

Исследование эффективности суперпиксельной фильтрации изображений

А.А. Егорова¹

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. В статье рассматривается задача фильтрации аддитивного белого гауссовского шума на изображениях. Предлагается проводить фильтрацию по связным однородным областям малого размера (суперпикселям). Восстановление каждой такой области осуществляется при помощи метода наименьших квадратов. В работе также производится расчёт ошибки восстановления, значение которой сравнивается с ошибкой, полученной в результате выполнения винеровской фильтрации. В экспериментальной части работы показано, что предлагаемый алгоритм суперпиксельной фильтрации при достаточно низких значениях отношения сигнал/шум превосходит по эффективности классический винеровский фильтр, обеспечивая меньшее значение СКО ошибки восстановления.

1. Введение

В процессе формирования или передачи изображения часто подвергаются влиянию различных случайных шумов [1]. Шумы приводят к снижению визуального качества изображений, а также негативно влияют на результат решения различных задач обработки и анализа изображений. Таким образом, проблема фильтрации шумов на изображениях является весьма актуальной.

На практике наиболее часто встречается аддитивный, статистически независимый от сигнала шум (аддитивный белый шум). Он обычно вводится на этапе формирования цифровых изображений [2]. Действие большинства существующих алгоритмов фильтрации изображений направлено на подавление шума, имеющего гауссовское распределение, так как многие шумы могут быть довольно хорошо приближены такой моделью.

Классическим примером фильтра, который может быть использован для подавления аддитивного белого гауссовского шума, является винеровский фильтр. При его синтезе учитывается информация о спектральной плотности мощности изображения и шума. Фильтр Винера способен достаточно эффективно удалять аддитивный Гауссов шум, но степень размытости мелких деталей на изображении при этом может превысить допустимые задачей значения [2].

В настоящей работе предлагается производить фильтрацию по суперпикселям – связным непересекающимся областям изображения, объединяющим в себе однородные по некоторым признакам (яркость, текстура и т.д.) пиксели [3]. Такой подход обладает рядом преимуществ. Во-первых, при обработке изображений по стандартному пиксельному представлению каждая локальная область зачастую обрабатывается методом «скользящего окна», в которое могут входить пиксели различных объектов. В свою очередь, обработка по суперпиксельному

представлению может быть охарактеризована как обработка по объектам или их частям, поскольку при правильном разбиении никакой суперпиксель не должен пересекать границ объектов, то есть должен является объектом или его частью [4]. Во-вторых, число суперпикселей много меньше числа пикселей изображения. Следовательно, вычислительная сложность задачи понижается.

Настоящая работа построена следующим образом. В разделе 2 приводится краткая информация об используемом алгоритме получения суперпиксельного представления изображений. В разделе 3 представлен предложенный алгоритм суперпиксельной фильтрации. Раздел 4 посвящен экспериментальным исследованиям эффективности предлагаемого алгоритма, а также его сравнению с винеровским фильтром.

2. Суперпиксельная сегментация изображений

Для выполнения суперпиксельной сегментации был использован пороговый алгоритм выделения областей на изображениях, предложенный в работе [5]. Алгоритм в порядке построчной развёртки разбивает изображение на пространственно связанные непересекающиеся однородные по яркости области (суперпиксели) таким образом, что разброс значений яркостей пикселей внутри каждой из них находится в пределах диапазона 2ε , где ε – входной параметр алгоритма, который далее будем называть порогом суперпиксельной сегментации.

Выбор алгоритма обусловлен его низкой вычислительной сложностью (получение суперпикселей осуществляется за один проход по изображению) и простотой настройки (один входной параметр) по сравнению с популярными графовыми алгоритмами суперпиксельной сегментации [6-8] и алгоритмами кластеризации [4, 9, 10].

3. Восстановление изображений по суперпиксельному представлению методом наименьших квадратов

Пусть наблюдению доступно изображение $x(n_1, n_2)$, представляющее собой сумму полезного сигнала $x_0(n_1, n_2)$ и случайного сигнала (шума) $v(n_1, n_2)$, распределённого по нормальному закону, с нулевым средним: $x(n_1, n_2) = x_0(n_1, n_2) + v(n_1, n_2)$, $n_1 = 1, \dots, N_1$, $n_2 = 1, \dots, N_2$. Пусть также имеется разбиение наблюдаемого изображения на суперпиксели. Множество всех суперпикселей обозначим $D = \{D_m\}_{m=1, \dots, M}$, где M – число суперпикселей.

Задача восстановления изображения заключается в том, чтобы синтезировать такой фильтр, при подаче на вход которому наблюдаемого сигнала $x(n_1, n_2)$ можно бы было получить оценку $\hat{x}(n_1, n_2)$, близкую к полезному сигналу [1]. Итак, восстановление области изображения, представляющей один суперпиксель, может быть произведено следующим образом:

$$\hat{x}(n_1, n_2) = \sum_{i=0}^{I-1} a_i f_i(n_1, n_2), \quad (n_1, n_2) \in D_m. \quad (1)$$

Оценку $\hat{x}(n_1, n_2)$ получим методом наименьших квадратов (МНК) [11]. В этом случае необходимо, чтобы фильтр обеспечивал минимум ошибки в среднеквадратичном смысле:

$$S = \sum_{(n_1, n_2) \in D_m} [\tilde{x}(n_1, n_2) - x(n_1, n_2)]^2 \rightarrow \min_{\{a_i\}}. \quad (2)$$

Для нахождения значений коэффициентов $\{a_i\}$, при которых достигается минимум (2), приравняем частные производные, взятые от (1) к нулю, продифференцируем и получим следующую систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\sum_{i=0}^{I-1} a_i \sum_{(n_1, n_2) \in D_m} f_i(n_1, n_2) f_j(n_1, n_2) = \sum_{(n_1, n_2) \in D_m} x(n_1, n_2) f_j(n_1, n_2), \quad 0 \leq j \leq I-1, \quad (3)$$

где I – степень аппроксимирующего полинома.

В матричной форме СЛАУ (3) может быть записана следующим образом:

$$\mathbf{BA} = \mathbf{C}, \quad (4)$$

где \mathbf{B} – квадратная симметрическая матрица:

$$\mathbf{B} = \{b_{ij}\}_{i,j=0}^{I-1} = \left\{ \sum_{(n_1, n_2) \in D_m} f_i(n_1, n_2) f_j(n_1, n_2) \right\}_{i,j=0}^{I-1};$$

$$\mathbf{A} = \{a_i\}_{i=0}^{I-1};$$

\mathbf{C} – векторы-столбцы искоемых коэффициентов и свободных членов СЛАУ, соответственно:

$$\mathbf{C} = \{c_i\}_{i=0}^{I-1} = \left\{ \sum_{(n_1, n_2) \in D_m} x(n_1, n_2) f_i(n_1, n_2) \right\}_{i=0}^{I-1}.$$

Рассмотрим различные степени полинома, по которому будем производить аппроксимацию МНК.

- Если $I = 1$:

$$\begin{aligned} f_0(n_1, n_2) &= 1, \\ b_{00} &= \sum_{(n_1, n_2) \in D_m} 1, \\ c_0 &= \sum_{(n_1, n_2) \in D_m} x(n_1, n_2), \\ a_0 &= \frac{\sum_{(n_1, n_2) \in D_m} x(n_1, n_2)}{\sum_{(n_1, n_2) \in D_m} 1}. \end{aligned}$$

Таким образом, суперпиксельная фильтрация изображения при $I = 1$ представляет собой операцию усреднения яркости внутри каждого суперпикселя.

- Если $I = 3$:

$$\begin{aligned} f_0(n_1, n_2) &= 1, \\ f_1(n_1, n_2) &= n_1, \\ f_2(n_1, n_2) &= n_2, \end{aligned}$$

то для нахождения значений коэффициентов $\{a_i\}$ и последующего восстановления каждого суперпикселя необходимо решить СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} \sum_{(n_1, n_2) \in D_m} 1 & \sum_{(n_1, n_2) \in D_m} n_1 & \sum_{(n_1, n_2) \in D_m} n_2 \\ \sum_{(n_1, n_2) \in D_m} n_1 & \sum_{(n_1, n_2) \in D_m} n_1^2 & \sum_{(n_1, n_2) \in D_m} n_1 n_2 \\ \sum_{(n_1, n_2) \in D_m} n_2 & \sum_{(n_1, n_2) \in D_m} n_1 n_2 & \sum_{(n_1, n_2) \in D_m} n_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{(n_1, n_2) \in D_m} x(n_1, n_2) \\ \sum_{(n_1, n_2) \in D_m} x(n_1, n_2) n_1 \\ \sum_{(n_1, n_2) \in D_m} x(n_1, n_2) n_2 \end{pmatrix}.$$

4. Экспериментальные исследования

В рамках экспериментальной части работы был реализован предложенный алгоритм суперпиксельной фильтрации изображений, а также было произведено сравнение с фильтром Винера.

Для проведения исследований были сгенерированы кусочно-постоянные квазинепрерывные изображения размера 512×512 . Такие изображения (или близкие к ним) на практике являются достаточно распространёнными моделями регистрируемых полей яркости. Они представляют собой набор полей, образуемых путём разбиения плоскости случайными прямыми и присвоения полученным областям случайных значений яркости [12].

Эксперименты были проведены на трёх наборах синтезированных данных, каждый из которых включал в себя изображения с фиксированным значением коэффициента корреляции между соседними пикселями ρ : 0,90; 0,95; 0,99, соответственно. Пример синтезированных кусочно-постоянных изображений представлен на рисунке 1.

Зашумление исходных данных выполнялось путём наложения на сгенерированные кусочно-постоянные изображения аддитивного гауссовского белого шума с нулевым средним. Далее отношение сигнал-шум обозначено как $d = (D_x/D_v)$, где D_x – дисперсия исходного изображения, а D_v – дисперсия шума. Рассматривались следующие значения d : 10, 15, 20, 30,

50, 100, 200, 500, 1000. Для каждой пары значений (ρ, d) было сгенерировано по 10 изображений. Суперпиксельная сегментация выполнялась при различных значениях порога ε от 2 до 25 с шагом 1.

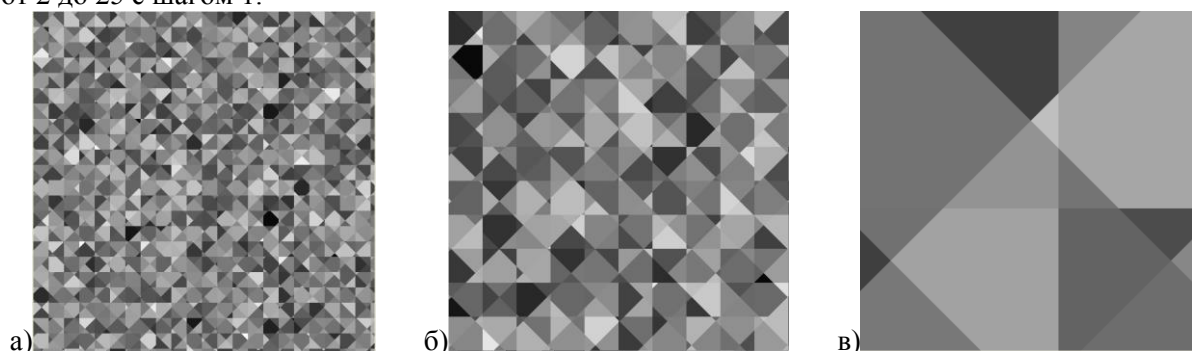


Рисунок 1. Пример исходных синтезированных изображений: (а) $\rho=0,90$; (б) $\rho=0,95$; (в) $\rho=0,99$.

В таблицах 1, 2 представлены полученные для предложенного алгоритма суперпиксельной фильтрации значения СКО ошибки восстановления, которые рассчитывались по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N_1 N_2} \sum_{n_1=1}^{N_1} \sum_{n_2=1}^{N_2} (x_0(n_1, n_2) - \tilde{x}(n_1, n_2))^2}$$

при аппроксимации полиномами степени $I=1$ и $I=3$ соответственно при различных значениях коэффициента корреляции и значениях порога ε , обеспечивающих минимальное СКО.

Таблица 1. СКО ошибки восстановления при различных значениях коэффициента корреляции пикселей исходного изображения (аппроксимация МНК полиномом степени $I=1$).

d	10	15	20	30	50	100	200	500	1000
$\rho = 0,90$	10,3	8,1	6,8	5,2	3,9	2,5	1,6	0,9	0,6
$\rho = 0,95$	9,4	7,3	6,2	4,8	3,5	2,2	1,4	0,8	0,5
$\rho = 0,99$	7,1	4,8	3,7	2,8	2,1	1,4	0,9	0,4	0,3

Таблица 2. СКО ошибки восстановления при различных значениях коэффициента корреляции пикселей исходного изображения (аппроксимация МНК полиномом степени $I=3$).

d	10	15	20	30	50	100	200	500	1000
$\rho = 0,90$	10,0	7,8	6,5	5,0	3,6	2,3	1,5	0,8	0,5
$\rho = 0,95$	9,1	6,9	5,8	4,5	3,2	2,1	1,3	0,7	0,4
$\rho = 0,99$	6,7	4,3	3,5	2,6	1,9	1,1	0,7	0,3	0,2

В результате проведенного эксперимента были сделаны следующие выводы относительно использования предложенного алгоритма:

- чем выше корреляция между отсчетами исходного изображения, тем меньше значение СКО ошибки восстановления;
- при аппроксимации многочленом степени $I=3$ СКО ошибки восстановления ниже, чем при $I=1$, однако, при $d \geq 50$, разница не превышает 0,4;
- значение порога суперпиксельной сегментации [5], которое обеспечивает минимальное значение СКО ошибки восстановления, не зависит от корреляции между отсчетами исходного изображения;
- чем меньше значение отношения сигнал/шум, тем выше следует задавать значение порога суперпиксельной сегментации.

Для того, чтобы в дальнейшем исключить этап подбора значения порога суперпиксельной сегментации, которое бы обеспечивало минимальное значение СКО ошибки восстановления, также было проведено исследование его зависимости от СКО шума $\varepsilon(\sigma_v)$, график которой

представлен на рисунке 2. Было положено, что зависимость имеет линейный характер, а экспериментальные данные были аппроксимированы по методу МНК: $\varepsilon(\sigma_v) = 1,9\sigma_v + 2$.

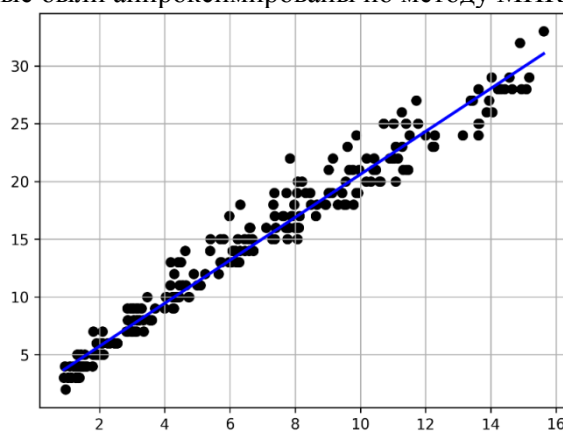


Рисунок 2. График зависимости $\varepsilon(\sigma_v)$.

Также в рамках экспериментальной части работы было проведено сравнительное исследование предложенной суперпиксельной фильтрации с винеровской фильтрацией. На рисунке 3 показаны графики зависимости СКО ошибки восстановления от значения отношения сигнал/шум для обоих методов.

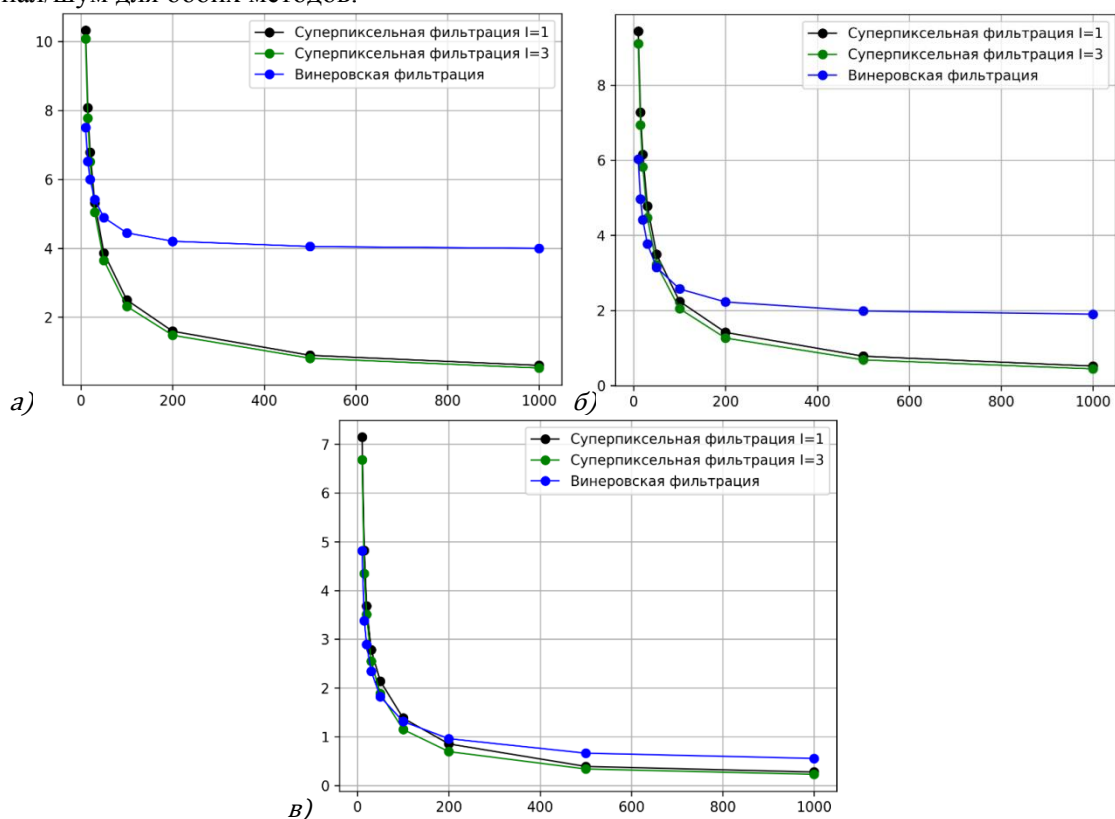


Рисунок 3. Зависимость СКО ошибки восстановления от отношения сигнал/шум d : а) $\rho=0,90$; б) $\rho=0,95$; в) $\rho=0,99$.

Стоит отметить, что ошибку восстановления фильтром Винера можно рассчитать, зная энергетические спектры изображения и шума. Поскольку автокорреляционная функция синтезированных кусочно-постоянных изображений имеет изотропную экспоненциальную АКФ, то её спектр рассчитывается по формуле [13]:

$$\Phi_x(e^{i\omega_1}, e^{i\omega_2}) = -2\pi D_x \ln \rho \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} \frac{1}{[(\ln \rho)^2 + (\omega_1 + 2\pi k_1)^2 + (\omega_2 + 2\pi k_2)^2]^{3/2}}.$$

Тогда энергетический спектр остаточной ошибки фильтрации аддитивного белого гауссовского шума: $\Phi_\varepsilon(e^{i\omega_1}, e^{i\omega_2}) = \frac{D_v \Phi_x(e^{i\omega_1}, e^{i\omega_2})}{\Phi_x(e^{i\omega_1}, e^{i\omega_2}) + D_v}$, откуда СКО ошибки восстановления:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Phi_\varepsilon(e^{i\omega_1}, e^{i\omega_2}) d\omega_1 d\omega_2}.$$

По графикам, изображённым на рисунке 3 видно, что:

- при значении отношения сигнал/шум $d \leq 50$ меньшее значение СКО ошибки восстановления обеспечивает винеровский фильтр (однако, и для Винера ошибка большая), при значениях выше предложенный метод суперпиксельной фильтрации показывает себя лучше;
- чем выше значение коэффициента корреляции между отсчётами исходного изображения, тем меньше разница между СКО ошибок восстановления, полученными для предложенного фильтра и фильтра Винера;
- уже при коэффициенте корреляции $\rho = 0,95$ между отсчётами исходного изображения и $d > 50$ предложенный алгоритм значительно эффективнее, чем винеровский фильтр.

Наглядно результат восстановления фрагмента зашумлённого изображения каждым из сравниваемых алгоритмов проиллюстрирован на рисунке 4. Ошибка, возникающая при восстановлении зашумлённого изображения предложенным методом, имеет локальный характер и наблюдается на границах тех областей изображения, которые представляют собой разные объекты, но незначительно различаются по яркости, вследствие чего ошибочно определяются в ходе сегментации в один суперпиксель. В свою очередь для фильтрации Винера характерно размытие восстановленного изображения.



Рисунок 4. Восстановление зашумлённого кусочно-постоянного изображения: а) фрагмент зашумлённого изображения ($\rho = 0,95$; $d = 200$; $\varepsilon = 10$), б) фрагмент изображения после восстановления при помощи суперпиксельной фильтрации, в) фрагмент изображения после восстановления при помощи винеровской фильтрации.

Предложенный алгоритм суперпиксельной фильтрации был протестирован также на полутоновом изображении *Lena.tif* 512×512 . Порог суперпиксельной фильтрации, обеспечивающий минимум СКО, рассчитывался по формуле, определённой выше. В таблице 2 приведены соответствующие значения СКО ошибки восстановления.

5. Заключение

В работе представлен алгоритм линейной фильтрации по связным однородным в смысле яркости областям изображения (суперпикселям), а также произведено его сравнение с винеровской фильтрацией.

Таблица 2. Значения СКО ошибки восстановления.

d	10	15	20	30	50	100	200	500	1000
Предложенный метод $I=1$	13,3	10,9	9,6	8,1	6,4	4,7	3,4	2,4	2,1
Предложенный метод $I=3$	12,6	10,5	9,2	7,6	6,1	4,5	3,3	2,2	1,8

В ходе исследований было показано, что при достаточно низких значениях отношения сигнал/шум предложенный метод суперпиксельной фильтрации обеспечивает меньшее значение СКО ошибки восстановления, чем фильтр Винера. Кроме того, предложенный метод в отличие от фильтра Винера показал себя хорошо при различных значениях коэффициента корреляции между пикселями исходного изображения. Уже при коэффициенте корреляции $\rho=0,95$ предложенный алгоритм значительно эффективнее, чем винеровский фильтр.

Также было показано, что при значениях отношения сигнал шум, меньшем, чем 50, достаточно производить аппроксимацию МНК каждого суперпикселя многочленом первой степени, поскольку при высших степенях уменьшение СКО ошибки восстановления не значительно (не превышает 0,4).

Недостатком предложенного алгоритма является влияние этапа получения суперпиксельного разбиения изображения на конечный результат. Иными словами, неправильно подобранное значение порога суперпиксельной сегментации может привести к тому, что пиксели, соответствующие различным объектам, могут быть отнесены к одному суперпикселю. Или, напротив, в случае, когда уровень шума на наблюдаемом изображении высокий, сегментирование может оказаться чрезмерным и, как следствие, шум после фильтрации может сохраниться.

6. Благодарности

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 19-37-90116, № 19-07-00474 и № 20-37-70053.

7. Литература

- [1] Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.
- [2] Гашников, М.В. Методы компьютерной обработки изображений / М.В. Гашников – М.: Физматлит, 2003. – 784 с.
- [3] Ren, X. Learning a classification model for segmentation / X. Ren, J. Malik // Proceedings of the Ninth IEEE International Conference on Computer Vision in ICCV. – 2003. – P. 10-17.
- [4] Achanta, R. SLIC Superpixels compared to state-of-the-art superpixel methods / R. Achanta, A. Shaji, K. Smith, A. Lucchi, P. Fua, S. Susstrunk // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2012. – Vol. 34(11). – P. 2274-2282.
- [5] Сергеев, В.В. Имитационная модель изображения и метод сжатия данных / В.В. Сергеев, В.А. Сойфер // Автоматика и вычислительная техника. – 1978. – № 3. – С.76-78.
- [6] Felzenszwalb, P.F. Efficient graph-based image segmentation / P.F. Felzenszwalb, D.P. Huttenlocher // International Journal of Computer Vision. – 2004. – Vol. 59(2). – P. 167-181.
- [7] Shi, J. Normalized cuts and image segmentation / J. Shi, J. Malik // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2000. – Vol. 22(8). – P. 888-905.
- [8] Liu, M.-Y. Entropy rate superpixel segmentation / M.-Y. Liu, O. Tuzel, S. Ramalingam, R. Chellappa // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2011. – P. 2097-2104.
- [9] Li, Z. Superpixel segmentation using linear spectral clustering / Z. Li, J. Chen // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2015. – P. 1356-1363.
- [10] Wang, J. VCells: simple and efficient superpixels using edge-weighted centroidal Voronoi tessellations / J. Wang, X. Wang // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2012. – Vol. 34(6). – P. 1241-1247.
- [11] Линник, Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1962. – 349 с.
- [12] Денисова, А.Ю. Итерационный метод восстановления кусочно-постоянных изображений при известных границах областей / А.Ю. Денисова, В.В. Сергеев // Компьютерная оптика. – 2013. – Т. 37, № 2. – С. 239-243.

- [13] Сергеев, В.В. Алгоритм генерации тестовых мозаичных изображений/ В.В. Сергеев, О.Н. Сигунова // Автоматизация научных исследований: межвуз. сб. науч. трудов. – Куйбышев: Куйбышевский авиационный институт, 1984. – С. 129-134.

The effectiveness of image filtering by superpixel representation

A.A. Egorova¹

¹Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. The paper considers the task of linear filtering of additive white Gaussian noise in images. It is proposed to filter images by connected homogeneous regions of small size (superpixels). The restoration of each such region is carried out using the least squares method. The obtained recovery error is compared with the recovery error obtained by the Wiener filtering. In the experimental part, it is shown that the proposed superpixel filtering algorithm at sufficiently low values of the signal-to-noise ratio is superior in efficiency to the classical Wiener filter, providing a lower value of the recovery error.