектами [10]; при формировании изображений протяжённых или движущихся объектов [11-14], а также в сканирующих и интерференционных оптических системах для неразрушающего исследования материалов и устройств [15].

Моды Бесселя являются решением уравнения Гельмгольца в цилиндрической системе координат, кроме того, известно решение в эллиптической системе координат, соответствующее функциям Матье [16], и в параболической системе координат, порождающее параболические пучки [17], а также их различные обобщения [18-21].

Нужно отметить, что кроме аналитических решений, произвольное распределение, сконцентрированное на кольце, позволяет сформировать бездифракционный пучок. Этот факт используется для формирования бездифракционных пучков заданного вида [22-24].

Экспериментальное формирование бездифракционных пучков на основе кольцевого распределения имеет определенные сложности, т.к. при освещении узкой кольцевой диафрагмы теряется значительная часть энергии, поэтому в работах [25-27] был рассмотрен простой способ энергетически эффективного формирования различных бездифракционных лазерных пучков с помощью частичного диафрагмирования кольцевого пространственного спектра, сформированного с помощью фазового дифракционного аксона или кольцевой решетки [28-30].

В данной работе итерационный алгоритм расчёта фазового дифракционного оптического элемента, формирующего заданное распределение интенсивности [31], применен для

формирования бездифракционного пучка с заданной картиной. Основное внимание уделено исследованию сходимости алгоритма при варьировании размера спектрального кольца как по радиусу, так и по ширине. Рассмотрены возможности компромисса между проявлением у заданного распределения бездифракционных свойств и качеством получаемого изображения.

2. Теоретические основы

На рисунке 1 приведена оптическая схема формирования светового пучка $F(u,v)$ с использованием фазового ДОЭ, имеющего функцию комплексного пропускания $\tau(x,y)$ и освещаемого световой волной $A(x,y)$. Нужно заметить, что, т.к. размер оптического элемента ограничен, то и формирование заданного поля будет происходить в ограниченном пространстве.

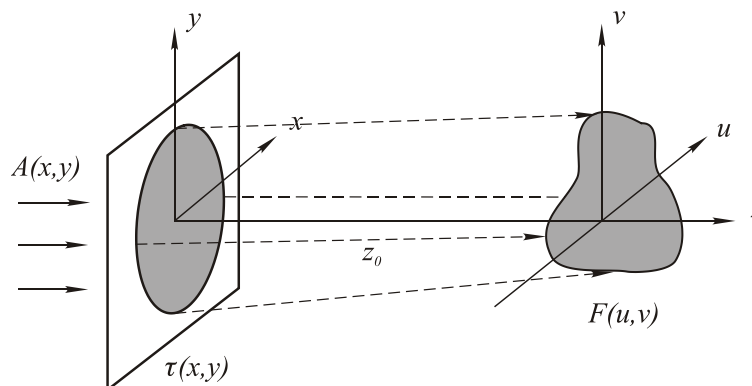


Рисунок 1. Формирование светового пучка с помощью фазового ДОЭ.

Рассматриваемый метод композиций подходит для расчета широкого класса ДОЭ. При этом функция комплексного пропускания ДОЭ $\tau(x,y)$ представляется в виде следующего выражения:

$$\tau(x,y) = A(x,y) \exp[i\varphi(x,y)],$$

где $\varphi(x,y)$ - фаза ДОЭ, $A(x,y)$ - амплитуда ДОЭ (для фазовых ДОЭ связывается с амплитудой освещающего пучка). Задача состоит в том, чтобы рассчитать фазу $\varphi(x,y)$ ДОЭ, освещаемого пучком с известной амплитудой $A(x,y)$.

Таким образом, предлагается следующий алгоритм для нахождения фазы оптического элемента $\varphi(x,y)$:

Начальная фаза выбирается как случайная величина $\varphi^0(x,y)$.

1. На k -м шаге рассчитывается функция распределения по следующей формуле:

$$F^k(u,v) = \Phi\{A(x,y) \exp[i\varphi^k(x,y)]\},$$

где $\Phi[\cdot]$ – оператор распространения.

2. Затем происходит наложение амплитуды, которое выражается формулой:

$$\hat{F}^k(u,v) = D_B\{F^k(u,v)\},$$

где D_B есть:

$$D_B: \hat{F}(u,v) = \begin{cases} A(u,v)F^k(u,v)|F^k(u,v)|^{-1}, & u,v \in \Omega_B, \\ 0, & u,v \notin \Omega_B. \end{cases}$$

3. Далее находится величина:

$$\hat{\tau}^k(x,y) = \Phi^{-1}\{\hat{F}^k(u,v)\}.$$

4. $\varphi^{(k+1)}(x,y) = \arg(\hat{\tau}^k(x,y))$

5. Переходим к 1. И так далее, до указанного в программе общего числа итераций.

Размер области во входной плоскости напрямую зависит от количества точек в сетке разбиения.

3. Результаты расчетов

В данной работе был произведен расчет погрешности для аппроксимируемого изображения с учетом изменения радиуса и ширины накладываемого кольца. В качестве оператора

распространения использовалось быстрое преобразование Фурье. Расчет выполнен для двух изображений: треугольника и символа Тай Ши.

На рисунке 2 показаны полученные изображения символа Тай Ши для разных ширины кольца. Из рисунка можно заметить, что изображение становится менее четким с уменьшением ширины.

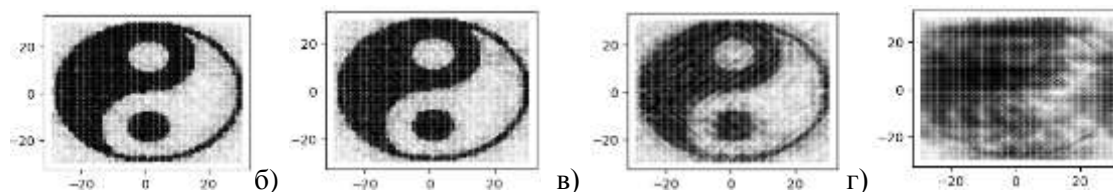


Рисунок 2. Изображения символа Тай Ши для разных ширины кольца для $r_1=5, r_2=28$ (а), $r_1=15, r_2=28$ (б), $r_1=22, r_2=28$ (в), $r_1=26, r_2=28$ (г).

На рисунке 3 показаны графики зависимости величины ошибки аппроксимации от номера итерации разной ширины кольца.

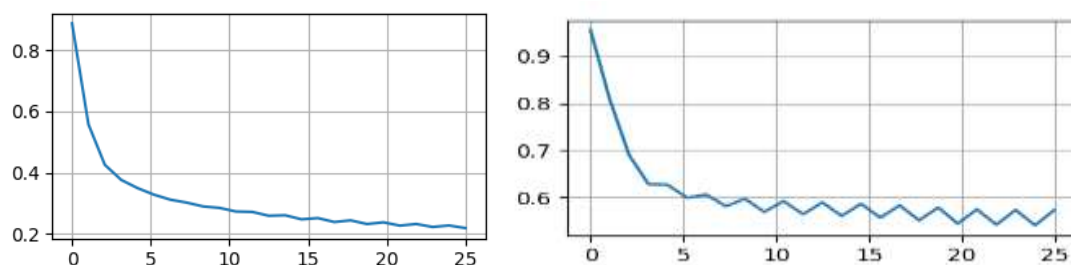


Рисунок 3. Графики зависимости величины ошибки аппроксимации от номера итерации для разной ширины кольца. Слева: $r_1=15, r_2=28$, справа: $r_1=26, r_2=28$.

Зависимость качества изображения от величины (радиуса) кольца рассмотрим на примере треугольника. Из рисунка 4 видно, что чем меньше кольцо, тем хуже аппроксимируется изображение. Графики ошибок показаны на рисунке 5.

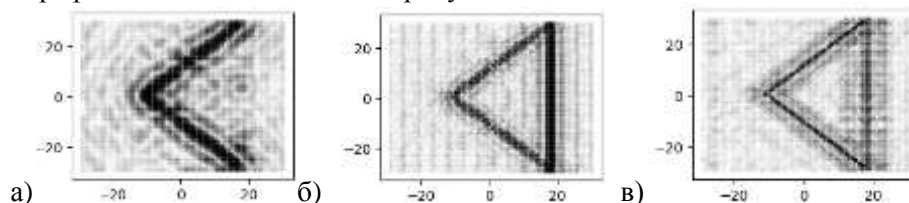


Рисунок 4. Изображения треугольника для разных размеров колец, при одинаковой ширине для $r_1=5, r_2=10$ (а), $r_1=15, r_2=20$ (б), $r_1=23, r_2=28$ (в).

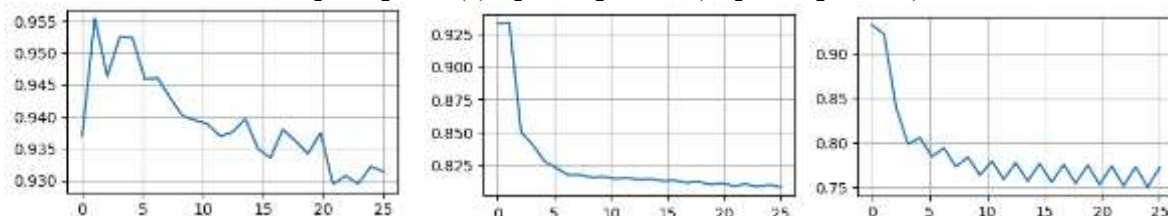


Рисунок 5. Графики зависимости величины ошибки аппроксимации от номера итерации для разного размера кольца. Слева: $r_1=5, r_2=10$, в центре: $r_1=15, r_2=20$ справа: $r_1=23, r_2=28$.

4. Заключение

В работе был использован итерационный метод расчета бездифракционных пучков с заданным распределением с целью нахождения компромисса между проявлением у заданного распределения бездифракционных свойств и качеством получаемого изображения. Были выяснены зависимости величины ошибки от радиуса и ширины накладываемого кольца,

представлены графики изменения ошибок с увеличением количества итераций, показаны полученные изображения. Учитывая, что точка отсчета находится в центре, можно сделать вывод, что для соблюдения приемлемого качества изображения величина необходимого радиуса будет лежать в пределах между $r_1 = 15$ и $r_2 = 30$, т. е., между половиной области и ее крайним значением. После увеличения ширины более чем, на $1/6$ области, прирост качества изображения будет незначительным.

5. Благодарности

Работа была выполнена при финансовой поддержке российского фонда фундаментальных исследований (грант № 20-07-00505 А).

6. Литература

- [1] Durnin, J. Diffraction-free beams / J. Durnin, J.J. Miceli, J.H. Eberly // *Phys. Rev. Lett.* – 1987. – Vol. 58(15). – P. 1499-1501.
- [2] Ziolkowski, R.W. Aperture realizations of exact solutions to homogeneous wave equations / R.W. Ziolkowski, I.M. Besieris, A.M. Shaarawi // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1993. – Vol. 10(1). – P. 75-87.
- [3] McGloin, D. Bessel beams: diffraction in a new light / D. McGloin, K. Dholakia // *Contemporary Physics.* – 2005. – Vol. 46(1). – P. 15-28.
- [4] Garces-Chavez, V. Simultaneous micromanipulation in multiple planes using a self-reconstructing light beam / V. Garces-Chavez, D. McGloin, H. Melville, W. Sibbett, K. Dholakia // *Nature.* – 2002. – Vol. 419. – P. 145-147.
- [5] Cizmar, T. Generation of multiple Bessel beams for a biophotonics workstation / T. Cizmar, V. Kollarov, X. Tsampoula, F. Gunn-Moore, W. Sibbett, Z. Bouchal, K. Dholakia // *Optics Express.* – 2008. – Vol. 16(18). – P. 14024-14035.
- [6] Nelson, W. Propagation of Bessel and Airy beams through atmospheric turbulence / W. Nelson, J.P. Palastro, C.C. Davis, P. Sprangle // *Journal of the Optical Society of America A.* – 2014. – Vol. 31(3). – P. 603-609.
- [7] Khonina, S.N. Creating order with the help of randomness: generating transversely random, longitudinally invariant vector optical fields / S.N. Khonina, I. Golub // *Opt. Lett.* – 2015. – Vol. 40. – P. 4070-4073.
- [8] Li, Y. OAM mode of the Hankel-Bessel vortex beam in weak to strong turbulent link of marine-atmosphere / Y. Li, Y. Zhang // *Laser Physics.* – 2017. – Vol. 27(4). – P. 045201.
- [9] Васильев, В.С. Распространение пучков Бесселя и суперпозиций вихревых пучков в атмосфере / В.С. Васильев, А.И. Капустин, Р.В. Скиданов, Н.А. Ивлиев, В.В. Подлипнов, С.В. Ганчевская // *Компьютерная оптика.* – 2019. – Т. 43, № 3. – С. 376-384. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-3-376-384.
- [10] Khonina, S.N. Rotating microobjects using a DOE-generated laser Bessel beam / S.N. Khonina, R.V. Skidanov, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer // *Proceedings of SPIE.* – 2004. – Vol. 5456. – P. 244-255.
- [11] Mikiuia, G. Diffractive elements for imaging with extended depth of focus / G. Mikiuia, A. Kolodziejczyk, M. Makowski, C. Prokopowicz, M. Sypek // *Optical Engineering.* – 2005. – Vol. 44(5). – P. 058001-7.
- [12] Хонина, С.Н. Исследование применения аксиконов в высокоапертурной фокусирующей системе // С.Н. Хонина, С.Г. Волоотовский // *Компьютерная оптика.* – 2010. – Vol. 34(1). – P. 35-51.
- [13] Fahrbach, F.O. Microscopy with self-reconstructing beams / F.O. Fahrbach, P. Simon, A. Rohrbach // *Nature Photonics.* – 2010. – Vol. 4. – P. 780-785.
- [14] Khonina, S.N. Dynamic focal shift and extending depth of focus based on the masking of the illuminating beam and using an adjustable axicon / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, A.P. Porfirev // *Journal of the Optical Society of America A.* – 2019. – Vol. 36(6). – P. 1039-1047. DOI: 10.1364/JOSAA.36.001039.

- [15] Leitgeb, R.A. Extended focus depth for Fourier domain optical coherence microscopy / R.A. Leitgeb, A.H. Bachmann, L. Steinmann, T. Lasser // *Opt. Lett.* – 2006. – Vol. 31. – P. 2450-2452.
- [16] Gutierrez-Vega, J.C. Alternative formulation for invariant optical fields: Mathieu beams / J.C. Gutierrez-Vega, M.D. Iturbe-Castillo, S. Chavez-Cerda // *Opt. Lett.* – 2000. – Vol. 25(20). – P. 1493-1495.
- [17] Bandres, M.A. Parabolic nondiffracting optical wave fields / M.A. Bandres, J.C. Gutierrez-Vega, S. Chavez-Cerda // *Opt. Lett.* – 2004. – Vol. 29(1). – P. 44-46.
- [18] Gutierrez-Vega, J.C. Focusing evolution of generalized propagation invariant optical fields / J.C. Gutierrez-Vega, R. Rodriguez-Masegosa, S. Chavez-Cerda // *J. Opt. A.* – 2003. – Vol. 5. – P. 276-282.
- [19] Gutierrez-Vega, J.C. Helmholtz– Gauss waves / J.C. Gutierrez-Vega, M.A. Bandres // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2005. – Vol. 22(2). – P. 289-298.
- [20] Khonina, S.N. Generalized parabolic nondiffracting beams of two orders / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, S. Chávez-Cerda // *Journal of the Optical Society of America A.* – 2018. – Vol. 35(9). – P. 1511-1517. DOI: 10.1364/JOSAA.35.001511.
- [21] Khonina, S.N. Fractional two-parameter parabolic diffraction-free beams / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, A.P. Porfirev // *Optics Communications.* – 2019. – Vol. 450. – P. 103-111. DOI: 10.1016/j.optcom.2019.05.071.
- [22] Kotlyar, V.V. Algorithm for the generation of non-diffracting Bessel modes / V.V. Kotlyar, S.N. Khonina, V.A. Soifer // *Journal of Modern Optics.* – 1995. – Vol. 42(6). – P. 1231-1239.
- [23] Courtial, J. Iterative algorithms for holographic shaping of non-diffracting and self-imaging light beams / J. Courtial, G. Whyte, Z. Bouchal, J. Wagner // *Opt. Express.* – 2006. – Vol. 14(6). – P. 2108-2116. DOI: 10.1364/OE.14.002108.
- [24] Мухаметгалеев, И.В. Итерационный алгоритм расчета изображений, обладающих бездифракционными свойствами, на основе выделения узкого спектрального кольца / И.В. Мухаметгалеев, С.Н. Хонина // *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва.* – 2010. – Т. 24, № 4. – С. 238-246.
- [25] Anguiano-Morales, M. Different field distributions obtained with an axicon and an amplitude mask / M. Anguiano-Morales, A. Martinez, M.D. Iturbe-Castillo, S. Chavez-Cerda // *Optics Communications.* – 2008. – Vol. 281. – P. 401-407.
- [26] Хонина, С.Н. Простой способ эффективного формирования различных бездифракционных лазерных пучков // *Компьютерная оптика.* – 2009. – Т. 33, № 1. – С. 70-78.
- [27] Хонина, С.Н. Экспериментальное формирование различных бездифракционных лазерных пучков на основе диафрагмирования вихревого кольцевого пространственного спектра / С.Н. Хонина, Р.В. Скиданов, А.А. Морозов // *Известия Самарского научного центра РАН.* – 2009. – Т. 11, № 3. – С. 103-110.
- [28] Dyson, J. Circular and spiral diffraction gratings // *Proc. Royal Soc. A.* – 1958. – Vol. 248. – P. 93-106.
- [29] Vasara, A. Realization of general nondiffracting beams with computer generated holograms / A. Vasara, J. Turunen, A.T. Friberg // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1989. – Vol. 6. – P. 1748-1754.
- [30] Устинов, А.В. Влияние соотношения ширины полос дифракционной кольцевой решетки на распределение энергии в фокальной плоскости / А.В. Устинов, А.П. Порфирьев, С.Н. Хонина // *Оптический журнал.* – 2017. – Т. 84, № 9. – С. 3-12.
- [31] Kotlyar, V.V. Iterative calculation of diffractive optical elements focusing into a three dimensional domain and the surface of the body of rotation / V.V. Kotlyar, S.N. Khonina, V.A. Soifer // *Journal of Modern Optics.* – 1996. – Vol. 43(7). – P. 1509-1524.

Investigation of iterative calculation of diffraction-free beams with a given distribution

S.V. Lishaev¹

¹Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. An iterative algorithm for calculating the phase diffraction optical element forming a given intensity distribution was considered. The algorithm was developed taking into account the presence of a diffraction-free distribution of the spatial spectrum concentrated in the annular region. The study was carried out by varying the size of the ring in order to find a compromise between the manifestation of a given distribution of diffraction-free properties and the quality of the resulting image.