

Фурье-инвариантные пучки Лагерра-Гаусса в квадрате

В.В. Котляр

Институт систем обработки
изображений - филиал ФНИЦ
«Кристаллография и фотоника»
РАН

Самарский национальный
исследовательский университет им.
академика С.П. Королева
Самара, Россия
kotlyar@ipsiras.ru

А.А. Ковалев

Институт систем обработки
изображений - филиал ФНИЦ
«Кристаллография и фотоника»
РАН

Самарский национальный
исследовательский университет им.
академика С.П. Королева
Самара, Россия
alanko@ipsiras.ru

Е.С. Козлова

Институт систем обработки
изображений - филиал ФНИЦ
«Кристаллография и фотоника»
РАН

Самарский национальный
исследовательский университет им.
академика С.П. Королева
Самара, Россия
kozlova.elena.s@gmail.com

А.А. Савельева

Институт систем обработки
изображений - филиал ФНИЦ
«Кристаллография и фотоника»
РАН

Самарский национальный
исследовательский университет им.
академика С.П. Королева
Самара, Россия
lexis2450@gmail.com

Аннотация—В этой статье мы представили новый тип оптического вихря, называемый квадратичным вихревым пучком Лагерра-Гаусса. Доказано, что эти пучки Фурье-инвариантны и сохраняют свою структуру в фокусе сферической линзы.

Ключевые слова— оптический вихрь, вихревой пучок Лагерра-Гаусса(ЛГ).

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время большое количество публикаций посвящено оптическим вихрям [1–2], методам их генерации [3–5] и широкому кругу прикладных задач, где они используются [6–9]. Одним из важных направлений исследований является поиск новых типов пучков с определенными свойствами [10–12]. Также стоит отметить оптические вихри с дробным топологическим зарядом [13,14]. В отличие от вихревого пучка целого порядка, такие оптические поля имеют разрывы в кольце интенсивности. Дробные оптические вихри применяются в радиолокации, захвате и перемещении частиц, квантовой оптике и т. д. [15].

Несмотря на указанное выше обилие различных типов пучков, не теряют своей актуальности известные пучки Лагерра-Гаусса (ЛГ). Рассматриваются различные способы их генерации с помощью специальных лазеров с усиленной внутрирезонаторной сферической абберацией [16], q-пластин [17] или метаповерхностей [18]. На основе мод ЛГ разрабатываются новые типы оптических пучков с различными полезными свойствами [19]. Пучки ЛГ и подобные пучки имеют большое практическое значение для оптической связи [20], микроманипуляции [21] и фотовозбуждения атомов [22].

В данной работе мы предложили новый тип оптических пучков, амплитуда которых пропорциональна квадрату полинома Лагерра. Эти пучки

расширяют базис мод ЛГ. Проведено теоретическое и численное исследование, показавшее их Фурье-инвариантность.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ

Рассмотрим пучок, который мы назвали квадратным лучом ЛГ или (ЛГ)². Комплексная амплитуда этого пучка в начальной плоскости имеет вид:

$$E_{2,n,m}(r, \varphi) = E_2 \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} + i2n\varphi\right) \left(\frac{r}{w}\right)^{2|n|} \left[L_m^{(|n|)}\left(\frac{r^2}{w^2}\right)\right]^2, \quad (1)$$

где E_2 - постоянная. Его комплексная амплитуда в фокусе идеальной сферической линзы с фокусным расстоянием f имеет вид:

$$E_{2,n,m}(\rho, \theta) = \frac{-iz_0}{f} E_2 (-1)^n \exp(2in\theta) \times \\ \times \int_0^\infty x^n \exp(-x) \left[L_m^{(|n|)}(x)\right]^2 J_{2n}(y\sqrt{x}) dx = \\ = \frac{-iz_0}{f} E_2 (-1)^n \exp\left(2in\varphi - \frac{y^2}{4}\right) \left(\frac{y}{2}\right)^{2|n|} \left[L_m^{(|n|)}\left(\frac{y^2}{4}\right)\right]^2,$$

где $x = (r/w)^2$, $y = kwp/f$, (ρ, θ) - полярные координаты в Фурье-области. Для получения уравнения (2) использовался эталонный интеграл из [23]. Сравнивая комплексные амплитуды в исходной плоскости (1) и в фокусе сферической линзы (2), видно, что они совпадают с точностью до постоянной.

3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Мы провели численное моделирование фокусировки пучка (ЛГ)² сферической линзой с использованием собственных скриптов MATLAB. Исходное поле представлялось как:

$$E_{2,n,m}(r, \varphi) = \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} + i2n\varphi\right) \left(\frac{r}{w}\right)^{2|n|} \left[L_m^{(|n|)}\left(\frac{r^2}{w^2}\right)\right]^2. \quad (3)$$

На рис. 1 представлены исходные распределения интенсивности и фазы для $(\text{ЛГ})^2$ при следующих параметрах: $\lambda = 532$ нм, $w = 0,5$ мм, $n = 3$, $m = 2$.

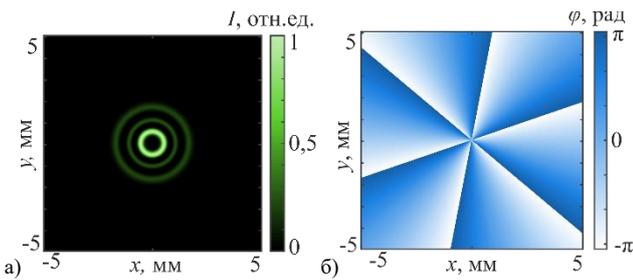


Рис. 1. Исходный пучок $(\text{ЛГ})^2$: 2D-распределение интенсивности (а); двумерное фазовое распределение (б)

Фокусировка сферической линзой описывается преобразованием Фурье. Результаты моделирования для этого пучка в фокусе представлены на рис. 2.

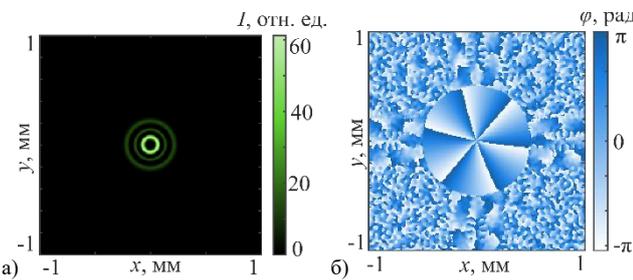


Рис. 2. Поле в фокусе сферической линзы после фокусировки исходного пучка с рис. 1: 2D-распределение интенсивности (а); двумерное фазовое распределение (б)

Рис. 1 и 2 отличаются только на константу и наглядно демонстрируют Фурье-инвариантность пучков $(\text{ЛГ})^2$, доказанную в первом разделе.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе рассмотрен новый тип вихревых пучков, пересекающийся с семейством известных пучков ЛГ. Комплексная амплитуда этих пучков пропорциональна квадрату полинома Лагерра, поэтому они называются пучками ЛГ в квадрате $(\text{ЛГ})^2$. Теоретически и численно показано, что вихревые пучки $(\text{ЛГ})^2$ являются Фурье-инвариантными и сохраняют свою структуру в фокусе сферической линзы.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа частично финансировалась Российским научным фондом по гранту № 22-22-00265 (в части «Теоретическое описание» и «Численное моделирование»), а также Министерством науки и высшего образования РФ в рамках государственного контракта с «Кристаллографией и Фотоника» НИЦ РАН по договору 007-ГЗ/Ч3363/26 (в части «Введение»).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Shen, F.Y. Optical vortices 30 years on: OAM manipulation from topological charge to multiple singularities / F.Y. Shen, X. Wang, Z. Xie, C. Min, X. Fu, Q. Liu, M. Gong, X. Yuan // *Light Sci. Appl.* – 2019. – Vol. 8(90). – P. 1-29.
[2] Kotlyar, V.V. Vortex Laser Beams / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, A.P. Porfirev // CRC Press, 2018. – 418 p.
[3] Lian, Y. OAM beam generation in space and its applications: A review / Y. Lian, X. Qi, Y. Wang, Z. Bai, Y. Wang, Z. Lu // *Optics and Lasers in Engineering.* – 2022. – Vol. 151. – P. 106923.

[4] Князев, Б.А. Оптимизация параметров бинарных фазовых аксионов для генерации терагерцовых закрученных поверхностных плазмон-поляритонов на цилиндрических проводниках / Б.А. Князев, В.С. Павельев // *Компьютерная оптика.* – 2020. – Т. 44, № 5. – С. 852-856. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-726.
[5] Котляр, В.В. Формирование и фокусировка векторного оптического вихря с помощью металлинзы / В.В. Котляр, А.Г. Налимов // *Компьютерная оптика.* – 2017. – Т. 41, № 5. – С. 645-654. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-5-645-654.
[6] Yang, Y. Optical trapping with structured light: a review / Y. Yang, Y. Ren, M. Chen, Y. Arita, C. Rosales-Guzman // *Adv. Photon.* – 2021. – Vol. 3(3). – P. 034001.
[7] Xu, C.-T. Tunable band-pass optical vortex processor enabled by wash-out-refill chiral superstructures / C.-T. Xu, P. Chen, Y.-H. Zhang, X.-Y. Fan, Y.-Q. Lu, W. Hu // *Appl. Phys. Lett.* – 2021. – Vol. 118. – P. 151102.
[8] Zhu, Y. Compact high-efficiency four-mode vortex beam generator within the telecom C-band / Y. Zhu, H. Tan, N. Zhou, L. Chen, J. Wang, X. Cai // *Opt. Lett.* – 2020. – Vol. 45(7). – P. 1607-1610.
[9] Налимов, А.Г. Поток энергии вихревого поля в фокусе секансной градиентной линзы / А.Г. Налимов // *Компьютерная оптика.* – 2020. – Т. 44, № 5. – С. 707-711. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-688.
[10] Martinez-Herrero, R. A New Type of Shape-Invariant Beams with Structured Coherence: Laguerre-Christoffel-Darboux Beams / R. Martinez-Herrero, M. Santarsiero, G. Piquero, J.C. Gonzalez de Sande // *Photonics.* – 2021. – Vol. 8(4). – P. 134.
[11] Котляр, В.В. Асимметричные лазерные гипергеометрические пучки / В.В. Котляр, А.А. Ковалёв, Е.Г. Абрамочкин // *Компьютерная оптика.* – 2019. – Т. 43, № 5. – С. 735-740. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-5-735-740.
[12] Котляр, В.В. Пучки Фурье–Бесселя с конечной энергией / В.В. Котляр, А.А. Ковалев, Д.С. Калинин, Е.С. Козлова // *Компьютерная оптика.* – 2021. – Т. 45, № 4. – С. 506-511. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-864.
[13] Stafeev, S.S. Tight focusing cylindrical vector beams with fractional order / S.S. Stafeev, A.G. Nalimov, V.D. Zaitsev, V.V. Kotlyar // *Journal of the Optical Society of America B.* – 2021. – Vol. 38(4). – P. 1090-1096.
[14] Zhang, Yu. LED-based chromatic and white-light vortices of fractional topological charges / Yu. Zhang, H. Guo, X. Qiu, X. Lu, X. Ren, L. Chen // *Opt. Commun.* – 2021. – Vol. 485. – P. 126732.
[15] Zhang, H. Review on fractional vortex beam / H. Zhang, J. Zeng, X. Lu, Zh. Wang, Ch. Zhao, Ya. Cai // *Nanophotonics.* – 2022. – Vol. 11(2). – P. 241-273.
[16] Wang, M. Laguerre-Gaussian beam generation via enhanced intracavity spherical aberration / M. Wang, Y. Ma, Q. Sheng, X. He, J. Liu, W. Shi, J. Yao, T. Omatsu // *Opt. Express.* – 2021. – Vol. 29(17). – P. 27783-27790.
[17] Rafayelyan, M. Laguerre-Gaussian modal q-plates / M. Rafayelyan, E. Brasselet // *Opt. Lett.* – 2017. – Vol. 42(10). – P. 1966-1969.
[18] Mao, H. Broadband meta-converters for multiple Laguerre-Gaussian modes / H. Mao, Y.-H. Ren, Y. Yu, Z. Yu, X. Sun, S. Zhang, K.K.Y. Wong // *Photon. Res.* – 2021. – Vol. 9(9). – P. 1689-1698.
[19] Ghaderi Goran Abad, M. Laguerre-Gaussian modes generated vector beam via nonlinear magneto-optical rotation / M. Ghaderi Goran Abad, M. Mahmoudi // *Sci. Rep.* – 2021. – Vol. 11. – P. 5972.
[20] Грейсх, Г.И. Скоррекция хроматизма двухдиапазонных ИК-вариообъективов / Г.И. Грейсх, Е.Г. Ежов, А.И. Антонов // *Компьютерная оптика.* – 2020. – Т. 44, № 2. – С. 177-182. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-623.
[21] Otsu, T. Direct evidence for three-dimensional off-axis trapping with single Laguerre-Gaussian beam / T. Otsu, T. Ando, Y. Takiguchi, Y. Ohtake, H. Toyoda, H. Itoh // *Sci. Rep.* – 2014. – Vol. 4. – P. 4579.
[22] Peshkov, A.A. Photoexcitation of atoms by Laguerre-Gaussian beams / A.A. Peshkov, D. Seipt, A. Surzhykov, S. Fritzsche // *Phys. Rev. A.* – 2017. – Vol. 96(2). – P. 023407.
[23] Prudnikov, A.P. Integrals and Series: Special Functions / A.P. Prudnikov, Y.A. Brychkov, O.I. Marichev // Gordon and Breach: New York, 1981.