

Генерация текстурной поверхности на основе метода случайного смещения средней точки

О.А. Моссоулина¹

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. Реализована генерация текстурных поверхностей на основе метода смещения средней точки для одномерного и двумерного случая. Кроме того, построен пространственный спектр сформированных поверхностей на основе преобразования Фурье.

1. Введение

Задача генерации текстурных поверхностей с определенными статистическими свойствами является актуальной при моделировании передачи оптического сигнала через неоднородную или случайную среду, включая турбулентность атмосферы и водоемов [1-15]. Одним из способов является использование случайных фрактальных структур [3-6].

Регулярные фракталы характеризуются самоподобием и дробной размерностью [16]. Пространственный спектр таких структур также обладает свойствами самоподобия, поэтому картина дифракции оптического излучения на фрактальной структуре [17] может использоваться для определения характеристик самой структуры [18, 19]. Более того, свойство самоподобия позволяет использовать даже небольшую часть пространственного спектра для получения изображения исходного объекта [20].

Одной из важнейших характеристик фракталов является пространственный спектр [18, 19, 21-23]. Удобным инструментом для исследования спектральных свойств фрактальных структур является дробное преобразование Фурье (ДрПФ) [24, 25]. Этот оператор позволяет получить распределение поля (с точностью до масштаба) в любой параксиальной области – как в зоне дифракции Френеля, так и в дальней зоне [26]. Кроме того, ДрПФ описывает распространения лазерного излучения в средах с градиентным показателем преломления [27-33]. Случайные фрактальные структуры сохраняют некоторые свойства регулярных фракталов, в частности, размерность.

В данной работе реализована генерация текстурных поверхностей на основе метода смещения средней точки для одномерного и двумерного случая. Для сформированных поверхностей построен пространственный спектр на основе преобразования Фурье.

2. Результаты моделирования

Для генерации случайного фрактала воспользуемся методом случайного смещение средней точки, который еще используется для генерации броуновского движения частицы.

На каждом шаге формируются точки в количестве 2^n , где n – номер итерации. Для каждой точки с помощью нормального закона распределения генерируется значение положения точки.

На рисунке 1 показана получившаяся одномерная структура и спектр.

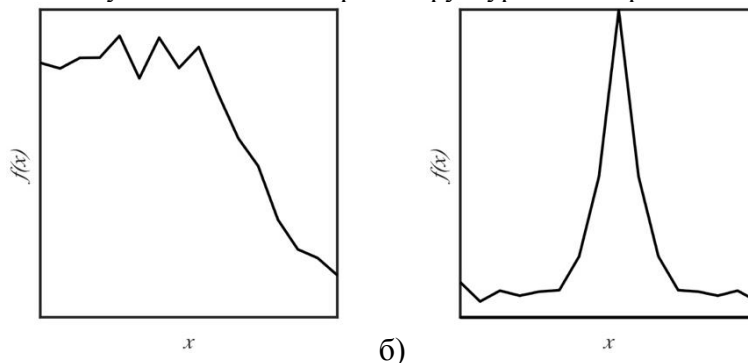


Рисунок 1. Вид фрактальной структуры (а) и ее пространственный спектр (б).

Для наглядности увеличим количество точек с помощью интерполяции получившейся одномерной структуры. Результат показан на рисунке 2.

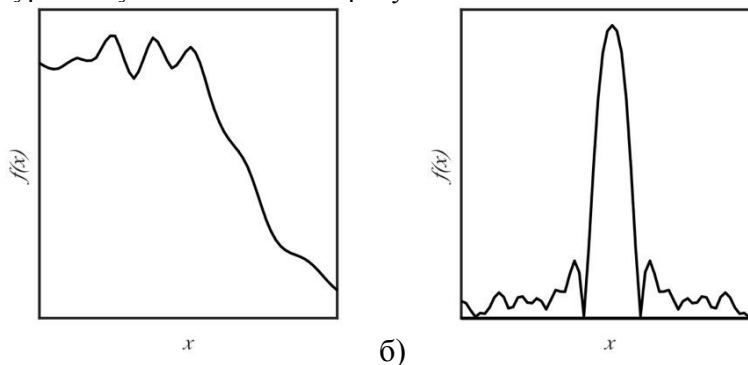


Рисунок 2. Вид интерполированной фрактальной структуры (а) и ее пространственный спектр (б).

Построить двумерный фрактал можно просто как произведение одномерных фракталов, причем по разным осям можно ввести масштабное преобразование.

Тогда пространственный спектр для двумерной фрактальной поверхности можно оценить по формуле:

$$F_{S,p}(u, v) = 2^{-S-p} \left[\prod_{s=0}^{S-1} \cos(2\pi \cdot 3^s \alpha u) \right] \left[\prod_{p=0}^{P-1} \cos(2\pi \cdot 3^p \beta v) \right] \text{sinc}(\alpha u) \text{sinc}(\beta v), \quad (1)$$

где S – уровень фрактала, u и v – случайные функции, распределенные по нормальному закону распределения.

На рисунках 3-4 изображены полученная двумерная поверхность и ее интерполяция. Кроме того, рассчитан пространственный спектр для данных текстур.

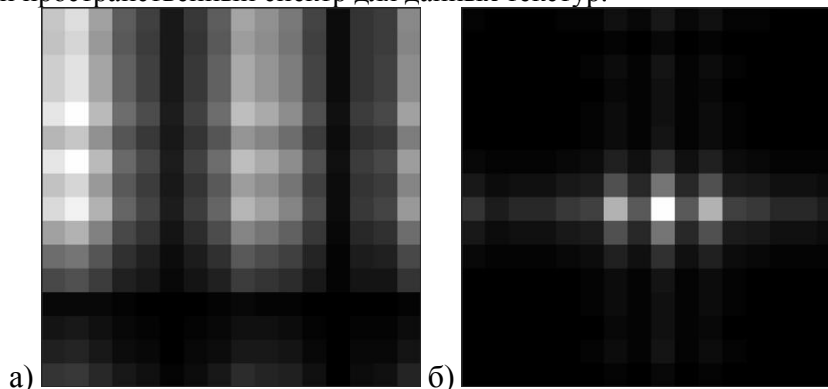


Рисунок 3. Вид двумерной фрактальной структуры (а) и ее пространственный спектр (б).

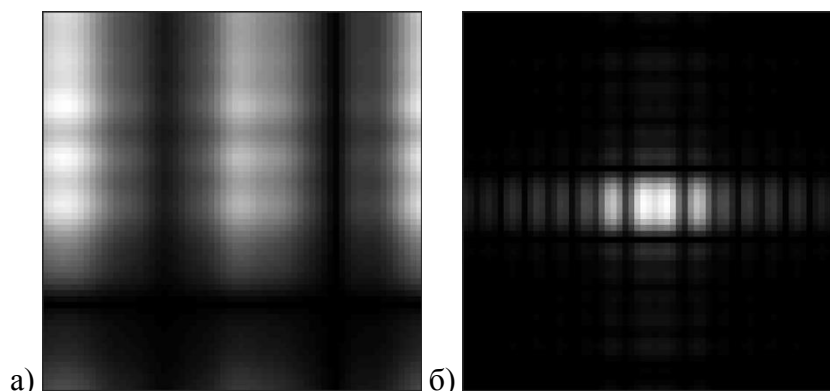


Рисунок 4. Вид интерполированной двумерной фрактальной структуры (а) и ее пространственный спектр (б).

Как видно из рисунков, пространственный спектр имеет ярко выраженный всплеск с постепенным дальнейшим угасанием.

3. Заключение

В работе представлен одномерный и двумерный случаи генерации фрактальной поверхности случайного вида. Получены пространственные спектры сформированных фрактальных структур.

4. Литература

- [1] Oster, G. Theoretical interpretation of moire patterns / G. Oster, M. Wasserman, C. Zwierling // *J. Opt. Soc. Am.* – 1964. – Vol. 54(2). – P. 169-175.
- [2] Forrest, S. Long-range correlations in smoke-particle aggregates / S. Forrest, T.A. Witten // *J. Phys. A.* – 1979. – Vol. 12(5). – L109 p.
- [3] Berry, M.V. Optics of fractal clusters such as a smoke / M.V. Berry, I.C. Percival // *Journal of Modern Optics.* – 1986. – Vol. 33(5). – P. 577-591.
- [4] Sreenivasan, K.R. The fractal facets of turbulence / K.R. Sreenivasan, C. Meneveau // *J. Fluid Mech.* – 1986. – Vol. 173. – P. 357-386.
- [5] Mazzi, B. Fractal-generated turbulence / B. Mazzi, J.C. Vassilicos // *J. Fluid Mech.* – 2004. – Vol. 502. – P. 65-87.
- [6] Peitgen, H.O. Chaos and fractals: new frontiers of science / H.O. Peitgen, H. Jurgens, D. Saupe. – New York: Springer, 2004. – 864 p.
- [7] Khonina, S.N. Creating order with the help of randomness: generating transversely random, longitudinally invariant vector optical fields / S.N. Khonina, I. Golub // *Optics Letters.* – 2015. – Vol. 40(17). – P. 4070-4073. DOI: 10.1364/OL.40.004070.
- [8] Soifer, V.A. Vortex beams in turbulent media / V.A. Soifer, O. Korotkova, S.N. Khonina, E.A. Shchepakina // *Computer Optics.* – 2016. – Vol. 40(5). – P. 605-624. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-5-605-624.
- [9] Aksenov, V.P. Orbital angular momentum of a laser beam in a turbulent medium: preservation of the average value and variance of fluctuations / V.P. Aksenov, V.V. Kolosov, G.A. Filimonov, C.E. Pogutsa // *J. Opt.* – 2016. – Vol.18(5). – P. 054013.
- [10] Kirilenko, M.S. Simulation of optical signals propagation in a random media / M.S. Kirilenko, S.N. Khonina // *CEUR Workshop Proceedings of International Conference Information Technology and Nanotechnology.* – 2016. – Vol. 1638. – P. 55-65. DOI: 10.18287/1613-0073-2016-1638-55-65.
- [11] Porfirev, A.P. Study of propagation of vortex beams in aerosol optical medium / A.P. Porfirev, M.S. Kirilenko, S.N. Khonina, R.V. Skidanov, V.A. Soifer // *Applied Optics.* – 2017. – Vol. 56(11). – P. E8-E15. DOI: 10.1364/AO.56.0000E8.

- [12] Kirilenko, M.S. Comparison of propagation of vortex and non-vortex laser beams in a random medium / M.S. Kirilenko, A.P. Porfirev, S.N. Khonina // *Proceedings of SPIE*. – 2017. – Vol. 10342. – P. 103420B-(9p). DOI: 10.1117/12.2270658.
- [13] Artyukova, A.A. Comparative study of impact of random environment on individual and combined Laguerre-Gauss modes / A.A. Artyukova, M.S. Kirilenko, S.N. Khonina // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2018. – Vol. 1038(1). – P. 012070.
- [14] Kirilenko, M.S. Simulation of vortex laser beams superposition propagation through a random optical environment / M.S. Kirilenko, S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy // *Proceedings of SPIE*. – 2018. – Vol. 10774. – P. 1077409. DOI: 10.1117/12.2318465.
- [15] Khonina, S.N. A technique for simultaneous detection of individual vortex states of Laguerre-Gaussian beams transmitted through an aqueous suspension of microparticles / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, V.D. Paranin // *Optics and Lasers in Engineering*. – 2018. – Vol. 105. – P. 68-74. DOI: 10.1016/j.optlaseng.2018.01.006.
- [16] Mandelbrot, B.B. *The Fractal Geometry of Nature*. – Freeman, New York, 1982. – 468 p.
- [17] Berry, M.V. *Diffraction*. – *J. Phys. A: Math. Gen.* – 1979. – Vol. 12. – P. 781-797.
- [18] Uozumi, J. Fraunhofer diffraction by Koch fractals / J. Uozumi, H. Kimura, T. Asakura // *J. Mod. Opt.* – 1990. – Vol. 37(6). – P. 1011-1031.
- [19] Zunino, L. Fraunhofer diffraction by cantor fractals with variable lacunarity / L. Zunino, M. Garavaglia // *J. Mod. Opt.* – 2003. – Vol. 50(5). – P. 717-727.
- [20] Moocarme, M. Robustness via diffractal architectures / M. Moocarme, L.T. Vuong // *Optics Express*. – 2015. – Vol. 1509. – P. 04761.
- [21] Allain, C. Spatial spectrum of a general family of self-similar arrays / C. Allain, M. Cloitre // *Phys. Rev.* – 1987. – Vol. 36(12). – P. 5751-5757.
- [22] Horvath, P. Koch fractals in physical optics and their Fraunhofer diffraction patterns / P. Horvath, P. Smid, I. Vaskova, M. Hrabovsky // *Optik*. – 2010. – Vol. 121(2). – P. 206-213.
- [23] Khonina, S.N. Fractal cylindrical fraxicon / S.N. Khonina, S.G. Volotovskiy // *Optical Memory & Neural Networks (Information Optics)*. – 2018. – Vol. 27(1). – P. 1-9.
- [24] Mendlovic, D. Fractional Fourier transformations and their optical implementation. I / D. Mendlovic, H.M. Ozaktas // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 1993. – Vol. 10. – P. 1875-1881.
- [25] Alieva, T. Fractional Fourier transform as a tool for investigation of fractal objects / T. Alieva // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 1996. – Vol. 13(6). – P. 1189-1192.
- [26] Alieva, T. Fractional transforms in optical information processing / T. Alieva, M.J. Bastiaans, M.L. Calvo // *J. Appl. Signal Processing*. – 2005. – Vol. 10. – P. 1-22.
- [27] Ozaktas, H.M. Fourier transforms of fractional order and their optical interpretation / H.M. Ozaktas, D. Mendlovic // *Optics Communications*. – 1993. – Vol. 101. – P. 163-169.
- [28] Almazov, A.A. Periodic self-reproduction of multi-mode laser beams in graded-index optical fibers / A.A. Almazov, S.N. Khonina // *Optical Memory and Neural Networks (Allerton Press)*. – 2004. – Vol. 13(1). – P. 63-70.
- [29] Стрилец, А.С. Исследование распространения лазерных пучков в параболическом оптическом волокне с помощью интегрального параксиального оператора / А.С. Стрилец, С.Н. Хонина // *Компьютерная оптика*. – 2007. – Т. 31, № 4. – P. 33-39.
- [30] Khonina, S.N. Propagation of laser vortex beams in a parabolic optical fiber / S.N. Khonina, A.S. Striletz, A.A. Kovalev, V.V. Kotlyar // *Proceedings of SPIE*. – 2010. – Vol. 7523. – P. 75230B.
- [31] Kirilenko, M.S. Propagation of vortex eigenfunctions of bounded Hankel transform in a parabolic fiber / M.S. Kirilenko, O.A. Mossoulina, S.N. Khonina // *IEEE Proceedings of International Conference on Laser Optics*. – 2016. – P. R4-32. DOI: 10.1109/LO.2016.7549787.
- [32] Mossoulina, O.A. Simulation of vortex laser beams propagation in parabolic index media based on fractional Fourier transform / O.A. Mossoulina, M.S. Kirilenko, S.N. Khonina // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2016. – Vol. 741 – P. 012142. DOI:10.1088/1742-6596/741/1/012142.

- [33] Monin, E.O. Propagation modeling of vortex generalized Airy beams in parabolic fiber / E.O. Monin, A.V. Ustinov, S.N. Khonina // Proceedings of Progress in Electromagnetics Research Symposium. – 2018. – Vol. F134321. – P. 583-589. DOI: 10.1109/PIERS.2017.8261809.

Generation of texture surface based on the method of random midpoint displacement

O.A. Mossoulina¹

¹Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. Implemented generation of textural surfaces on the basis of the displacement of the midpoint for one-dimensional and two-dimensional case. In addition, the spatial spectrum of the formed surfaces based on the multidimensional Fourier transform is studied.