

Интерференционно-оптические методы (метод цифровой фотоупругости) для многопараметрического асимптотического описания поля напряжений у вершины трещины

Л.В.Степанова¹, В.С. Долгих¹

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. Целью настоящего исследования является многопараметрический асимптотический анализ поля напряжений в окрестности вершины трещины в линейно упругом материале (эпоксидная смола ЭД-20) и построение полного асимптотического разложения М. Вильямса поля напряжений в окрестности вершины трещины. В ходе работы была поставлена серия экспериментов на различных конфигурациях образцов с различным взаимным расположением трещин. Подготовлен комплекс программ, позволяющий произвести необходимые расчеты. Вычислены коэффициенты полного асимптотического разложения М.Вильямса, проведено сравнение результатов экспериментов с имеющимися аналитическими решениями. Проведено описание поля напряжений в тонкой пластине с одной центральной трещиной с помощью метода конечных элементов. Полученные результаты сопоставлены с данными, вычисленными с помощью полного асимптотического разложения М. Вильямса поля напряжений у вершины трещины.

1. Введение

Одной из наиболее актуальных задач механики разрушения в настоящее время является поиск и анализ влияния слагаемых высоких порядков на асимптотическое представление поля напряжений в окрестности вершины трещины (надреза)[1-13]. В 1957 г М. Вильямсом было впервые предложено многопараметрическое описание поля напряжений в окрестности вершины трещины[2]. Решение, предложенное М. Вильямсом для задач линейной механики разрушения, стало классическим, но, как показали исследования в этой области [3,4] чаще всего в инженерных приложениях использовался только первый член полного асимптотического разложения М.Вильямса поля напряжений в окрестности вершины трещины, который получил название коэффициента интенсивности напряжений. В последние годы, на основе проведенных теоретических исследований[3,4] и экспериментов, а так же математического и компьютерного моделирования, сложилось четкое понимание необходимости удержания в полном асимптотическом разложении слагаемых более высокого порядка. В работе [5] были собраны некоторые исследования, посвященные оценке Т-напряжений, и их влияния на решение М.Вильямса в окрестности вершины трещины. В статье описаны некоторые аспекты влияния Т-напряжений на область пластического течения,

теоретическое реконструирование картины изохроматических полос, а так же прогнозирование траектории распространения трещины. В статье дан обзор некоторых проведенных исследований, и приведен обоснованный вывод: для точного и надежного предсказания направления роста трещины в решении М.Вильямса необходимо учитывать не только коэффициенты интенсивности напряжений и Т-напряжения, но и слагаемые высших порядков малости. В [12] авторы показали, что большому количеству инженерных приложений требуется как можно более точный анализ полей напряжений в окрестности вершины трещины, что в свою очередь показывает, что нельзя пренебрегать слагаемыми высших порядков в решении М.Вильямса. В наше время ситуация не изменилась, и по-прежнему остается важным вопрос, сколько слагаемых известного разложения М.Вильямса [2] необходимо использовать для получения наивысшей точности расчетов.

Следует отметить, что в настоящее время особое внимание уделяется цифровой обработке изображений, получаемых в рамках метода фотоупругости (например, [10,11]). Этим обстоятельством и обусловлена мотивация настоящей работы. В статье рассматривается обработка изохроматической картины полос с целью вычисления коэффициентов высших приближений в полном асимптотическом разложении М. Уильямса поля напряжений у вершины трещины.

2. Эксперимент (метод фотоупругости)

На проекционно-поляризационной установке ППУ-7, показанной на рисунке 1, был проведен целый ряд экспериментов на образцах с дефектами и трещинами. Были получены картины интерференционных полос (картины изохроматических полос) для плоских пластин с двумя коллинеарными трещинами в двух различных конфигурациях (трещины одинаковой и разной длины). Результаты этих экспериментов можно видеть на рисунке 2.

Явление фотоупругости является основой экспериментального метода, который позволяет исследовать поля напряжений и деформаций в опточувствительном материале[5]. Фотоупругость тесно связана с оптическими свойствами материала и влиянием на них напряжений и деформаций. В оптически активных прозрачных материалах при прохождении света возникают картины интерференционных полос, которые позволяют определить напряжения и деформации.

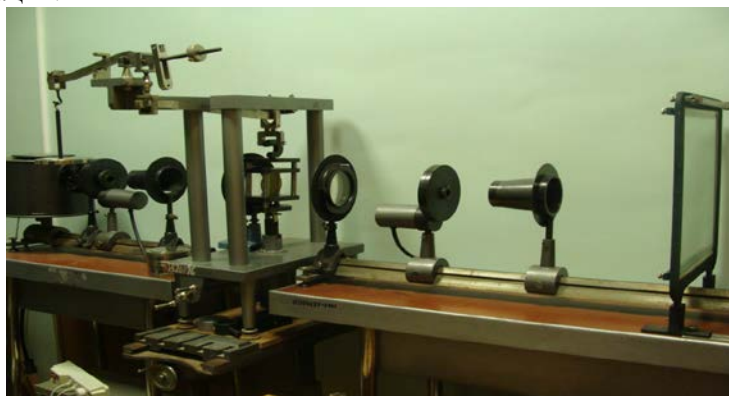


Рисунок 1. Проекционно-поляризационная установка ППУ-7.

Трудность расчетного определения полей деформаций и напряжений у вершины трещины привела к необходимости разработки и применения экспериментальных методов исследования деформаций и напряжений. В настоящее время достаточно хорошо разработаны и эффективно используются методы фотоупругих покрытий, сеток, муара, тензометрии, рентгеновского анализа, травления, дифракционных решеток, электронной микроскопии, фазовой интерференции, нанесения медных покрытий, голографии, позволяющие исследовать поля деформаций при статическом и циклическом нагружении[6]. Искусственное двойное лучепреломление используется для изучения деформаций в прозрачных телах. Такой метод исследования деформации, называемый методом фотоупругости, нашел широкое применение в

различных областях науки и техники. Одним из важных применений фотоупругости является использование данного метода при исследовании распределения напряжений в оптических стеклах, возникающих при их изготовлении, а также при исследовании остаточных напряжений[7].

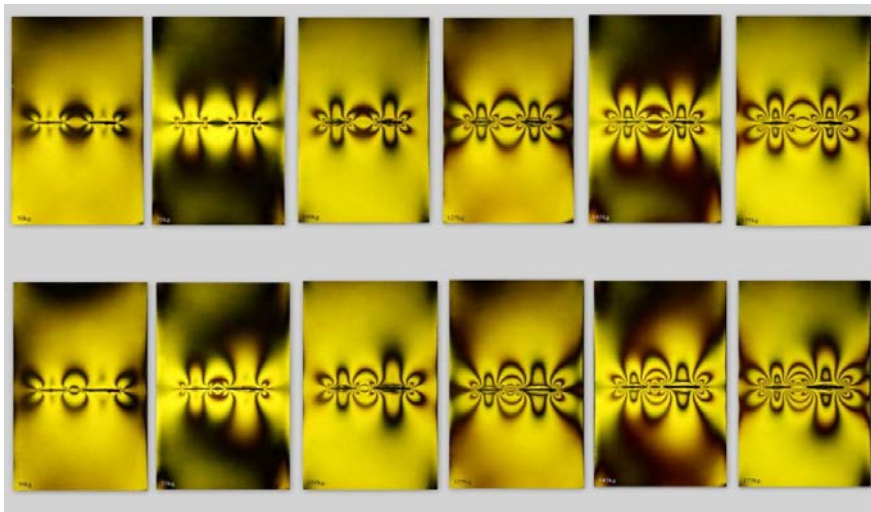


Рисунок 2. Картины изохроматических полос в пластине с двумя коллинеарными трещинами под действием различных нагрузок

Также метод фотоупругости, иначе называемый поляризационно-оптическим методом, находит широкое применение в инженерной практике и в области научных исследований. Следует отметить, что применение метода фотоупругости не ограничивается плоскими моделями. Известны методы исследований на объемных моделях, в том числе вращающихся, под действием различных приложенных усилий[8]. Известны также методы, используемые для исследования термонапряженных состояний. Сочетание методов фотоупругости и муара дает возможность решать весьма сложные задачи по исследованию напряжений в зонах концентрации напряжений в телах сложной формы, нагружаемых по сложным схемам[9].

3. Результаты исследований

В данном исследовании основное внимание было уделено серии опытов, поставленных в пакете «Simulia Abaqus» с целью получения более точного описания поля напряжений в окрестности вершины трещины в тонкой пластине из эпоксидной смолы (ЭД-20). В процессе работы была реализована структурированная сетка, для более аккуратного описания поля напряжений в непосредственной окрестности вершины трещины. Данные, полученные в ходе конечно-элементного анализа, необходимы для сравнения с коэффициентами, вычисленными с помощью полного асимптотического разложения М. Вильямса поля напряжений в окрестности вершины трещины. Была поставлена серия опытов по нагружению нескольких конфигураций тонких пластин различными силами. Метод конечных элементов позволяет получить широкий объем выходных данных, среди которых напряжения в любой точке сетки, значения компонент тензора напряжений, коэффициент интенсивности напряжений, Т-напряжения, и многие другие. Одним из важных вопросов прогнозирования роста трещины считается вопрос зависимости количества слагаемых полного асимптотического разложения М. Вильямса поля напряжений у вершины трещины, необходимых для более точного описания поля напряжений, от расстояния между исследуемой точкой, и вершиной трещины. Для описания этой проблемы были выбраны два набора по 7 экспериментальных точек, находящихся на концентрических окружностях с центром в правой вершине центральной трещины. Для дальнейшей обработки полученных данных был реализован переход от глобальной Декартовой системы координат к локальной полярной, что позволило подставлять выбранные координаты точек в известное разложение М. Вильямса.

Таблица 1. Первые 7 экспериментальных точек.

	X1	Y1	X2	Y2	R	T	S
1	8,646	1,037	-0,488	1,037	1,146	115	-1,578
2	9,063	1,143	-0,071	1,143	1,146	93,6	-1,948
3	9,489	1,090	0,354	1,090	1,146	71,9	-1,956
4	9,808	0,927	0,673	0,927	1,146	54	-1,402
5	10,062	0,673	0,927	0,673	1,146	36	-0,519
6	10,225	0,354	1,090	0,354	1,146	18	0,278
7	10,281	0	1,146	0	1,146	0	0,594

X1, Y1, X2, Y2, R, T – координаты выбранных точек. S – значение первой компоненты тензора напряжений для выбранной точки.

В качестве эталонного значения для сравнения коэффициентов интенсивности напряжений, полученных методом конечного элемента и вычисленных с помощью полного асимптотического разложения М.Вильямса было взято значение, предложенное Hiroshi Tada в 1937г.[14]. Показано, что решения совпадают с точностью до 10-х долей. В ходе работы была реализована программа в пакете «Waterloo Maple Release 17» позволяющая рассчитать любое заданное количество слагаемых полного асимптотического разложения М.Вильямса, имея в качестве начальных данных экспериментальные точки, полученные в ходе конечно-элементного анализа. Многопараметрическое разложение М.Вильямса поля напряжений у вершины трещины позволяет получить уравнение от некоторого количества неизвестных, которыми являются масштабные (амплитудные) множители. В зависимости от количества удерживаемых амплитудных множителей формируется необходимое количество уравнений. Для решения уравнений от 5-ти неизвестных необходимо знать 4 экспериментальные точки (в работе [13] показано, что четвертое слагаемое полного асимптотического разложения М.Вильямса равно нулю). Зная из конечно-элементного анализа значения первой компоненты тензора напряжений можно вычислить любое количество слагаемых полного асимптотического разложения М.Вильямса. В процессе сравнения с эталонным решением выяснилось, что при удержании только коэффициента интенсивности напряжений можно получить довольно близкий результат, но, в некоторых случаях, удержание в решении T-напряжения приводит к расхождению решений, что почти компенсируется удержанием третьего амплитудного множителя. Из вышесказанного следует вывод о необходимости более подробного описания поля напряжений у вершины трещины с использованием полного асимптотического разложения поля напряжений у вершины трещины. Направлением дальнейших исследований станет увеличение количества экспериментальных точек, взятых на разном удалении от вершины трещины, а так же реализация переопределенного метода нахождения масштабных (амплитудных) множителей полного асимптотического разложения М.Вильямса поля напряжений у вершины трещины.

4. Заключение

С помощью многопараметрического анализа поля напряжений, основанного на поляризационно-оптических методах механики деформируемого твердого тела (методе фотоупругости), в данной статье была проведена цифровая обработка результатов оптоэлектронных измерений, выполненных на серии образцов с трещинами и надрезами. Были рассмотрены разные классы образцов из оптически чувствительных материалов, в частности –

образец с одной центральной трещиной, и образец с двумя коллинеарными трещинами в условиях нормального отрыва. Подготовлен комплекс программ, позволяющий сравнить результаты расчетов, полученных посредством полного асимптотического разложения М.Вильямса поля напряжений у вершины трещины с результатами, полученными в ходе конечно-элементного анализа. С помощью основного закона фотоупругости вычислены коэффициенты полного асимптотического разложения М.Вильямса. Проведено сравнение результатов экспериментов с имеющимися аналитическими решениями, и показано, что результаты оптоэлектронных измерений и их обработки хорошо согласуются с аналитическими решениями.

5. Литература

- [1] Voyiadjis, G.Z. Handbook of Damage Mechanics: Nano to Macro Scale for Materials and Structures/ G.Z. Voyiadjis // Berlin: Springer, 2015. – 1577 p.
- [2] Williams, M.L. On the stress distribution at the base of a stationary crack / M.L. Williams // Journal of Applied Mechanics. – 1957. – Vol. 24. – P. 109-114.
- [3] Игонин, С.А. Асимптотика полей напряжений и оплошности у вершины усталостной трещины в поврежденной среде в условиях плоского напряденного состояния / С.А. Игонин, Л.В. Степанова // Вестник Самарского государственного университета. – 2013. – № 9-2(110). – С. 97-108.
- [4] Степанова, Л.В. Полное асимптотическое разложение М.Уильямса у вершин двух коллинеарных трещин конечной длины в бесконечной пластине / Л.В. Степанова, П.С. Росляков // Пермь: Вестник ПНИПУ. Механика. – 2015. – № 4. – С. 188-225.
- [5] Gupta, M. A review of T-stress and its effects in fracture / M. Gupta, R.C. Alderliesten, R. Benedictus // Engineering Fracture Mechanics. – 2015. – Vol. 134. – P. 218-241.
- [6] Кобаяси, А. Экспериментальная механика. Книга 1 /А. Кобаяси. – М.: Мир, 1990. – 615 с.
- [7] Трощенко, В. Т. Трещиностойкость металлов при циклическом нагружении / В.Т. Трощенко, В.В. Покровский, А.В. Прокопенко. – Киев: Наукова думка, 1987. – 256 с.
- [8] Годжаев, Н.М. Оптика. Учебное пособие для вузов / Н.М. Годжаев. – М.: Высшая школа, 1977. – 432 с.
- [9] Третьяченко, Г.Н. Моделирование при изучении прочности конструкций / Г.Н. Третьяченко. – Киев: Науковадумка, 1979. – 232 с.
- [10] Alsiya, S. Image Processing Algorith for Fringe Analysis in Phototelasticity / S. Alsiya, C. Jeya Leksmi, B.P. Jishna Priya, R.C. Mehta // Scholars Journal of Engineering and Technology.– 2016. – Vol. 4(7). – P. 325-328.
- [11] Surendra, K.V.N. Digital Image Analysis around isotropic points for photoelastic pattern recognition / K.V.N. Surendra, K.R.Y. Simha // Optic Engineering. – 2015. – Vol. 54(8).
- [12] Berto, F. On higher order terms in the crack tip stress field / F. Berto, P. Lazzarin // International Journal of Fracture. – 2010. – Vol.161. – P. 221-226.
- [13] Stepanova, L.V. Multi-parameter description of the crack-tip stress field: analytic determination of coefficients of crack-tip stress expansions in the vicinity of the crack tips of two finite cracks in an infinite plane medium / L.V. Stepanova, P.S. Roslyakov // International Journal of Solids and Structures. – 2016. – Vol. 100-101. – P. 11-28.
- [14] Tada, H. The stress analysis of cracks handbook / H. Tada, P.C. Paris, G.R. Irwin // ASME press. – 2000. – P. 60-62.

Interference-optical methods (digital photoelasticity method) for multi-parameter crack tip description: experimental determination of coefficients of the Williams asymptotic expansion

L. Stepanova¹, V. Dolgikh¹

¹Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. Digital photoelasticity method is used to study the complete Williams series expansion in the vicinity of the crack tip under Mixed Mode loading. The distribution of the isochromatic fringe patterns and the stress field near the crack tip by the use of the complete Williams asymptotic expansion for various classes of the experimental specimens are obtained. The comparison of the experimental results and the calculations performed with finite element analysis has shown the importance and significant advantages of photoelastic observations for the multiparametric asymptotic description of the stress field in the neighborhood of the crack tip. Theoretical, experimental and computational results obtained in this research show that the isochromatic fringes in the vicinity of the crack tip are described more accurately when we consider the complete Williams asymptotic expansion of the stress field and we have to keep the higher order stress terms in the asymptotic expansion since the contribution of the higher order stress terms (besides the stress intensity factors and the T-stress) is not negligible in the crack tip stress field. A good correlation was observed between the experimental results and the numerical results obtained from finite element analysis in CAE system SIMULIA Abaqus.

Keywords: Digital photoelasticity, Interference-optical methods, Image processing of experimental data, photomechanics, Williams asymptotic expansion, birefringence, isochromatic fringe patterns, overdeterministic method.