

# Использование вращающейся электродинамической тросовой системы для изменения параметров орбит космических аппаратов и систем

Х. Лу<sup>1,2</sup>, Ю.М. Заболотнов<sup>1</sup>, А. Ли<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

<sup>2</sup>Северо-западный политехнический университет, Западной Дружбы 127, Сиань, КНР, 710072

**Аннотация.** Известны много полезных применений космических электродинамических тросовых систем (ЭДТС): удаление космического мусора, транспортные операции, изменение параметров орбит космических аппаратов (КА) и т. д. В настоящей работе анализируется возможность использования вращающейся ЭДТС для изменения орбитальных параметров КА и систем. Преимуществом вращающейся ЭДТС является устойчивость ее движения при действии возмущений. Тем не менее, при вращении проводящего троса в магнитном поле сила Лоренца постоянно меняет свое направление, что ведет к необходимости разработки специальных методов управления, обеспечивающих заданное изменение орбитальных параметров системы. В работе предложены законы управления для изменения большой полуоси и эксцентриситета орбиты, которые учитывают изменение пространственного положения троса. Для изменения большой полуоси ток регулируется по закону косинуса. Для изменения эксцентриситета орбиты бортовые источники энергии обеспечивают заданную величину тока, когда система находится вблизи апогея и перигея орбиты. Результаты моделирования показывают, что предлагаемые законы позволяют изменять параметры орбиты, обеспечивая их приведение к заданным значениям.

## 1. Введение

В настоящее время задача сокращения стоимости космических операций при реализации различных космических миссий остается актуальной, так традиционные космические средства все еще приводят к дорогостоящим инженерным проектам [1]. Космические тросовые системы (КТС) во многих случаях обеспечивают решения, уменьшающие стоимость космических миссий [2]. В сочетании с многоразовыми ракетами-носителями (МРН), КТС может использоваться для запуска полезной нагрузки с Земли или для перехода между орбитами [1], для удаления космического мусора, исследования атмосферы и магнитного поля Земли и т. д. Кроме того, КТС является многоразовой системой, с небольшим временем подготовки к повторному использованию по сравнению с МРН. Поэтому транспортные операции являются одними из наиболее перспективных направлений использования КТС [3].

После многолетних исследований, механический импульсный обмен между отдельными частями КТС (МИОТС) признан лучшим решением для грузовых перевозок и даже для межпланетных миссий, а вращающаяся тросовая система (ВТС) обеспечивает в этом смысле

наилучшую способность и устойчивость для всех типов МИОТС [3-5]. В последнее десятилетие использование электродинамической тросовой системы (ЭДТС) становится актуальной задачей, решение которой обеспечивает реализацию орбитальных маневров [6]. ЭДТС широко используются для удаления космического мусора [7,8]. Комбинация с ЭДТС и МИОТС также была предложена различными учеными, чтобы обеспечить бестопливное орбитальное маневрирование КТС, в том числе при доставке полезной нагрузки на заданную орбиту, для возврата с орбиты полезного груза [8,9].

Традиционная вертикальная ЭДТС значительно ограничивает возможности системы (величина тока ограничивается условием устойчивости системы), а вращающаяся ЭДТС снимает эти ограничения. Кроме того, из-за действия центробежных сил, которые возникают при вращении системы, деформация троса от распределенных силы Ампера уменьшается, и форма троса приближается к прямой линии. Для таких миссий, как стабилизация параметров орбиты или транспортировка полезной нагрузки, вращающаяся тросовая система может обеспечить самое большое приращение скорости  $\Delta V$  среди всех типов КТС. Поэтому комбинация МИОТС (в частности, вращающейся тросовой системы) и электродинамической тросовой системы считается идеальным выбором для крупномасштабных миссий при транспортировке полезных грузов [1,10].

Использование вращающейся ЭДТС кажется полезной, однако требует всесторонних исследований до того, как эта миссия будет реализована. В настоящей работе решается задача использования вращающейся ЭДТС для изменения параметров орбит КА и систем. Тросовая система должна обеспечить стабилизацию параметров орбиты или переход на другую орбиту. Это особенно важно для МИОТС, потому что ее орбита будет изменяться после каждой космической операции. Однако при вращении ЭДТС сила Лоренца (Ампера), действующая на проводящий трос в магнитном поле Земли, меняет свое направление, что требует разработки специальных законов управления током [10] для приведения параметров орбиты к заданным величинам.

Основное внимание в работе уделяется анализу устойчивости и управлению орбитальным движением вращающейся ЭДТС (ВЭДТС). В частности, рассматриваются задачи изменения большую полуоси орбиты и эксцентриситета центра масс ВЭДТС. Закон управления током предлагается на основе закона косинуса, чтобы увеличить (или уменьшить) большую полуось орбиты. Для изменения эксцентриситета, предлагается закон управления, который основывается на использовании силы Лоренца только когда система находится вблизи апогея или перигея орбиты.

## 2. Математическая модель движения тросовой системы

### 2.1. Динамическая модель движения ВЭДТС

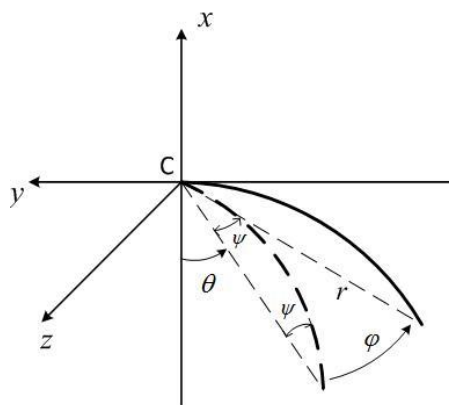
Для описания движения ВЭДТС вокруг центра масс учитываются только гравитационные и электродинамические силы, используется ньютоновское поле тяготения. Системы координат (СК), которые применяются в математических моделях, приводятся на рис. 1.

На рисунке: 1. Геоцентрическая экваториальная СК  $Ox_{eq}Y_{eq}Z_{eq}$  (неподвижная система): начало координат в центре Земли  $O$ , ось  $Ox_{eq}$  направлена на точку весеннего равноденствия;  $Oz_{eq}$  параллельна оси вращения Земли, а ось  $Oy_{eq}$  дополняет СК до правой. 2. Геоцентрическая орбитальная СК  $OXYZ$ : ось  $Ox$  направлена в восходящий узел или в перигей (для экваториальной орбиты) орбиты ЭДТС, ось  $Oz$  перпендикулярна плоскости орбиты и направлена по вектору угловой скорости центра масс ЭДТС, ось  $Oy$  дополняет СК до правой. 3. Орбитальная правая подвижная СК  $Sxyz$ : начало координат в центре масс ЭДТС, ось  $Sx$  направлена по радиус-вектору центра масс ЭДТС, ось  $Sz$  - параллельна оси  $Oz$ . 4. Система координат связанная с тросом  $Sx_Ty_Tz_T$  (подвижная СК): ось  $Sx_T$  направлена по натянутому тросу от центра масс к спутнику  $m_1$ . Угол  $\theta$  определяет движение ЭДТС относительно



$$\begin{aligned}
 Q_1 &= -\frac{1}{2} B_z |I| r (\operatorname{ctg} \psi \cos^2 \varphi + \psi^{-1} \sin^2 \varphi) \\
 Q_2 &= \cos \varphi (B_z \cos \varphi - B_x \sin \varphi \cos \theta - B_y \sin \varphi \sin \theta) \Delta I r \\
 Q_3 &= Q_3^{(1)} + Q_3^{(2)} \\
 Q_3^{(1)} &= 0.5 B_z |I| r^2 \sin \varphi \cos \varphi (\operatorname{ctg} \psi - \psi^{-1}) \\
 Q_3^{(2)} &= -(B_y \cos \theta - B_x \sin \theta) \Delta I r \\
 a_s &= \frac{I r (B_z \cos \varphi \sin \theta - B_y \sin \varphi)}{m_1 + m_2} \\
 a_t &= \frac{I r (B_x \sin \varphi - B_z \cos \varphi \cos \theta)}{m_1 + m_2} \\
 a_w &= \frac{I r (B_z \cos \varphi \cos \theta - B_x \cos \varphi \sin \theta)}{m_1 + m_2}
 \end{aligned} \tag{3}$$

где  $I$  - ток (его положительное направление определяется в направлении из спутника  $m_1$  до космического корабля  $m_2$ );  $\psi$  - угол, зависящий от деформации троса (рисунок 2);  $\Delta = 0.5r(m_2 - m_1) / (m_1 + m_2)$  - расстояние от точки приложения равнодействующей сил Ампера до центра масс системы (алгебраическая величина);  $B_x, B_y, B_z$  - проекции вектора магнитной индукции на оси СК  $Cx, Cy, Cz$  соответственно.



**Рисунок 2.** Положение деформированного троса относительно СК  $Cxyz$ .

В уравнениях (2) предполагается, что невесомый трос представляет собой часть окружности [11, 13]. Деформация троса оказывает значительное влияние на движение ЭДТС, когда трос совершает колебательные движения или медленно вращается. Однако деформация будет незначительна из-за действия инерционных сил, если ЭДТС быстро вращается. Поэтому для вращающихся ЭДТС деформацией троса обычно пренебрегают:  $Q_1 = Q_3^{(1)} = 0, \dot{r} = \ddot{r} \equiv 0, r \equiv L_f$ .

### 2.2. Магнитное поле Земли

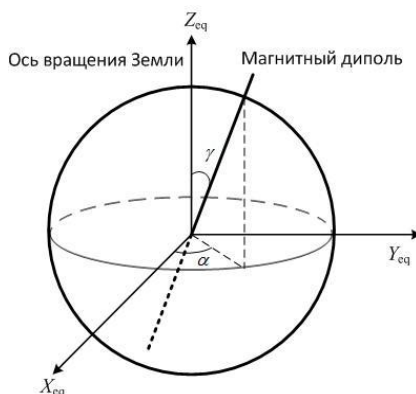
Используется модель магнитного поля Земли - наклонный диполь. Диполь имеет наклон  $i_d = 11^\circ 34'$  к оси вращения Земли [10,11]. Эту модель можно назвать моделью первого приближения. Модель геомагнитного поля [11-12] обычно используется для общего концептуального исследования движения ВЭДТС на низких орбитах.

Как показано на рисунке 3, магнитный диполь вращается с Землей, описывая конус в пространстве относительно оси вращения Земли. Его положение определяется углами  $\alpha, \gamma$ .

Углы  $\alpha, \gamma$  определяются из выражений:

$$\alpha = \Omega_e t, \quad \gamma = i_d \tag{4}$$

где  $\Omega_e$  - угловая скорость вращения Земли.



**Рисунок 3.** Магнитный диполь Земли.

Вектор магнитной индукции определяется в следующем виде [5]:

$$\mathbf{B} = B_0 [\mathbf{e}_z - 3(\mathbf{e}_z \cdot \mathbf{e}_R)\mathbf{e}_R] \tag{5}$$

где  $\mathbf{e}_z$  - единичный вектор, направленный по оси вращения Земли,  $\mathbf{e}_R$  - единичный вектор, направленный по радиус-вектору центра масс ЭДТС,  $B = \mu_m / R^3$ ,  $\mu_m = 8 \times 10^6 \text{ tol.km}^3$  - момент магнитного диполя,  $(\cdot)$  - знак скалярного произведения.

Проекции вектора магнитной индукции на оси СК  $OXYZ$  определяются из следующих выражений (рисунки 1 и 3):

$$\begin{aligned} B_x &= -2B_0 [\cos \gamma \sin i \sin u + \cos \alpha \sin \gamma (\cos \Omega_u \cos u - \cos i \sin \Omega_u \sin u) \\ &\quad + \sin \gamma \sin \alpha (\cos u \sin \Omega_u + \cos i \cos \Omega_u \sin u)] \\ B_y &= B_0 [\cos u \cos \gamma \sin i - \cos \alpha \sin \gamma (\cos \Omega_u \sin u + \cos i \cos u \sin \Omega_u) \\ &\quad - \sin \gamma \sin \alpha (\sin \Omega_u \sin u - \cos i \cos \Omega_u \cos u)] \\ B_z &= B_0 [\cos i \cos \gamma + \cos \alpha \sin \gamma \sin i \sin \Omega_u - \sin \gamma \cos \Omega_u \sin \alpha \sin i] \end{aligned} \tag{6}$$

### 3. Управление движением ЭДТС

Здесь рассматривается управление движением ЭДТС с целью изменения большой полуоси или эксцентриситета орбиты центра масс системы.

#### 3.1. Метод управления для изменения большой полуоси орбиты

Для изменения большой полуоси сила Ампера должна быть направлена по вектору скорости центра масс системы (в ту или другую сторону). Таким образом, величина тока в проводящем тресе должна зависеть от пространственного положения системы. На рисунке 4 показаны направления тока и силы Ампера относительно СК  $Sxyz$ . Направление силы Ампера определяется через векторное произведение  $\mathbf{F} = I(\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{V})$ , где  $\boldsymbol{\tau}$  - единичный вектор направления тока.

Здесь  $C$  - центр масс системы,  $D$  - точка приложения силы Ампера  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{F}_x$  - проекция силы Ампера в направлении орбитального движения.

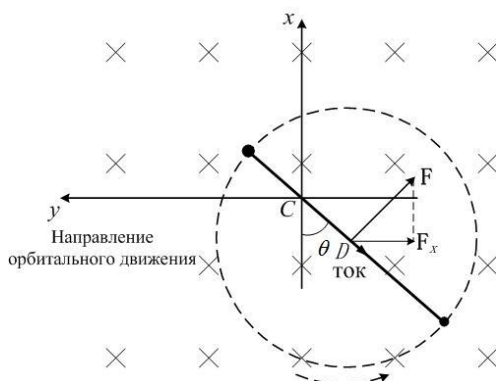
Для увеличения величины большой полуоси орбиты предлагается релейный закон управления:

$$I = \begin{cases} I_{\max} & , \cos \theta \leq 0 \\ -I_{\max} & , \cos \theta > 0 \end{cases} \tag{7}$$

где  $I_{\max}$  - наибольший допустимый ток.

Знак тока в управлении (7) должен быть изменен, если необходимо уменьшить большую полуось. При использовании управления (7) направление тока изменяется два раза на периоде орбитального движения. Такой метод управления изменяет большую полуось приблизительно линейно, причем ЭДТС вращается с почти постоянной угловой скоростью. Эксцентриситет

орбиты также колеблется относительно своего начального значения, что будет подтверждено ниже результатами моделирования.



**Рисунок 4.** Направление силы Ампера.

**3.2. Метод управления для изменения эксцентриситета орбиты**

Для изменения эксцентриситета орбиты предлагается следующий закон управления:

$$I = \begin{cases} I_{\max} & , \text{ если } \cos \theta < 0 \cap (\vartheta_1 < \vartheta < \vartheta_2) \\ -I_{\max} & , \text{ если } \cos \theta > 0 \cap (\vartheta_3 < \vartheta < \vartheta_4) \\ 0 & , \text{ иначе} \end{cases} \quad (8)$$

где  $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3, \vartheta_4$  - значения угла истинной аномалии, определяющие диапазон, в котором осуществляются управляющие воздействия на систему. Интервалы  $\vartheta_1 < \vartheta < \vartheta_2$  и  $\vartheta_3 < \vartheta < \vartheta_4$  расположены вблизи апогея или перигея.

В соответствии с управлением (8), ток пропускается по тросу только вблизи апогея и перигея, поэтому общее время операции будет намного больше, чем при изменении большой полуоси орбиты.

**4. Моделирование управляемого движения ЭДТС**

При моделировании движения ЭДТС использовались данные, приведенные в таблице 1.

**Таблица 1.** Параметры тросовой системы и начальные условия движения.

Параметры	
$m_1, m_2$	30 кг, 6000 кг
$r$	3 км
$\theta_0, \dot{\theta}_0$	0, 0.01 рад/с
$\varphi_0, \dot{\varphi}_0$	0, 0
$I_{\max}$	5А
$\vartheta_0, \omega_{\pi 0}$	0, 0
$i_0$	11.5 град

**4.1. Изменение большой полуоси**

Здесь предполагается, что вращающаяся ЭДТС двигается по начальной орбите с параметрами: большая полуось  $A_0 = 6885$  км, эксцентриситет  $e_0 = 0.002$ . Необходимо увеличить большую полуось орбиты на 100 км, то есть до  $A_f = 6985$  км. Изменение параметров системы при использовании закона управления (8) показано на рисунках 5-6.

На рисунках 5-6 показаны первые 3 часов маневра, а полное приращение большой полуоси составляет 100 км за 419 часов (17 дней). Надо отметить, что дискретность изменения

величины тока составляет 6 минут при угловой скорости вращения системы 0.01рад/с. Большая полуось увеличивается линейно, а эксцентриситет и угловая скорость вращения ( $\dot{\theta}$ ) колеблются около начальных значений. Сила натяжения троса также колеблется около своего начального значения (около 11 н). Угол, определяющий колебания системы перпендикулярно орбитальной плоскости ( $\varphi$ ), колеблется в пределах около 1 град. Наклонение уменьшается на 0.05 град за 17 дней. Таким образом, при использовании управления (7) эксцентриситет орбиты, угловая скорость вращения системы и наклонение орбиты изменяются не значительно.

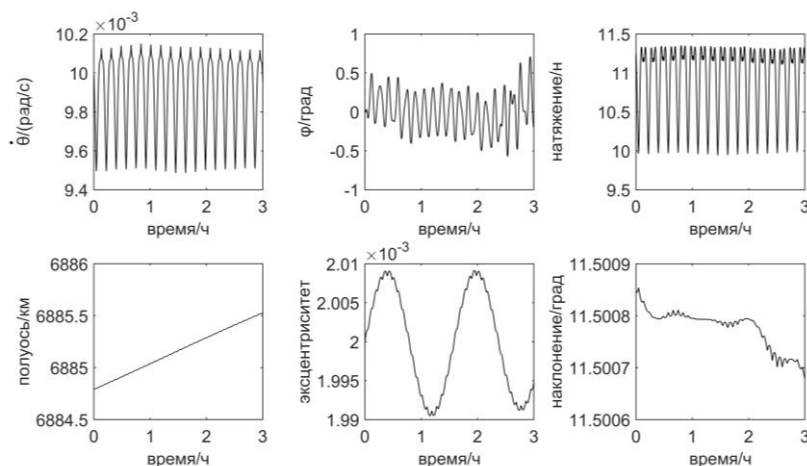


Рисунок 5. Характеристики движения системы при изменении большой полуоси орбиты.

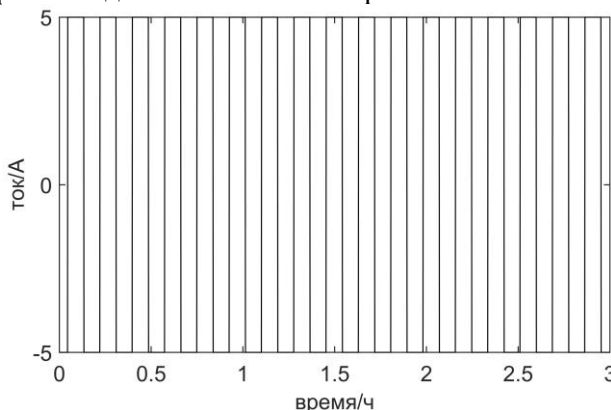


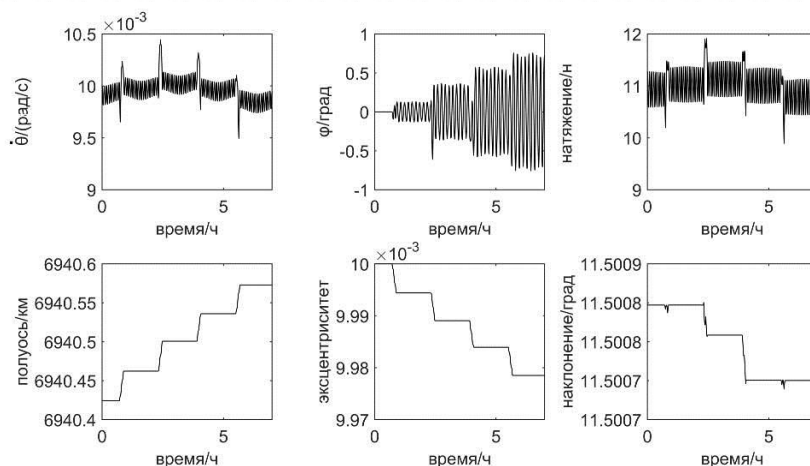
Рисунок 6. Ток в тросе при изменении большой полуоси орбиты.

#### 4.2. Изменение эксцентриситета орбиты

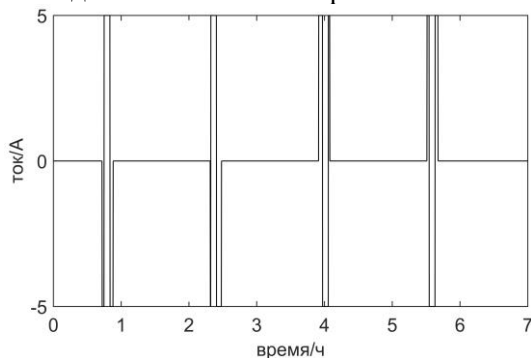
Здесь предполагается, что ЭДТС движется по начальной орбите с параметрами: большая полуось  $A_0 = 6940$ км, эксцентриситет  $e_0 = 0.01$ . Требуется изменить эксцентриситет орбиты до значения  $e_f = 0.002$ . Ток действует вблизи апогея орбиты, при этом  $\vartheta_1 = \vartheta_3 = 0.9\pi, \vartheta_2 = \vartheta_4 = 1.1\pi$ . Характеристики движения системы при использовании управления (9) показаны на рисунках 7-8.

На рисунках 7-8 показаны первые 7 часов маневра, при этом эксцентриситет орбиты достигает желаемого значения  $e_f = 0.002$  приблизительно через 2400 часов (100 дней). Такой достаточно большой промежуток времени объясняется тем, что сила Ампера действует только в течение короткого интервала времени на каждом периоде (витке). Большая полуось орбиты увеличивается при этом приблизительно на 50 км. Другие характеристики движения вращающейся ЭДТС изменяются следующим образом: угловая скорость  $\dot{\theta}$  колеблется относительно своего начального значения, натяжение троса колеблется относительно своего среднего значения 10 Н, наклонение орбиты уменьшается на 0.05 град. Необходимо отметить,

что размах угловых колебаний вне орбитальной плоскости ( $\varphi$ ) увеличивается до значений 5 град. Данное явление требует подробного изучения с целью минимизации возникающих возмущений.



**Рисунок 7.** Характеристики движения системы при изменении эксцентриситета орбиты.



**Рисунок 8.** Ток в тросе при изменении эксцентриситета орбиты.

## 5. Заключение

На основании проведенного анализа можно сделать следующие выводы:

1. Вращающаяся электродинамическая тросовая система может быть использована для изменения параметров орбит КА и тросовых систем. Такая задача может быть решена посредством управления величиной и направлением тока в проводящем тросе.
2. Предложенные законы управления позволяют целенаправленно изменять большую полуось и эксцентриситет орбиты КА и тросовых систем. При этом во всех случаях угловая скорость вращения ВЭДТС и натяжение троса колеблются относительно своих средних значений.
3. В работе не затронуты вопросы оптимизации рассматриваемых орбитальных маневров, которые требуют отдельного исследования.

## 6. Литература

- [1] Van Pelt, M. Space tethers and space elevators // New York: Springer Science & Business Media, 2009. – 215 p.
- [2] Aslanov, V.S. Dynamics of tethered satellite systems / V.S. Aslanov, A.S. Ledkov. – Cambridge, Woodhead Publishing Ltd, 2012. – 330 p.
- [3] Ismail, N.A. Three dimensional dynamics of a flexible Motorised Momentum Exchange Tether, / N.A. Ismail, M.P. Cartmell // Acta Astronautica. – 2016. – Vol. 120. – P. 87-102.
- [4] Lu, H. Optimal Control of Payload Tossing Using Space Tethered System / H. Lu, C. Wang, Yu.M. Zabolonov, A. Li // IFAC-PapersOnLine. – 2016. – Vol. 49(17). – P. 272-277.
- [5] Zabolotnov, Yu.M. Dynamics of the Formation of a Rotating Orbital Tether System with the



- Help of Electro-thruster // *Procedia Engineering*. – 2017. – Vol. 185. – P. 261-266.
- [6] Zhong, R. Optimal control of nanosatellite fast deorbit using electrodynamic tether / R. Zhong, Z. Zhu // *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. – 2014. – Vol. 37(4). – P. 1182-1194.
- [7] Chen, Y. Dynamical modelling and control of space tethers: a review of space tether research / Y. Chen, R. Huang, L. He, X. Ren, B. Zheng // *Nonlinear Dynamics*. – 2014. – Vol. 77(4) – P. 1077-1099.
- [8] Williams, P. Optimal Control of Electrodynamic Tether Orbit Transfers Using Timescale Separation // *Journal of Guidance Control & Dynamics*. – 2012. – Vol 33(1). – P. 88-98.
- [9] Vas, I.E. Space Station Reboost with Electrodynamic Tethers / I.E. Vas, T.J. Kelly, E.A. Scarl // *Journal of Spacecraft & Rockets*. – 1999. – Vol. 37(2). – P. 154-164.
- [10] Levin, E.M. Dynamic analysis of space tether missions // San Diego: American Astronautical Society. – 2007. – 453 p.
- [11] Белецкий, В.В. Динамика космических тросовых систем / В.В. Белецкий, Е.М. Левин. – М.: Наука, 1990. – 336 с.
- [12] Thébault, E. International Geomagnetic Reference Field: the 12th generation / E. Thébault, C.C. Finlay, C.D. Beggan // *Earth Planets & Space*. – 2015. – Vol. 67(1). – P. 79.
- [13] Воеводин, П.С. Моделирование и анализ колебаний электродинамической тросовой системы на орбите спутника Земли / П.С. Воеводин, Ю.М. Заболотнов // *Матем. Моделирование*. – 2017. – Т. 29, № 6. – С. 21-34.

## Application of spinning electrodynamic tether system in changing orbital parameters of spacecrafts and systems

H. Lu<sup>1,2</sup>, Y.M. Zabolotnov<sup>1</sup>, A. Li<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

<sup>2</sup>Northwestern Polytechnical University, West Youyi Road 127, Beilin District, Xi'an Shaanxi, P.R. China, 710072

**Abstract.** Spinning electrodynamic tether system (SEDT) is known to be promising in many applications, including space debris removal, transportation missions, changing orbital parameters of spacecrafts and so on. Feasibility of SEDT for changing orbital parameters of spacecrafts and systems are analyzed in this paper. The main advantage of SEDT is the stability of its movement under the action of perturbations. However, when the conductive tether spins in a magnetic field, the Lorentz force constantly changes its direction, which leads to the need to develop special control methods that ensure desired change in the orbital parameters of the system. In this paper, control laws are proposed for changing the semi-major axis and the eccentricity of the orbit, which take the change of tether spatial position into account. To change the semi-major axis, the current is regulated by the law of cosine. To change the eccentricity of the orbit, the onboard power system provides a given amount of current when the system is near the apogee and perigee of the orbit. The numerical results show that the proposed laws enable SEDT to change the parameters of the orbit to the desired values.