Использование линейной экстраполяции оптимальных решений для определения начального приближения в решении задачи численной оптимизации крупногабаритной космической конструкции

В.В. Салмин¹, К.В. Пересыпкин¹, А.С. Четвериков¹, И.С. Ткаченко¹

¹Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. Параметры крупногабаритной космической конструкции определяются с помощью численной оптимизации градиентным методом. Сложность границы проектных ограничений делает оптимальное решение плохо обусловленным относительно начальной точки итерационного процесса. Выбор начальной точки производится на основе оптимальных решений, найденных при неполном наборе проектных переменных. Начальная точка находится с помощью линейной экстраполяции этих оптимальных решений. В рассматриваемой задаче данный подход позволили получить лучшее локально-оптимальное решение, чем это удавалось с помощью интуитивного выбора начальной точки.

1. Введение

В статье [1] обсуждалось формирование силовой схемы конструкции КАН, использующего для фокусировки входного светового потока вместо зеркала дифракционную линзу. Конфигурация дифракционной оптической системы КАН взяты из проекта MOIRE [2-4] (рисунок 1). В этом проекте разрабатывается КАН с линзой Френеля диаметром 10 м на расстоянии 60 м от корпуса КА.



Рисунок 1. Проект геостационарного космического аппарата с мембранной оптической системой (MOIRE - Membrane Optical Imager for Real-Time Exploitation)[1-3].

2. Требования к конструкции крепления дифракционной линзы

Элементы оптической системы должны располагаться друг относительно друга на четко определенных расстояниях и быть соосными с большой точностью. Следовательно, конструкция крепления линзы к корпусу КА лолжна облалать свойством размерностабильности. Очевидно, что эта конструкция должна в процессе выведения быть сложенной, а на орбите развертываться до рабочего состояния. Сделать развертываемую конструкцию таких размеров размерностабильной – сложная инженерная залача. Размерностабильность конструкции может быть нарушена по ряду причин: пластические деформации, возникшие на этапе выведения; температурные деформации, колебания конструкции. Первые две причины исключаются выбором подходящего материала. Колебания конструкции, возникнут из-за инерционных нагрузок в процессе ориентации КА на объект наблюдения. Эти колебания в такой крупногабаритной системе могут менять положение линзы относительно других элементов оптической системы. Если амплитуда этих колебаний будет достаточно велика, для того чтобы исказить изображение, и время затухания этих колебаний будет велико, то получить изображение объекта наблюдения не удастся. Для предотвращения возникновения длительных колебаний линзы с большой амплитудой конструкция должна обладать достаточно большой жесткостью. Требования по жесткости формулируем в виде ограничения на значение частот собственных колебаний. Традиционные КА наблюдения выполняют свои функции при наличии солнечных батарей, частота собственных колебаний которых обычно составляет 1÷2.5 Гц. Таких же величин собственных колебаний мы должны добиться и для рассматриваемой конструкции.

3. Силовая схема крепления дифракционной линзы

В работе [1] предложена силовая схема конструкции, позволяющая удовлетворить ранее приведенным требованиям. Высокая жесткость в этой схеме достигается объединением трех ферм в одну целую конструкцию посредством натянутых между ними тросов. Натянутые тросы нагружают фермы поперечными силами, что может привести к их большим деформациям. Чтобы избежать этого, в этой силовой схеме фермы сделаны дугообразной формы и их концы связаны продольными тросом (рисунки 2 и 3). Такие фермы работают как арки и способны воспринимать поперечные нагрузки.



Рисунок 2. Конструкция крепления дифракционной линзы к корпусу КА наблюдения.

4. Определение параметров

Необходимой частью формирования силовой схемы рассматриваемой конструкции является метод выбора оптимальных значений ее параметров. Параметры рассматриваемой силовой схемы можно условно разделить на параметры сечений силовых элементов и параметры определяющие общую геометрию конструкции (геометрические параметры). Параметрами сечений силовых элементов являются: площади поперечных сечений стержней ферм; площади поперечных сечений тросов. Основными геометрическими параметрами рассматриваемой схемы являются: диаметр корпуса КА; диаметр дифракционной линзы; расстояние между

линзой и корпусом; геометрическая конфигурация ферменных арок. Все эти параметры кроме геометрической конфигурации ферменных арок определяются из соображений, не относящихся к силовой работе.



Рисунок 3. Объединение отдельных ферм в одну силовую конструкцию с помощью натянутых тросов: а) силовая работа прямых и арочных ферм при стяжке их тросами; б) продольные тросы не дают фермам распрямляться.

В работе выполняется поиск наилучшего сочетания параметров этой конструкции с помощью численной оптимизации. Используется градиентный метод численной оптимизации. Поведение конструкции моделируется с помощью метода конечных элементов. Работы проводятся в системе MSC.Nastran.

В качестве критерия оптимизации принимаем минимизацию массы конструкции крепления дифракционной линзы. Искомая конструкция должна удовлетворять следующим ограничениям: частоты собственных колебаний не должны быть ниже заданного значения [f]; для рассматриваемого случая нагружения натяг тросов не должен исчезать, прочность и устойчивость конструкции должны сохраняться. Рассматривается случай нагружения содержащий силы натяжения тросов в сочетании с инерционными нагрузками при наиболее быстром развороте КАН на орбите.

Проектными переменными являются площади поперечных сечений силовых элементов конструкции. Геометрическую конфигурацию ферменных арок принимаем в виде дуги (рисунок 4). Радиус этой дуги, *r*, также является проектной переменной.



Рисунок 4. Изменение геометрии ферменной арки в виде дуги.

Переменная *r* имеет другую природу, нежели параметры сечений. В отличие от остальных переменных она описывает общую геометрию конструкции. В предыдущей работе [5], посвященной решению этой прикладной задачи, наблюдались сложности при поиске оптимального решения в случае, когда проектные переменные включают в себя и параметры сечений силовых элементов, и параметры, описывающие общую геометрию конструкции. В ходе итерационного процесса изменялись только сечения силовых элементов, а у переменных описывающих геометрию конструкции оставались начальные значения. В более поздних исследованиях удалось добиться изменения геометрических переменных, но оптимальные решения для полного набора переменных получались хуже, чем для переменных сечений без геометрических переменных. Добавление новой проектной переменной должно расширять возможности поиска лучших решений. Но в этой задаче при полном наборе проектных переменных не удавалось получить даже решение, найденное только для переменных сечений. Вероятно, это вызвано сложной конфигурацией ограничений, порождающей множество локально-оптимальных решений. Какое из этих локально-оптимальных решений будет найдено, зависит от выбора начальной точки для итерационного процесса. Добавление переменных, описывающих геометрию конструкции усложняет конфигурацию поверхностей ограничений в пространстве проектных параметров. Это приводит к тому, что оптимизационный процесс останавливается в худших чем до добавления переменной *r* локально-оптимальных решениях.

Предположение о том, что формой ферменных арок является дуга, оставляет в рассмотрении только одну геометрическую переменную – r. Это позволяет исключить эту переменную из оптимизационного расчета следующим образом. Проводится серия оптимизационных расчетов с проектными переменными сечений. Эти расчеты отличаются друг от друга разными значениями радиуса ферменных арок. Оптимальным значением радиуса ферменной арки будет тот, для которого оптимизационный расчет нашел наименьшую массу. Таким образом, оптимальную конструкцию ищем следующим образом:

$$\left\{ \begin{matrix} \overline{s}^{\text{opt}} &, r_k \end{matrix} \right\} = \arg \min \left\{ M \left(\overline{s}^k, r_k \right) \middle| k = 1 \dots n \right\}; \\ \overline{s}^k = \arg \min \left\{ M \left(\overline{s}, r_k \right) \middle| \begin{matrix} s_i^{\min} &\le s_i \le s_i^{\max} &, \\ f_j(\overline{s}, r_k) > [f], j = 7 \dots 12 \\ \sigma_i^{\min} &\le \sigma_i(\overline{s}, r_k) \le \sigma_i^{\max} \end{matrix} \right\},$$
(1)

где M – масса рассматриваемого KA, кг; s – вектор проектных параметров (площади поперечного сечения трубок и тросов) s^k – оптимальное значение вектора проектных параметров при значении радиуса ферменных арок r_k ; f_j – собственная частота KA; [f] – значение наименьшей частоты упругих форм собственных колебаний (для исследуемого KA равна 1,0 Гц), σ_i – напряжения, возникающие в трубках и тросах; n – число рассматриваемых значений радиуса ферменных арок. Индекс i пробегает по номерам элементов конструкции, индекс j – по номерам собственных форм.

5. Результаты оптимизационного расчета

В результате серии оптимизационных расчетов получена зависимость оптимальной массы конструкции крепления линзы в зависимости от радиуса ферменных дуг (рис. 5). Из рис. 5 видно, что на нескольких участках оптимальная масса сильно отличается для близких значений радиусов. Очевидно, что оптимальные конструкции с близкими значениями радиусов ферм должны быть похожи и их массы не должны сильно отличаться. Причину наблюдаемой нестабильности можно объяснить следующим образом. Все найденные оптимальные конструкции располагаются в экстремумах поверхностей ограничений. В какой экстремум поверхности ограничений попадет итерационный процесс, зависит от начальной точки. Оказалось, что некоторые значения радиуса дуги оказались неудачными в том смысле, что итерационный процесс попал в экстремум ограничений с большой массой конструкции.

Экстремум с малой, как в соседних точках, массой тоже видимо есть, но достигнуть его не удалось из-за неудачной начальной точки.



Рисунок 5. Зависимость оптимальной массы *M* от радиуса ферменных арок. Тонкая черная линия – число итераций потребовавшаяся для нахождения решения.

Выбирать удачную начальную точку для оптимизационного расчета предлагается с помощью линейной экстраполяции оптимальных решений. Для этого выбираются расположенные по соседству два удачных оптимальных решения, найденные для значения радиусов ферменных арок r_k и r_{k+1} . Тогда для значения радиуса r_m с относительно неудачным оптимальным решением начальное приближение для повторного оптимизационного расчета получаем в виде:

$$\bar{s}^{m} = \frac{\left(\bar{s}^{k+1} - \bar{s}^{k}\right)}{\left(r_{k+1} - r_{k}\right)} \cdot \left(r_{m} - r_{k}\right).$$
(2)

Если оптимальные решения s^{k+1} и s^k близки, то скорее всего эти решения лежат вблизи одного и того же экстремума. Если значение r_m близко к r_k и r_{k+1} , то можно надеяться, что полученное с помощью (2) приближение будет находиться вблизи того же экстремума. Тогда предложенное приближение позволит для значения радиуса r_m найти такое же удачное оптимальное решение какое уже найдено для значений радиусов r_k и r_{k+1} . Полученной новым удачным оптимальным решением можно воспользоваться для отыскания начальных приближений для других значений r.



Рисунок 6. Зависимости оптимальной массы от радиуса ферменных арок.

Здесь M – исходная зависимость; Me - начальные точки, полученные экстраполяцией; M' – масса оптимальных решений, найденных из этих начальных точек. Показаны зависимости, полученные процедурой экстраполяции, начатой с двух разных сегментов (а) и (б). Сегмент исходной зависимости, с которого была начата процедура экстраполяции, подчеркнут.



Рисунок 7. Зависимости оптимальных значений площадей поперечных сечений некоторых силовых элементов от радиуса ферменных арок.

Оптимальные решения найдены из начальных точек, полученных экстраполяцией. Отдельные зависимости построены экстраполяцией, начатой с двух разных сегментов начальной зависимости (а). Из двух конкурирующих групп оптимальных решений выбраны решения с наименьшими массами (б) процедурой экстраполяции, начатой с двух разных сегментов (а) и (б). Сегмент исходной зависимости, с которого была начата процедура экстраполяции, подчеркнут.

В данной конкретной задаче описанная процедура отыскания удачных решений была выполнена на основе двух пар удачных решений. Массы найденных оптимальных конструкций показаны на рисунке 6. В результате экстраполяции начальных приближений из каждой пары была получена серия новых оптимальных решений. Из рисунка 6 видим, что массы оптимальных решений из этих двух групп близки друг к другу. На рисунке 7а показаны изменения некоторых проектных переменных в зависимости от радиуса ферменных арок полученные для этих двух серий оптимальных решений. Из этого рисунка видно, что, хотя массы решений из разных серий близки, значения проектных переменных разные. Таким образом, две серии решений здесь – это не одно решение, а два примерно одинаково хороших разных решения. Для разных значений *r* минимальная масса конструкции наблюдается то в одной серии то в другой. Поэтому если построить графики значений проектных переменных для наилучших конструкций (с минимальной массой), то эти графики получатся с разрывами в местах где наилучшей становится другая серия решений (рисунок 76).

6. Заключение

В работе выполнена численная оптимизация крупногабаритной космической конструкции. В процессе решения наблюдалась плохая обусловленность оптимального решения относительно начального приближения. Для отыскания удачных локально-оптимальных решений был применен подход к определению удачных начальных приближений. Начальные приближения находились с помощью линейной экстраполяции оптимальных решений, полученных для неполного набора переменных (при постоянном значении радиуса ферменной арки, *r*). Этот подход позволил найти сопоставимые по значению критерия оптимизации решения для рассматриваемых значений переменной *r*.

7. Литература

- [1] Early, J. Twenty meter space telescope based on diffractive Fresnel lens / J. Early, R. Hyde, R. Baron // Proceedings of SPIE The International Society for Optical Engineering. 2004. Vol. 5166. P. 148-156.
- [2] Atcheson, P. MOIRE Initial demonstration of a transmissive diffractive membrane optic for large lightweight optical telescopes / P. Atcheson, C. Stewart, J. Domber, K. Whiteaker, J. Cole, P. Spuhler, A. Seltzer, L. Smith // Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering. – 2012. – Vol. 8442. – P. 844221.

- [3] Atcheson, P. MOIRE Ground demonstration of a large aperture diffractive transmissive telescope / P. Atcheson, J. Domber, K. Whiteaker, J. A. Britten, S. N. Dixit, B. Farmer // Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering. – 2014. – Vol. 9143. – P. 91431W.
- [4] Salmin, V.V. Feasibility study and modeling of components for an informational space system based on a large diffractive membrane/ V.V. Salmin, S.V. Karpeev, K.V. Peresypkin, A.S. Chetverikov, I.S. Tkachenko // CEUR Workshop Proceedings. – 2016. – Vol. 1638. – P. 132-148.
- [5] Салмин, В.В. Численная оптимизация геометрической конфигурации крупногабаритной космической конструкции / В.В. Салмин, А.С.Четвериков, К.В. Пересыпкин, И.С. Ткаченко // Труды V Международной конференции «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ) – Самара, 2019.

Using linear extrapolation of optimal solutions to determine the initial approximation in solving the problem of numerical optimization of a large-sized space structure

V.V. Salmin¹, K.V. Peresypkin¹, A.S. Chetverikov¹, I.S. Tkachenko¹

¹Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. The parameters of a large-sized space structure are determined using numerical optimization using the gradient method. The complexity of the boundary of design constraints makes the optimal solution poorly conditioned relative to the starting point of the iterative process. The starting point is selected based on the optimal solutions found with an incomplete set of design variables. The starting point is found by linear extrapolation of these optimal solutions. In the problem under consideration, this approach made it possible to obtain a better locally optimal solution than was possible with the help of an intuitive choice of the starting point.