

Интерполяция многомерных сигналов с использованием редукции размерности параметрических пространств решающих правил

М.В. Гашников^{1,2}

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

²Институт систем обработки изображений РАН - филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Молодогвардейская 151, Самара, Россия, 443001

Аннотация. Разрабатываются адаптивные интерполяторы, которые в каждой точке сигнала выбирают наиболее подходящую интерполирующую функцию. Выбор интерполирующей функции производится в зависимости от локальных особенностей сигнала в каждой точке. Для этого используется параметризованное решающее правило. Оптимизация адаптивного интерполятора производится в пространстве параметров этого решающего правила. Для решения этой задачи оптимизации выполняется редукция размерности параметрического пространства решающего правила. Редукция размерности происходит за счёт параметризации соотношения между локальными разностями в окрестности текущего отсчёта сигнала. Адаптивный интерполятор оптимизируется в параметрическом пространстве уменьшенной размерности. Производятся вычислительные эксперименты по исследованию эффективности адаптивного интерполятора на реальных многомерных сигналах.

1. Введение

В настоящее время необходимость использования многомерных цифровых сигналов становится всё более острой [1]. Речь идёт в первую очередь о таких областях как дистанционное зондирование Земли [2-3], обработка мультиспектральных и гиперспектральных сигналов [4], а также обработка видео.

К настоящему моменту известно большое количество алгоритмов интерполяции и аппроксимации таких сигналов [1-16], причём высокие требования к эффективности зачастую не позволяют специалистам использовать тривиальные линейные, билинейные или бикубические интерполяторы [1]. Другими словами, наблюдается тенденция к всё более широкому применению более сложных средств, таких как метод опорных векторов [5], локально оптимальные хорошо приспособленные базисные функции [6], аппроксимация многомерными ортогональными полиномами [7], метод многомерной аппроксимации и интерполяции [8] и др.

Однако, наличие большого количества хорошо проработанных решений не остановило исследования в области разработки и модификации алгоритмов интерполяции и аппроксимации многомерных сигналов. Продолжает совершенствоваться аппроксимация на основе Кронекеровских базисов [9], сплайнов [10] и тензоров [11]. Искусственные нейронные

сети [7,12] также всё более активно используются для интерполяции сигналов. Даже хорошо известный метод наименьших квадратов (МНК) продолжает модифицироваться [13] в последние годы. В зарубежной литературе особое внимание уделяется методу разреженной аппроксимации [14], являющемуся основой для подхода «compressed sensing» [15-16].

Все перечисленные алгоритмы обладают достаточно высокой точностью при решении соответствующих прикладных задач, однако расплатой за это является высокая вычислительная сложность. В данной работе предлагаются быстрые алгоритмы интерполяции многомерных сигналов, обладающие адаптивностью за счёт автоматического переключения между интерполирующими функциями в каждой точке сигнала. Указанная адаптивность к локальным особенностям сигнала позволяет обеспечить достаточно высокую точность интерполяции при низкой вычислительной сложности, обусловленной простотой используемых интерполирующих функций и процедур переключения между ними.

Предлагаемые интерполяторы являются параметризованными, благодаря чему существует возможность их оптимизации по различным критериям, выбор которых определяется спецификой решаемой прикладной задачи. Оптимизация адаптивных интерполяторов осуществляется в пространстве их параметров. Сложность этой оптимизации является существенной при решении задач, накладывающих ограничения на ресурсы. В данной работе предлагается способ уменьшения трудоёмкости оптимизации за счёт редукции размерности параметрического пространства интерполятора.

2. Адаптивная интерполяция многомерных сигналов

Пусть $C(\vec{x})$ – многомерный цифровой сигнал, а \vec{x} – вектор его аргументов. Пусть произвольный отсчёт $C(\vec{x})$ необходимо интерполировать с использованием ближайших опорных отсчётов $\{\hat{C}_k(\vec{x})\}$. Пусть $\{\mathbf{P}^{(i)}(\{\hat{C}_k(\vec{x})\})\}$ – множество используемых функций интерполяции. Таким образом, для текущего отсчёта $C(\vec{x})$ может быть вычислено несколько интерполирующих значений:

$$P_i(\vec{x}) = \mathbf{P}^{(i)}(\{\hat{C}_k(\vec{x})\}) \quad (1)$$

Выбор интерполирующего значения для каждого отсчёта сигнала производится посредством некоторого параметризованного решающего правила R :

$$P(\vec{x}) = P^{(i)}(\vec{x}), \quad i = R(\eta(\vec{x}), \eta^{\text{lim}}), \quad (2)$$

использующего вектор локальных признаков $\eta(\vec{x})$, который в свою очередь вычисляется на основе ближайших отсчётов $\{\hat{C}_k(\vec{x})\}$. Пусть решающее правило параметризовано, т.е. зависит от параметра η^{lim} . Значение этого параметра определяется при оптимизации некоторого критерия, вид которого определяется прикладной задачей. В качестве этого критерия может выступать, например, критерий минимизации энергии постинтерполяционных остатков:

$$\delta(\eta^{\text{lim}}) = \sum_{\vec{x}} |f(\vec{x})| \rightarrow \min_{\eta^{\text{lim}}}, \quad f(\vec{x}) = C(\vec{x}) - P(\vec{x}), \quad (3)$$

где $f(\vec{x})$ это собственно постинтерполяционные остатки.

Критерий минимизации энергии постинтерполяционных остатков может использоваться, в частности, при решении задачи совмещения [17-18] разнородных сигналов, отличающихся разрешением, количеством компонент и т.п.

В данной работе в качестве критерия оптимизации интерполятора предлагается использовать критерий минимизации энтропии [19] постинтерполяционных остатков, более адекватный задаче компрессии сигналов, чем рассмотренный выше критерий. При использовании критерия минимизации энтропии следует учесть, что во многих методах компрессии, например в

дифференциальных [20-21] и иерархических [22-23], постинтерполяционные остатки перед статистическим кодированием подвергаются некоторому квантованию. Не умаляя общности изложения, в данной работе для вычисления квантованных постинтерполяционных остатков $q(\vec{x})$ используется квантователь с равномерной [19] шкалой:

$$q(\vec{x}) = \text{sign}(f(\vec{x})) \left[(f(\vec{x}) + \varepsilon_{\max}) / (2\varepsilon_{\max} + 1) \right], \quad (4)$$

где $[..]$ означает выделение целой части числа, ε_{\max} - максимальная погрешность [20], вносимая при квантовании.

Таким образом, при использовании указанного «энтропийного» критерия оптимизации интерполятора, нужно минимизировать энтропию H квантованных постинтерполяционных остатков $q(\vec{x})$:

$$H(\eta^{\text{lim}}) = - \sum_{q=-M+1}^{M-1} N_q(\eta^{\text{lim}}) \ln N_q(\eta^{\text{lim}}) \rightarrow \min_{\eta^{\text{lim}}}, \quad M = \max_{\vec{x}}(C(\vec{x})), \quad (5)$$

где $N_q(\eta^{\text{lim}})$ это количество квантованных постинтерполяционных остатков, имеющих значение q , а M это максимальное значение исходного сигнала.

3. Редукция размерности параметрического пространства

При существенных ограничениях на вычислительную сложность для интерполяции часто применяются алгоритмы [1,4], использующие «сглаживание» (усреднение) по некоторому набору опорных отсчётов:

$$P(\vec{x}) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{C}_k(\vec{x}), \quad (6)$$

где $\hat{C}_k(\vec{x})$ – опорные отсчёты, N – количество опорных отсчетов.

Расположение этих опорных отсчётов определяется спецификой области применения алгоритма, и для ряда задач, связанных, например, с использованием некоторых методов компрессии изображений, это расположение может быть весьма нетривиальным (см. далее).

Как уже было сказано выше, использование таких простых алгоритмов интерполяции характерно в ситуациях, когда требуется минимизировать вычислительную сложность. В частности, интерполяторы такого вида используются в дифференциальных [20-21] и иерархических [22-23] методах компрессии многомерных сигналов.

«Сглаживающий» алгоритм интерполяции достаточно точен на плавно изменяющихся участках сигнала, т.к. усреднение уменьшает неизбежно присутствующий шум. Однако, для «сглаживающего» интерполятора всегда характерен рост ошибки интерполяции на границах указанных плавно меняющихся областей (т.е. на контурах). Для интерполяции таких границ более предпочтительны алгоритмы, использующие так называемую интерполяцию «вдоль контура». Для двумерного сигнала таким образом работает, в частности, нелинейный алгоритм интерполяции Грэхема [20].

Интерполированное значение при использовании этого алгоритма совпадает со значением того из опорных отсчётов сигнала, в направлении которого идёт локальный контур. Однако этот алгоритм по понятным причинам менее точно работает на плавно изменяющихся участках сигнала.

В данной статье предлагается адаптивный параметризованный алгоритм интерполяции, объединяющий преимущества обоих изложенных подходов: «сглаживающего» и «контурного». Предлагаемый алгоритм интерполяции основан на изложенном выше подходе. Этот алгоритм автоматически переключается между «сглаживающей» и «контурной» интерполяцией в зависимости от того, насколько сильно выражен контур в окрестности обрабатываемого отсчёта.

Далее приводится описание предложенного адаптивного интерполятора, в котором конкретизируется вид интерполирующих функций (1) и решающего правила (2). Обозначим N_c количество принимаемых во внимание направлений контура. Пусть $\{\lambda_i(\vec{x}): 0 \leq i < N_c\}$ это множество усреднённых модулей разностей

$$\lambda_i(\vec{x}) = |\hat{C}_t(\vec{x}) - \hat{C}_\tau(\vec{x})| \quad (7)$$

между опорными отсчётами $\hat{C}_k(\vec{x})$ в каждом из рассматриваемых направлений (здесь t и τ это индексы опорных отсчётов).

Величины разностей $\lambda_i(\vec{x})$ задают наличие и выраженность контура в локальной окрестности текущего отсчёта сигнала. Для принятия решения о наличии и направлении контура можно использовать несколько пороговых значений λ_i^{lim} , с которыми сравниваются введенные разности λ_i . Если в окрестности текущего отсчёта контура нет, то следует использовать «сглаживающую» интерполирующую функцию вида (6):

$$P(\vec{x}) = P^{(1)}(\vec{x}) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{C}_k(\vec{x}), \text{ if } \lambda_i \leq \lambda_i^{\text{lim}}, i \in [0, N_c) \quad (8)$$

Если же в локальной окрестности присутствует контур, то для интерполяции используется усреднённое значение $\tilde{C}_j(\vec{x})$ двух ближайших опорных отсчётов, расположенных в направлении локального контура:

$$P(\vec{x}) = P^{(2)}(\vec{x}) = \tilde{C}_j(\vec{x}), \text{ if } \lambda_i > \lambda_i^{\text{lim}}, i \in [0, N_c) \quad (9)$$

Таким образом, для поиска наилучших значений порогов λ_i^{lim} необходимо решать оптимизационную задачу в N_c -мерном параметрическом пространстве.

Размерность N_c пространства параметров λ_i^{lim} определяется прикладной задачей. Как будет показано далее, в задаче иерархической компрессии [22-23] $N_c = 2$ для двумерного сигнала, $N_c = 4$ для трёхмерного сигнала, и далее N_c быстро растёт с увеличением размерности сигнала. Впрочем, учитывая ограничения на вычислительную сложность при компрессии, даже при $N_c = 2$ поиск параметров λ_i^{lim} может являться чрезмерно трудоёмкой задачей.

В данной работе предлагается произвести редукцию размерности пространства параметров λ_i^{lim} для уменьшения вычислительной сложности поиска этих параметров. Для этого предлагается при интерполяции опираться не на абсолютные значения разностей λ_i , а на их соотношение. Если в окрестности текущего отсчёта сигнала нет контура (или он слабо выражен), то все разности λ_i имеют близкие значения. Если же в этой окрестности есть хорошо выраженный контур, то ему будет соответствовать наименьшая из всех разность λ_j :

$$j(\vec{x}) = \arg \min_i \{\lambda_i(\vec{x})\}$$

Более того, если контур есть, то эта разность будет заметно отличаться от всех остальных разностей, в том числе от ближайшей из них разности λ_r :

$$r(\vec{x}) = \arg \min_{i: i \neq j} \{\lambda_i(\vec{x})\}$$

Опираясь на это рассуждение, в данной статье признак направления контура определяется как разность между двумя самыми малыми разностями λ_i :

$$\eta(\vec{x}) = \lambda_r(\vec{x}) - \lambda_j(\vec{x}) \quad (10)$$

При интерполяции каждого отсчёта введенный признак направления контура сравнивается порогом η^{lim} . Если признак направления контура достаточно мал (меньше порога), то считается, что в окрестности текущего отсчёта контура нет, поэтому используется «сглаживающая» интерполяция вида (8):

$$P(\vec{x}) = P^{(1)}(\vec{x}) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{C}(\vec{x}_k), \text{ if } \eta(\vec{x}) \leq \eta^{lim} \tag{11}$$

Отличие от (8) заключается в том, что теперь эта интерполяция является однопараметрической. Если же признак направления контура больше порога η^{lim} , то производится интерполяция вида (9) «вдоль контура»:

$$P(\vec{x}) = P^{(2)}(\vec{x}) = \hat{C}_j(\vec{x}), j = \arg \min_i \{\lambda_i\}, \text{ if } \eta(\vec{x}) > \eta^{lim}. \tag{12}$$

Таким образом, за счёт редукции размерности пространства параметров удалось свести многопараметрическую задачу оптимизации к однопараметрической, в которой единственным параметром является η^{lim} . Для вычисления этого параметра используется автоматическая оптимизационная процедура, аналогичная [23].

4. Многомерный адаптивный интерполятор в задаче компрессии

Предложенный многомерный адаптивный интерполятор может использоваться в различных задачах обработки сигналов. В частности, в данной работе рассматривается применение этого интерполятора в задаче компрессии. В качестве примера метода компрессии, в который может быть встроен предложенный интерполятор, в данной работе рассматривается иерархический метод компрессии [22-23].

Этот метод использует специальное иерархическое безызбыточное представление (см. рисунки 1-2) исходного многомерного сигнала $C = \{C(\vec{x})\}$ в виде набора из L масштабных уровней C_l :

$$C = \bigcup_{l=0}^{L-1} C_l, C_l = \{C_l(\vec{x})\} = \{C(\vec{x}) : \vec{x} \in I_l\}, \tag{17}$$

где I_l определяет множество индексов отсчётов соответствующего масштабного уровня X_l :

$$I_{L-1} = \{2^{L-1} \vec{x}\}, I_l = \{2^l \vec{x}\} \setminus \{2^{l+1} \vec{x}\}, 0 \leq l < L. \tag{18}$$

Таким образом, наиболее прореженный масштабный уровень C_{L-1} представляет собой «сетку» отсчётов сигнала с шагом $2^{(L-1)}$, а все остальные масштабные уровни с номерами $l = (L-1)..0$ представляют собой сетки отсчётов сигнала с шагом 2^l , из которых убраны отсчёты вдвое более редких сеток отсчётов.

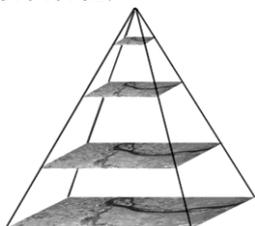


Рисунок 1. Иерархическое представление двумерного сигнала четырьмя масштабными уровнями.

3	1	2	1	3
1	1	1	1	1
2	1	2	1	2
1	1	1	1	1
3	1	2	1	3

Рисунок 2. Номера уровней при иерархическом представлении сигнала (в пустых клетках уровень номер ноль).

При иерархической компрессии масштабные уровни сигнала сжимаются последовательно, от самого прореженного уровня C_{L-1} к наименее прореженному уровню C_0 . При этом отсчёты более прореженных уровней используются для интерполяции отсчётов менее прореженных уровней.

Чаще всего для уменьшения вычислительной сложности при иерархической компрессии используется сглаживающий интерполятор вида (6), который в трёхмерном случае может быть записан в виде:

$$P_l^{(1)}(2m+1, 2n+1, 2k+1) = \frac{1}{8} \sum_{m'=0}^1 \sum_{n'=0}^1 \sum_{k'=0}^1 C_{l+1}(m+m', n+n', k+k') \quad (19)$$

Разности λ_i вида (7) в этой ситуации принимают вид:

$$\lambda_l^{(0)}(2m+1, 2n+1, 2k+1) = |C_{l+1}(m+1, n+1, k+1) - C_{l+1}(m, n, k)|, \quad (20)$$

$$\lambda_l^{(1)}(2m+1, 2n+1, 2k+1) = |C_{l+1}(m, n+1, k+1) - C_{l+1}(m+1, n, k)|, \quad (21)$$

$$\lambda_l^{(2)}(2m+1, 2n+1, 2k+1) = |C_{l+1}(m, n, k+1) - C_{l+1}(m+1, n+1, k)|, \quad (22)$$

$$\lambda_l^{(3)}(2m+1, 2n+1, 2k+1) = |C_{l+1}(m+1, n, k+1) - C_{l+1}(m, n+1, k)|. \quad (23)$$

Таким образом, адаптивный трёхмерный интерполятор позволяет в каждой точке сигнала автоматически переключаться между сглаживающей интерполяцией (19) и интерполяцией вдоль контура одного из четырёх направлений, показанных на рисунке 3. Другими словами, в каждой точке сигнала кроме интерполирующего значения (19) может быть использовано одно из следующих четырёх интерполирующих значений:

$$V_l^{(0)}(2m+1, 2n+1, 2k+1) = \frac{1}{2} (C_{l+1}(m+1, n+1, k+1) + C_{l+1}(m, n, k)), \quad (24)$$

$$V_l^{(1)}(2m+1, 2n+1, 2k+1) = \frac{1}{2} (C_{l+1}(m, n+1, k+1) + C_{l+1}(m+1, n, k)), \quad (25)$$

$$V_l^{(2)}(2m+1, 2n+1, 2k+1) = \frac{1}{2} (C_{l+1}(m, n, k+1) + C_{l+1}(m+1, n+1, k)), \quad (26)$$

$$V_l^{(3)}(2m+1, 2n+1, 2k+1) = \frac{1}{2} (C_{l+1}(m+1, n, k+1) + C_{l+1}(m, n+1, k)). \quad (27)$$

Собственно «контурная» интерполирующая функция вида (12) в рассматриваемой ситуации приобретает вид:

$$P_l^{(2)}(2m+1, 2n+1, 2k+1) = V_l^{(j)}(2m+1, 2n+1, 2k+1), \quad j = \arg \min_i \{ \lambda_i(2m+1, 2n+1, 2k+1) \} \quad (28)$$

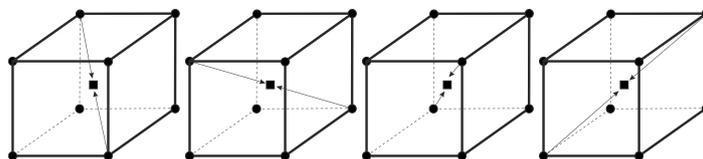


Рисунок 3. Трёхмерные интерполирующие функции (24-27) адаптивного интерполятора.

Таким образом, во введённых обозначениях трёхмерный адаптивный интерполятор описывается выражением:

$$P_l(2m+1, 2n+1, 2k+1) = \begin{cases} P_l^{(1)}(2m+1, 2n+1, 2k+1), & \text{if } \eta_l(2m+1, 2n+1, 2k+1) \leq \eta_l^{\lim} \\ P_l^{(2)}(2m+1, 2n+1, 2k+1), & \text{if } \eta_l(2m+1, 2n+1, 2k+1) > \eta_l^{\lim} \end{cases} \quad (29)$$

где свой для каждого масштабного уровня признак направления контура $\eta_l(2m+1, 2n+1, 2k+1)$ вычисляется согласно выражениям (8-10), и сравнивается со своим для каждого уровня порогом η_l^{\lim} .

В двумерном случае сглаживающий интерполятор вида (6) может быть записан в виде:

$$P_l^{(1)}(2m+1, 2n+1) = \frac{1}{4}(C_{l+1}(m, n) + C_{l+1}(m+1, n) + C_{l+1}(m, n+1) + C_{l+1}(m+1, n+1)) \quad (30)$$

Разности λ_l вида (7) в этой ситуации приобретают вид:

$$\lambda_l^{(0)}(2m+1, 2n+1) = |C_{l+1}(m, n) - C_{l+1}(m+1, n+1)|, \quad (31)$$

$$\lambda_l^{(1)}(2m+1, 2n+1) = |C_{l+1}(m, n+1) - C_{l+1}(m+1, n)|, \quad (32)$$

а соответствующие им интерполирующие значения записываются следующим образом:

$$V_l^{(0)}(2m+1, 2n+1) = \frac{1}{2}(C_{l+1}(m+1, n+1) + C_{l+1}(m, n)), \quad (33)$$

$$V_l^{(1)}(2m+1, 2n+1) = \frac{1}{2}(C_{l+1}(m, n+1) + C_{l+1}(m+1, n)) \quad (34)$$

Для собственно интерполяции в двумерном случае более целесообразно использовать двухпараметрическую адаптивную интерполирующую функцию:

$$P_l(2m+1, 2n+1) = \begin{cases} V_l^{(0)}(2m+1, 2n+1), & \text{if } \eta_l(2m+1, 2n+1) < \eta_l^{\lim(-)} \\ P_l^{(1)}(2m+1, 2n+1), & \text{if } \eta_l^{\lim(-)} \leq \eta_l(2m+1, 2n+1) \leq \eta_l^{\lim(+)} \\ V_l^{(1)}(2m+1, 2n+1), & \text{if } \eta_l(2m+1, 2n+1) > \eta_l^{\lim(+)} \end{cases} \quad (35)$$

где признак направления контура

$$\eta_l(m, n) = \lambda_l^{(0)}(m, n) - \lambda_l^{(1)}(m, n) \quad (36)$$

в каждой точке сигнала сравнивается с двумя порогами $\eta_l^{\lim(-)}$, $\eta_l^{\lim(+)}$, т.к. оптимизацию по этим параметрам можно производить отдельно.

5. Экспериментальное исследование адаптивного интерполятора

Предложенный адаптивный интерполятор (30-36) был реализован программно на языке C++ и встроен в иерархический метод компрессии. Указанная программная реализация была использована в данной статье для исследования эффективности предложенного интерполятора. Для этого были проведены вычислительные эксперименты на реальных многомерных сигналах гиперспектрометра АВРИС [24]. Размеры сигналов составляли 1086x614x224 отсчётов, некоторые фрагменты показаны на рисунке 4.

Мерой эффективности предложенного интерполятора являлся относительный выигрыш Δ в размере архива, который достигался благодаря замене сглаживающего интерполятора на адаптивный интерполятор:

$$\Delta = (K_{adapt} / K_{smooth} - 1) \cdot 100\% \quad (37)$$

где K_{smooth} , K_{adapt} это коэффициенты сжатия иерархического метода компрессии при использовании сглаживающего и адаптивного интерполятора соответственно. Типичные результаты вычислительных экспериментов показаны на рисунке 5. Адаптивный интерполятор имеет по сравнению со сглаживающим интерполятором выигрыш до 5% в размере архивного файла.

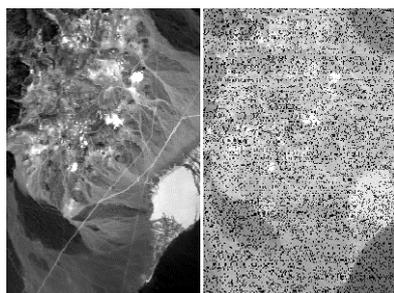


Рисунок 4. Фрагменты компонент № 10, 86 тестового многомерного сигнала.

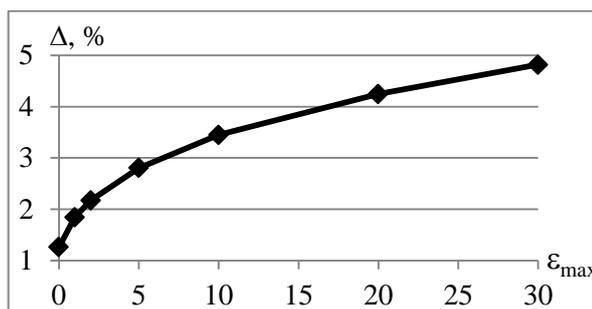


Рисунок 5. Выигрыш адаптивного интерполятора у усредняющего интерполятора.

6. Заключение

Рассмотрены алгоритмы интерполяции многомерных сигналов, основанные на автоматическом переключении между простыми интерполирующими функциями в каждой точке сигнала. Рассмотрены параметризованные решающие правила, выполняющие это переключение. Параметры решающих правил оптимизированы по критериям минимума энергии постинтерполяционных остатков и минимума энтропии квантованных постинтерполяционных остатков. Предложен способ редукции размерности параметрического пространства решающих правил. Произведены вычислительные эксперименты по исследованию предложенных интерполяторов на реальных многомерных сигналах. Показано, что использование адаптивного интерполятора вместо сглаживающего позволяет существенно повысить эффективность иерархической компрессии сигналов.

7. Литература

- [1] Woods, J. Multidimensional Signal, Image, and Video Processing and Coding / J. Woods. – Academic Press, 2011. – 616 p.
- [2] Jensen, J.R. Remote sensing of the environment: an Earth resource perspective / J.R. Jensen. – Prentice Hall, 2007. – 619 p.
- [3] Campbell, J.B. Introduction to remote sensing / J.B. Campbell. – The Guilford Press, 2002. – 667 p.
- [4] Borengasser, M. Hyperspectral remote sensing: Principles and applications / M. Borengasser, W.S. Hungate, R. Watkins. – Boca Raton, London, New York: CRC Press, 2007. – 128 p.
- [5] Вапник, В.Н. Теория распознавания образов (статистические проблемы обучения) / В.Н. Вапник, А.Я. Червоненкис. – М.: Наука, 1974. – 416 с.
- [6] Васин, Ю.Г. Рекуррентные алгоритмы адаптивного сжатия с использованием хорошо приспособленных локальных восстанавливающих функций / Ю.Г. Васин, Ю.И. Неймарк. – Горький: Математическое обеспечение САПР: Межвуз. сб. ГГУ, 1978. – Вып. I.13.
- [7] Гулаков, К.В. Выбор архитектуры нейронной сети для решения задач аппроксимации и регрессионного анализа экспериментальных данных / К.В. Гулаков // Вестник Брянского государственного технического университета, 2013. – № 2. – С. 95-105.
- [8] Бахвалов, Ю.Н. Метод многомерной интерполяции и аппроксимации и его приложения / Ю.Н. Бахвалов. – М.: Спутник+, 2007. – 108 с.
- [9] Caiafa, C.F. Computing Sparse Representations of Multidimensional Signals Using Kronecker Bases / C.F. Caiafa, A. Cichocki // Neural Computation Volume. – 2016. – Vol. 25(1). – P. 186-220.
- [10] Бутырский, Е.Ю. Аппроксимация многомерных функций / Е.Ю. Бутырский, И.А. Кувалдин, В.П. Чалкин // Научное приборостроение. – 2010. – Т. 20, № 2. – С. 82-92.
- [11] Чобану, М.К. Сжатие изображений с помощью тензорной аппроксимации / М.К. Чобану, Д.В. Макаров // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС), 2014. – С.109-112.

- [12] Гулаков, К.В. Моделирование многомерных объектов на основе когнитивных карт с нейросетевой идентификацией параметров / К.В. Гулаков // Диссертация на к.т.н., 2016.
- [13] Cohen, A. On the stability and accuracy of least squares approximations / A. Cohen, M.A. Davenport, D. Leviatan // *Comput. Math.* – 2013. – Vol. 13. – P. 819-834.
- [14] Sahnoun, S. A simultaneous sparse approximation method for multidimensional harmonic retrieval / S. Sahnoun, E.H. Djermoun, D. Brie, P. Comon // *Signal Processing.* – 2017. – Vol 131. – P. 36-48.
- [15] Donoho, D.L. Compressed sensing / D.L. Donoho // *IEEE Trans. Inform. Theory.* – 2006. – Vol. 52(4). – P. 1289-1306.
- [16] Bigot, J. An analysis of block sampling strategies in compressed sensing / J. Bigot, C. Boyer, P. Weiss // *IEEE Trans. Inform. Theory*, 2016.
- [17] Герман, Е.В. Алгоритмы совмещения разнородных изображений в бортовых системах визуализации / Е.В. Герман // Диссертация на к.т.н. по специальности 05.13.01, 2014.
- [18] Муратов, Е.Р. Методы сокращения вычислительной сложности алгоритмов совмещения разнородных изображений / Е.Р. Муратов, М.Б. Никифоров // *Cloud of Science.* – 2014. – Т. 1, № 2. – С. 327-336.
- [19] Sayood, K. Introduction to data compression / K. Sayood. – MA: Morgan Kaufmann, 2012. – 768 p.
- [20] Gonzalez, R.C. Digital image processing / R.C. Gonzalez, R.E. Woods. – NJ: Prentice Hall, 2007. – 976 p.
- [21] Максимов, А.И. Адаптивная интерполяция многомерных сигналов при дифференциальной компрессии / М.В. Гашников, А.И. Максимов // *Компьютерная оптика.* – 2018. – Т. 42, № 4. – С. 679-687. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-4-679-687.
- [22] Сергеев, В.В. Информационная технология компрессии изображений в системах оперативного дистанционного зондирования / М.В. Гашников, Н.И. Глумов, В.В. Сергеев // *Известия Самарского научного центра РАН.* – 1999. – Т. 1. – С. 99-107.
- [23] Гашников, М.В. Интерполяция на основе контекстного моделирования при иерархической компрессии многомерных сигналов / М.В. Гашников // *Компьютерная оптика.* – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 468-475. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-468-475.
- [25] AVIRIS Data – Ordering Free AVIRIS Standard Data Products. Jet Propulsion Laboratory [Electronic resource]. — Access mode: http://aviris.jpl.nasa.gov/data/free_data.html (01.11.2018).

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-01-00667.

Interpolation of multidimensional signals using the reduction of the dimension of parametric spaces of decision rules

M.V. Gashnikov^{1,2}

¹Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

²Image Processing Systems Institute of RAS - Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS, Molodogvardejskaya street 151, Samara, Russia, 443001

Abstract. The considered adaptive interpolators select the most appropriate interpolating function for each sample of the signal. The choice of the interpolating function is made depending on the local features of each sample of the signal. For this, a parameterized decision rule is used. The adaptive interpolator is optimized in the parameter space of this decision rule. To solve this optimization problem, the dimension of the parametric space of the decision rule is reduced. The reduction of the dimension performs due to the parameterization of the ratio between local differences in the neighbourhood of the current signal sample. The adaptive interpolator is optimized in a parametric space with reduced dimension. Computational experiments are performed to investigate the effectiveness of an adaptive interpolator in real multidimensional signals.