

Исследование астигматического преобразования полиномиальных пучков Лежандра

Л.В. Хисматуллина

Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева

Самара, Россия

lv.khismatullina@gmail.com

Аннотация — В данной работе на основе численного моделирования с помощью преобразования Френеля исследуются свойства астигматического преобразования полиномиальных пучков Лежандра.

Ключевые слова — преобразование Френеля, пучки Эрмита–Гаусса, полиномы Лежандра

1. ВВЕДЕНИЕ

Структурированные лазерные пучки позволяют захватывать и манипулировать микрочастицами, что эффективно применяется во многих научных исследованиях, в технических и медико-биологических сферах. Основными семействами функций, используемых в оптических ловушках, являются функции Эрмита – Гаусса (ЭГ) и Лаггера – Гаусса (ЛГ), поскольку они сохраняют свою структуры при распространении [1, 2]. Их свойства были хорошо изучены, и применены во многих исследованиях. Однако необходимость расширения возможностей лазерных пучков в различных приложениях приводят исследователей к поиску новых типов структурированных пучков. Например, в работе [3] формируются спиральные пучки, а в работах [4–6] рассмотрены подходы к формированию фокальных кривых с заданным распределением интенсивности.

Свойства полиномиальных пучков остаются неисследованными и недооцененными. В данной работе проводится исследование свойств гауссовых пучков с полиномиальным распределением Лежандра и их астигматического преобразования.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

Астигматические пучки Эрмита – Гаусса можно представить в следующем виде:

$$\Psi_a(x, y) = H_{n,m} \left(\frac{x}{\sigma}, \frac{y}{\sigma} \right) \exp(iaxy) \exp \left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2} \right), \quad (1)$$

где (x, y) – координаты во входной плоскости, α – параметр астигматизма, $H_{n,m}$ – полином Эрмита, σ – параметр, характеризующий эффективную ширину гауссова пучка.

В данной работе мы будем рассматривать Гауссовы пучки с полиномиальным распределением Лежандра следующего вида:

$$Y_a(x, y) = P_{n,m}(x, y) \exp \left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2} \right), \quad (2)$$

где $P_{n,m}$ – полином Лежандра, описываемый формулой:

$$P_{n,m}(x, y) = P_n(x) \cdot P_m(y),$$

$$P_0(x) = 1, \quad P_1(x) = x,$$

$$P_{n+1}(x) = \frac{2n+1}{n+1} x P_n(x) - \frac{n}{n+1} P_{n-1}(x).$$

Астигматические гауссовы пучки с полиномиальным распределением Лежандра описываются формулой, аналогичной (1):

$$Y_{ag}(x, y) = P_{n,m}(x, y) \exp(iaxy) \exp \left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2} \right), \quad (3)$$

Для численного моделирование распространения пучков в свободном пространстве будем использовать преобразование Френеля и его связь с преобразованием Фурье:

$$U(x, y, z) = -\frac{ik}{2\pi z} \exp(ikz) \exp \left[\frac{ik}{2z} (x^2 + y^2) \right] \mathfrak{F} \left\{ U_0(u, v) \exp \left[\frac{ik}{2z} (u^2 + v^2) \right] \right\}.$$

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ

Для численного моделирования распространения астигматических пучков Эрмита–Гаусса и полиномиальных пучков Лежандра использовались следующие параметры: $\lambda = 0,532$ мкм, $\alpha = 100$ мм⁻², $\sigma = 0,1$ мм.

На рис. 1 показано распространение астигматического пучка ЭГ $(n, m) = (1, 0)$. Видно, что при увеличении расстояния z , пучок ЭГ преобразуется в вихревой пучок ЛГ, что хорошо известно [7].

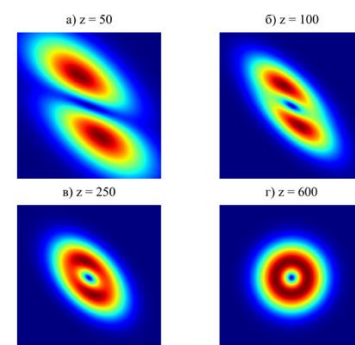


Рис. 1. Распространение астигматического пучка Эрмита – Гаусса на расстояние а) $z = 50$ мм, б) $z = 100$ мм, в) $z = 250$ мм, г) $z = 600$ мм

Определенный интерес представляет исследование распространения и астигматического преобразования других полиномиальных пучков. Полином Лежандра является примечательным, поскольку он обеспечивает наименьшее среднее квадратичное отклонение от нуля. На рис. 2 представлены результаты моделирования распространения пучков Лежандра-Гаусса $(n, 0)$, описываемых (2).

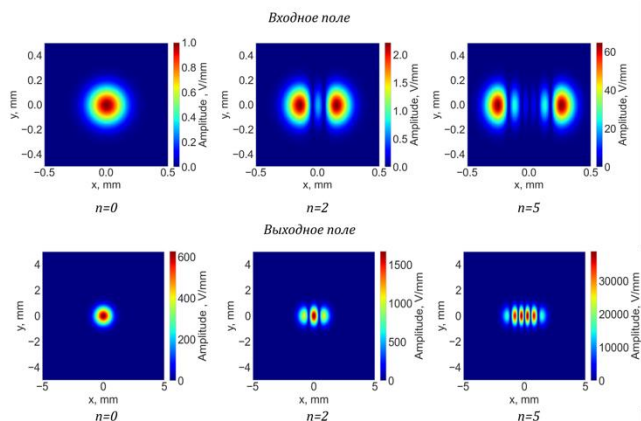


Рис. 2. Распространение пучков Лежандра-Гаусса $(n, 0)$ при $n = 0, n = 2, n = 5$

Так как первые два члена полинома Лежандра совпадают с полиномом Эрмита, картина амплитуды при порядках $n = 0$ и $n = 1$ будет совпадать с пучками ЭГ. Однако при более высоких порядках можно отметить, что после прохождения через линзу исследуемый пучок преобразуется: лепестки с большей интенсивностью во входном распределении преобразуются в лепестки с меньшей интенсивностью и наоборот. Исходя из этого, можно сделать вывод о том, что гауссов пучок с полиномиальным распределением Лежандра не является инвариантным к преобразованию Фурье, а также к преобразованию Френеля.

Рассмотрим астигматический пучок Лежандра-Гаусса, описываемый (3), и исследуем его свойства. На рис. 3 показана амплитуда данного пучка при порядках $n = 3, m = 0$, и различных значениях параметра астигматизма α .

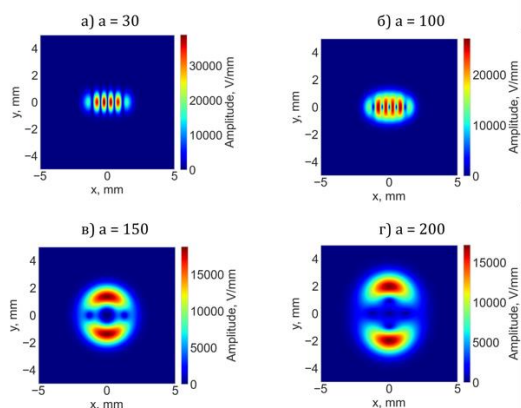


Рис. 3. Распространение астигматического пучка Лежандра-Гаусса $(3, 0)$ при а) $\alpha = 30$, б) $\alpha = 100$, в) $\alpha = 150$, г) $\alpha = 200$

Общий эффект увеличения параметра астигматизма заключается в том, что полином Лежандра-Гаусса становится более удлиненным в направлении, соответствующем не преобладающему порядку, и более широким в направлении, соответствующем преобладающему порядку.

Для более полной картины свойств, рассмотрим распространение пучков при различных порядках n . На рис. 4 показана амплитуда пучка (3) при $\alpha = 0$.

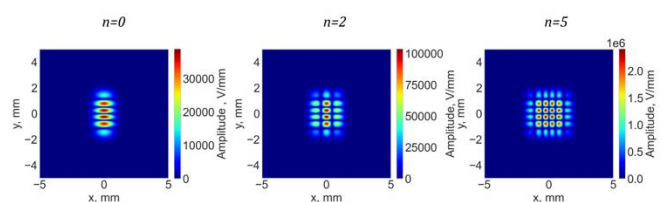


Рис. 4. Распространение астигматического пучка Лежандра-Гаусса $(n, 5)$ при $n = 0, n = 2, n = 5$

Можно заметить, что при одинаковых порядках n и m центральная часть имеет примерно одинаковые максимумы, что может быть полезно при использовании ловушек одинаковой силы. Такой подход используется, например, в решетках Романова, они разделяют свет на равномерно расположенные лучи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены и численно исследованы пучки Лежандра-Гаусса и влияние астигматического преобразования таких пучков на основе преобразования Френеля. Для более детального исследования свойств данных пучков необходимы определенные экспериментальные исследования. Однако, на основании полученных численных результатов можно утверждать, что исследуемые пучки расширяют возможности лазерного излучения для некоторых задач оптического захвата и манипулирования микрообъектами [8].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Kogelnik, H. Laser beams and resonators / H. Kogelnik, T. Li // Appl. Opt. – 1966. – Vol. 5. – P. 1550–1567.
- [2] Хонина, С.Н. Саморепродукция многомодовых пучков Гаусса-Эрмита / С.Н. Хонина, В.В Котляр, В.А. Соيفер // Письма в ЖТФ. - 1999. - Т. 25, № 12. – С. 62-69.
- [3] Абрамочкин, Е. Г. Спиральные пучки света / Е. Г. Абрамочкин, В. Г. Волостников // Успехи физических наук. – 2004. – Т. 174, №. 12. – С. 1273-1300.
- [4] Doskolovich, L.L. Analytical design of freeform optical elements generating an arbitrary-shape curve / L. L.Doskolovich, A. Y. Dmitriev, E. A. Bezus, M. A. Moiseev // Applied Optics. – 2013. – Vol. 52(12). – P. 2521-2526.
- [5] Barwick, S. Accelerating regular polygon beams / S. Barwick // Opt. Lett. – 2010. – Vol. 35(24). – P. 4118–4120.
- [6] Zhijun, R Generation of Optical Accelerating Quinary-Cusp Beams and Their Optical Characteristics / Ren Zhijun, Li Xiao-Dong, Fan Chang-Jiang, Xu Zhuo-Qi // Chinese Physics Letters. – 2013. – Vol. 30. – P. 114208 – 114212.
- [7] Beijersbergen, M.W. Astigmatic Laser Mode Converters and Transfer of Orbital Angular Momentum / M.W. Beijersbergen, M.W. Beijersbergen, L. Allen, H.E.L.O. van der Veen, J.P. Woerdman // Opt. Commun. – 1993. – P. 123–132.
- [8] Khonina, S. N. DOE-generated laser beams with given orbital angular moment: application for micromanipulation / S. N. Khonina, R. V. Skidanov // Proc. SPIE. - 2005. – Vol. 5962. – P. 852-863.