

# Исследование формирования и распространения контурных пучков заданной формы

Л.Б. Дубман

Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева

Самара, Россия

lyuba.dubman13@gmail.com

**Аннотация** — В данной работе исследуется влияние различных параметров на формирование и распространение контурных пучков заданной формы.

**Ключевые слова** — пучки с заданным пространственным спектром, параметрические кривые, преобразование Фурье, интеграл Уиттекера, преобразование Френеля

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Пучки с пространственным спектром в виде заданных параметрических кривых имеют большое значение в области оптического захвата и манипулирования микро- и наночастиц [1].

Простым решением для формирования произвольных кривых является композиция нескольких элементов в одном оптическом элементе с фокусировкой в некоторые примитивные распределения. Этот подход был использован для формирования кривых в фокальной плоскости с помощью спиральных пучков [2]. Впоследствии аналогичный формализм был применен к трехмерным кривым на основе суперпозиции гауссовых пучков [3, 4]. Также известны способы формирования спиральных распределений интенсивности на основе каустик [5]. Пространственный спектр бездифракционных пучков определяется на узком кольце и оператор распространения таких пучков может быть сведен к одномерному интегралу [6, 7].

В данной работе исследуется влияние различных параметров на формирование и распространение контурных пучков заданной формы с использованием интеграла Уиттекера [6, 7], а также преобразования Френеля на основе быстрого преобразования Фурье.

## 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

Интеграл Уиттекера определяется формулой [6, 7]:

$$E(x, y) = \int_0^T w(t) \cdot e^{\left[-i \cdot \frac{2\pi}{\lambda f_0}\right] \cdot R(t) \cdot (x \cdot \cos(t) + y \cdot \sin(t))} dt, \quad (1)$$

где  $R(t)$  – параметрическая функция, описывающая форму кривой [6]

$$R(t) = \sqrt{h^2(t) + g^2(t)},$$

где  $h(t)$  и  $g(t)$  – это функции, заданные параметрически.

Суперформула приведена в работе [8]:

$$R(t) = \rho(t) \cdot \left[ \left| \frac{1}{a} \cdot \cos\left(\frac{m}{4} \cdot t\right) \right|^{m_2} + \left| \frac{1}{b} \cdot \sin\left(\frac{m}{4} \cdot t\right) \right|^{m_3} \right]^{\frac{-1}{n_1}} \cdot (2)$$

На рис. 1 представлены кривые, заданные параметрически, построенные по формуле (2).

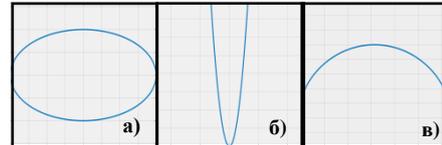


Рис. 1. Графики параметрических кривых а) эллипса; б) параболы; в) циклоида

Примеры построения эволюты приведены на рис. 2.

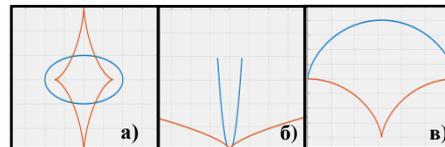
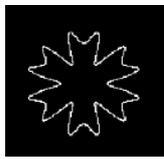
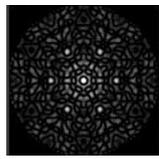
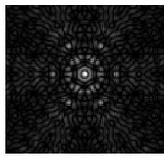


Рис. 2. Рисование эволюты для кривой, заданной параметрически в виде а) эллипса; б) параболы; в) циклоида

## 3. ФОРМИРОВАНИЕ И РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПУЧКОВ

Для расчета поля, имеющего заданный пространственный спектр, использовалось выражение (1). При отсутствии градиента интенсивности и фазы ( $w(t) = 1$ ) амплитуда поля, вычисленной по формуле (1) и с использованием БПФ близки (см. таблицу I). Однако для функции  $w(t) = \sin(4t)$  (см. рис. 3) полученные результаты заметно отличаются.

Таблица I. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ РАСЧЕТ ПО ИНТЕГРАЛУ УИТТЕКЕРА И С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БПФ

Отрисованные параметрические кривые	Поле, вычисленное по формуле (1)	БПФ, вычисленное для соответствующих параметрических кривых
		

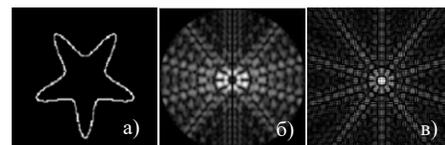


Рис. 3. Исследование сходимости на примере а) параметрических кривых; б) картинок, вычисленных по формуле (1) при  $w(t)=\sin(4t)$ ; в) БПФ от параметрических функций

Заметим, что фигуры в фокальной плоскости линзы на рис. 4 имеют нулевой градиент интенсивности при  $w(t) = 1$ .

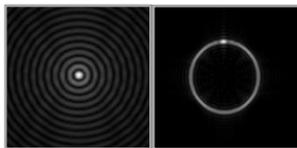


Рис. 4. Графики амплитуд поля  $E(x,y)$  и Фурье

В таблице II показаны примеры контурных кривых при различных  $w(t)$ , которые определяют распределение интенсивности вдоль кривой.

Таблица II. ИССЛЕДОВАНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ПУЧКА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ  $w$

Условное обозначение	$w(t) = 1$	$w(t) = t$	$w(t) = \sin(4t)$
Окружность			
Капля			

Результаты моделирования распространения контурных пучков в свободном пространстве, полученные с использованием преобразования Френеля, приведены в таблицах III и IV. Видно, что на больших расстояниях ( $z = 5000$  мм) формируются распределения, соответствующие заданным кривым.

Таблица III. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПУЧКА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ  $z$  (БАБОЧКА)

Значение параметра, отвечающего за вид распределения	$w(t) = 1$	$w(t) = \sin(4t)$
$z = 100$ мм		
$z = 5000$ мм		

Таблица IV. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПУЧКА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ  $z$  (ГЛАЗ)

Значение параметра, отвечающего за вид распределения	Амплитуда после Френеля при $w(t) = 1$	Амплитуда после Френеля при $w(t) = \sin(4t)$
$z = 100$ мм		

ПРОДОЛЖЕНИЕ ТАБЛИЦЫ IV

$z = 800$ мм		
$z = 5000$ мм		

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено исследование влияние различных параметров на формирование и распространение контурных пучков заданной формы. Показано заметное различие результатов, полученных с использованием интеграла Уиттекера и БПФ при неравномерном распределении интенсивности на кривой. Это отличие связано с особенностями численного расчета. В частности, для БПФ требуется пересчёт двумерных массивов, в то время как расчет интеграла Уиттекера – предусматривает использование одномерного массива, что обеспечивает соизмеримое время расчета при значительно большем числе отсчётов. Благодаря данной особенности интеграл Уиттекера выигрывает у БПФ в скорости и в точности вычислений. Моделирование распространения пучков в свободном пространстве с помощью преобразования Френеля подтвердило формирование распределений, соответствующих заданным кривым на больших расстояниях.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Yang, Y. Optical trapping with structured light: a review / Y. Yang, Y.-X. Ren, M. Chen, Y. Arita, and C. Rosales-Guzmán // *Advanced Photonics*. – 2021. – Vol. 3(3). – P. 034001.
- [2] Abramochkin, E.G. Spiral light beams / E.G. Abramochkin, V.G. Volostnikov // *Physics-Uspekhi*. – 2004. – Vol. 47(12). – P. 1177-1203.
- [3] Kotlyar, V.V. Iterative calculation of diffractive optical elements focusing into a three-dimensional domain and the surface of the body of rotation / V.V. Kotlyar, S.N. Khonina, V.A. Soifer // *J. Mod. Opt.* – 1996. – Vol. 43(7). – P. 1509-1524.
- [4] Rodrigo, J. A. Polymorphic beams and Nature inspired circuits for optical current / J. A. Rodrigo, T. Alieva // *Scientific Reports*. – 2016. – Vol. 6(35341). DOI: 10.1038/srep35341.
- [5] Soifer, V.A. Spiral Caustics of Vortex Beams / V.A. Soifer, S.I. Kharitonov, S.N. Khonina, Y.S. Strelkov, A.P. Porfirev // *Photonics*. – 2021. – Vol. 8. – P. 24. DOI: 10.3390/photonics8010024.
- [6] Khonina, S.N. Generation of multi-contour plane curves using vortex beams / S.N. Khonina, A.P. Porfirev // *Optik*. – 2021. – Vol. 229. DOI: 10.1016/j.ijleo.2021.166299.
- [7] Ren, Z. Symmetric form-invariant dual Pearcey beams / Z. Ren, C. Fan, Y. Shi, B. Chen // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 2016. – Vol. 33(8). – P. 1523-1530.
- [8] Gielis, J. A. A generic geometric transformation that unifies a wide range of natural and abstract shapes / J. A. Gielis // *Am. J. Bot.* – 2003. – Vol. 90. – P. 333-338. DOI: 10.3732/ajb.90.3.333.