

Формирование трехмерных оптических полей, согласованных с суперпозицией скалярных сферических гармоник

Е.О. Монин¹

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. Сферические функции являются угловой частью семейства ортогональных решений уравнения Лапласа, записанного в сферических координатах. Они широко используются для изучения физических явлений в пространственных областях, ограниченных сферической поверхностью, и при решении физических задач со сферической симметрией. В данной работе было получено уравнение суперпозиций сферических гармоник, удовлетворяющее уравнение Гельмгольца. Было проведено моделирование и визуализация трехмерных полей, согласованных как с отдельными сферическими гармониками, так и с их суперпозициями.

1. Введение

В связи с уменьшением размеров оптических устройств большое внимание в последнее время уделяется описанию непараксиального распространения световых полей [1–12] и разработке алгоритмов моделирования такого распространения [13–26].

Непараксиальная скалярная модель, основанная на теории Рэлея-Зоммерфельда [27], позволяет получать согласующиеся с экспериментами результаты на очень близких расстояниях от апертуры [28, 29]. Заметим, что использование скалярной волновой модели в ближней зоне дифракции правомерно только для одной из поперечных компонент электрического поля. Причём с увеличением числовой апертуры роль продольной компоненты электрического поля становится очень важной, её вклад может превышать вклад поперечных компонент [11]. Тем не менее, известны ситуации [30–32], когда вещество или устройство является чувствительным только к поперечным или продольной компонентам электрического поля. Таким образом, расчеты скалярного поля становятся актуальным не только для отдельных компонент, но и картины в целом.

Заметим, что векторный вариант интегралов Рэлея-Зоммерфельда, а также метод разложения по плоским волнам имеют представление различных компонент электромагнитного поля через близкие выражения, что позволяет применять параллельные алгоритмы расчета и высокопроизводительные вычислительные средства [33, 34].

Большое внимание исследователей привлекают лазерные пучки с винтовыми фазовыми особенностями [35–45]. Это связано с их особыми свойствами, в том числе наличием орбитального углового момента, который используется в оптическом манипулировании для вращения захваченных пучком микрообъектов [46, 47], для уплотнения каналов передачи информации [48–54], а также для структурирования поверхности материалов [55–60].

Как правило распространение таких пучков рассматривается в цилиндрической системе координат [24-26, 39-42, 61, 62]. Однако форма объектов и оптических элементов в некоторых прикладных задачах предполагают использование сферической системы координат. В обоих случаях используется разложение по волновым функциям соответствующих систем.

В данной работе рассмотрены оптические поля, представляющие собой суперпозицию скалярных сферических волновых функций. Построение и визуализация таких полей является первым шагом к моделированию распространения оптических полей на основе разложения по сферическим гармоникам.

2. Теоретические основы

Уравнение Гельмгольца в сферических координатах имеет следующий вид (1):

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi(r, \theta, \varphi)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin^2 \theta \frac{\partial \psi(r, \theta, \varphi)}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi(r, \theta, \varphi)}{\partial \varphi^2} + k^2 \psi(r, \theta, \varphi) = 0. \quad (1)$$

Рассмотрим решение в виде:

$$\psi(r, \theta, \varphi) = R(r) \cdot \Theta(\theta) \cdot \Phi(\varphi). \quad (2)$$

После подстановки (2) в (1) получим:

$$\begin{aligned} & \frac{\Theta(\theta) \cdot \Phi(\varphi)}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right) + \frac{R(r) \cdot \Phi(\varphi)}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin^2 \theta \frac{\partial \Theta(\theta)}{\partial \theta} \right) + \\ & + \frac{R(r) \cdot \Theta(\theta)}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Phi(\varphi)}{\partial \varphi^2} + k^2 R(r) \cdot \Theta(\theta) \cdot \Phi(\varphi) = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Домножив (3) на $\frac{r^2 \sin^2 \theta}{R(r) \cdot \Theta(\theta) \cdot \Phi(\varphi)}$, получим:

$$\frac{\sin^2 \theta}{R(r)} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right) + \frac{\sin^2 \theta}{\Theta(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin^2 \theta \frac{\partial \Theta(\theta)}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\Phi(\varphi)} \frac{\partial^2 \Phi(\varphi)}{\partial \varphi^2} + k^2 r^2 \sin^2 \theta = 0. \quad (4)$$

Так как только третье слагаемое зависит от φ , пусть:

$$\frac{1}{\Phi(\varphi)} \frac{\partial^2 \Phi(\varphi)}{\partial \varphi^2} = -m^2, \quad (5)$$

тогда

$$\Phi(\varphi) = \exp(im\varphi). \quad (6)$$

После подстановки (5) в (4) и деления на $\sin^2 \theta$ получим:

$$\frac{1}{R(r)} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right) + \frac{1}{\Theta(\theta) \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin^2 \theta \frac{\partial \Theta(\theta)}{\partial \theta} \right) - \frac{m^2}{\sin^2 \theta} + k^2 r^2 = 0. \quad (7)$$

Далее, обозначив $x = \cos \theta$, $dx = -\sin \theta d\theta$ и $\sin^2 \theta = 1 - x^2$, получим:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin^2 \theta \frac{\partial \Theta(\theta)}{\partial \theta} \right) - \frac{m^2}{\sin^2 \theta} \Theta(\theta) = \frac{1}{\sin^2 \theta} \left(\cos \theta \frac{\partial \Theta(\theta)}{\partial \theta} + \sin^2 \theta \frac{\partial^2 \Theta(\theta)}{\partial \theta^2} \right) - \frac{m^2}{\sin^2 \theta} \Theta(\theta) = \\ & = \frac{\partial^2 \Theta(\theta)}{\partial \theta^2} + \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} \frac{\partial \Theta(\theta)}{\partial \theta} - \frac{m^2}{\sin^2 \theta} \Theta(\theta) = \sin^2 \theta \frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2} - 2 \cos \theta \frac{\partial y(x)}{\partial x} - \frac{m^2}{\sin^2 \theta} y(x) = \\ & = (1 - x^2) \frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2} - 2x \frac{\partial y(x)}{\partial x} - \frac{m^2}{(1 - x^2)} y(x). \end{aligned}$$

Учитывая, что функции Лежандра $y(x) = P_n^m(x)$ удовлетворяют уравнению:

$$(1 - x^2) \frac{d^2 y(x)}{dx^2} - 2x \frac{dy(x)}{dx} + \left[n(n+1) - \frac{m^2}{(1 - x^2)} \right] y(x) = 0, \quad (8)$$

для $\Theta(\theta) = P_n^m(\cos \theta)$ получим:

$$\frac{1}{\Theta(\theta)\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial\Theta(\theta)}{\partial\theta} \right) - \frac{m^2}{\sin^2\theta} = -n(n+1). \tag{9}$$

Тогда вместо (7) можно записать:

$$\frac{1}{R(r)} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right) - n(n+1) + k^2 r^2 = 0. \tag{10}$$

Решением уравнения:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right) + [k^2 r^2 - n(n+1)] R(r) = 0,$$

являются сферические функции Бесселя [74], в частности:

$$R(r) = j_n(kr). \tag{11}$$

Таким образом, уравнению Гельмгольца (1) удовлетворяют поля, представляющие собой суперпозицию сферических гармоник:

$$W(r, \theta, \varphi) = \sum_{n,m} c_{nm} j_n(kr) Y_{nm}(\theta, \varphi), \tag{12}$$

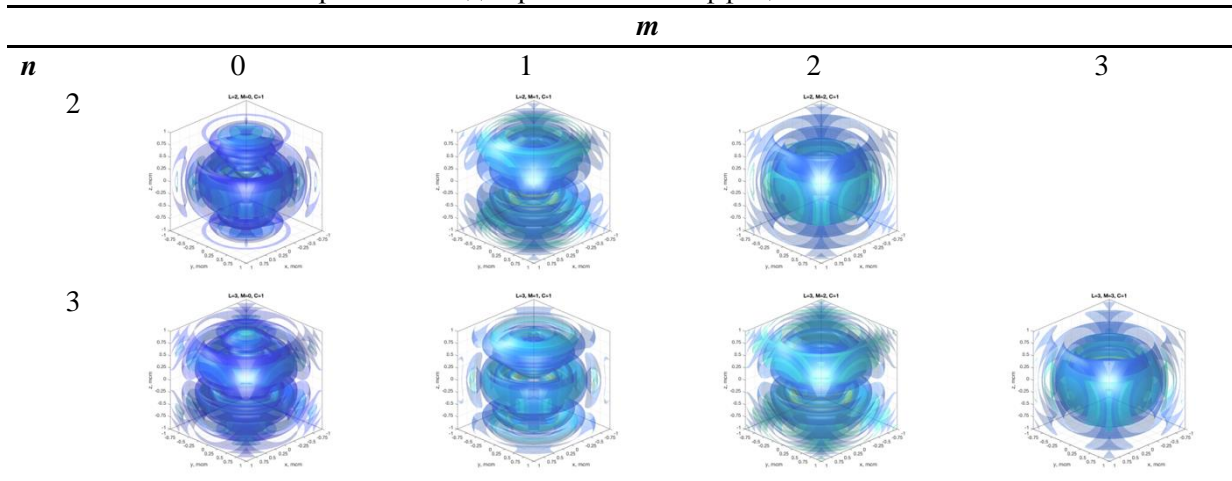
где

$$Y_{nm}(\theta, \varphi) = (-1)^m \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} P_n^m(\cos\theta) \exp(im\varphi). \tag{13}$$

3. Результаты моделирования

В таблице 1 представлены результаты формирования трехмерных оптических полей, согласованных с отдельными сферическими гармониками с фиксированными индексами n и m . Расчеты проводились для $\lambda = 0,5$ мкм, в диапазоне изменения координат $x, y, z \in [-2\lambda, 2\lambda]$.

Таблица 1. Трехмерные оптические поля, согласованные с отдельными сферическими гармониками для различных коэффициентов n и m .

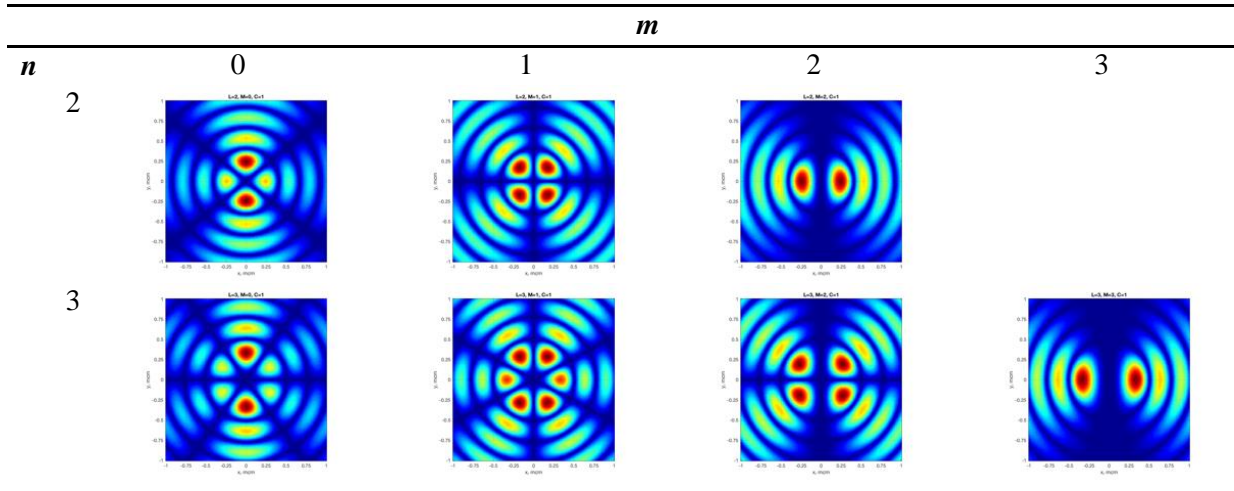


Полученные поля имеют осевую (ось z) симметрию, поэтому для лучшего представления полей в таблице 2 представлены их поперечные сечения.

Полученные сечения говорят о том, что распределение магнитуды у оптических полей происходит согласно некоему принципу, зависящему от n и m .

В поперечном сечении при $m=0$ пространство «разделяют» n плоскостей, образуя $2n$ энергетических «лепестков». По мере увеличения m , количество «разделяемых» пространство плоскостей уменьшается и становится равным $n-m+1$, так как при $m>0$ появляется постоянное вертикальное разделение всей картины, усиливающееся пропорционально m .

Таблица 2. Поперечные сечения трехмерных оптических полей, для $y=0$.



В трехмерном поле при $m=0$ формируется комплекс торообразных и двух конусообразных структур в количестве равном $n+1$. При увеличении m , количество структур уменьшается и становится равным $n-m$. Конусовидные структуры, расположенные на полюсах при $m=0$, в случаях увеличения m видоизменяются и трансформируются в торообразные структуры из-за возникновения энергетической щели, увеличивающейся согласно m .

На рисунках с 1 по 3 изображены трехмерные поля, согласованные с суперпозициями некоторых сферических гармоник и их поперечные сечения.

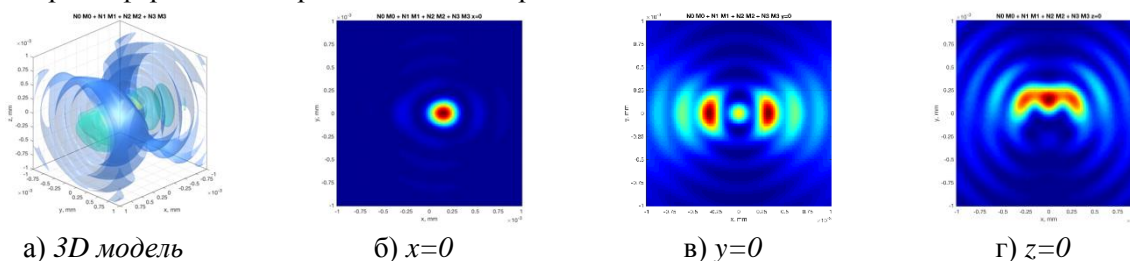


Рисунок 1. Трехмерное оптическое поле для $n=0,3$, $m=n$ и его поперечные сечения.

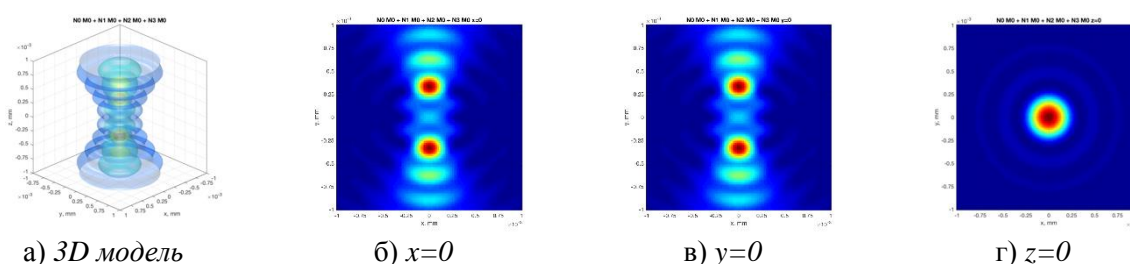


Рисунок 2. Трехмерное оптическое поле для $n=0,3$, $m=0$ и его поперечные сечения.

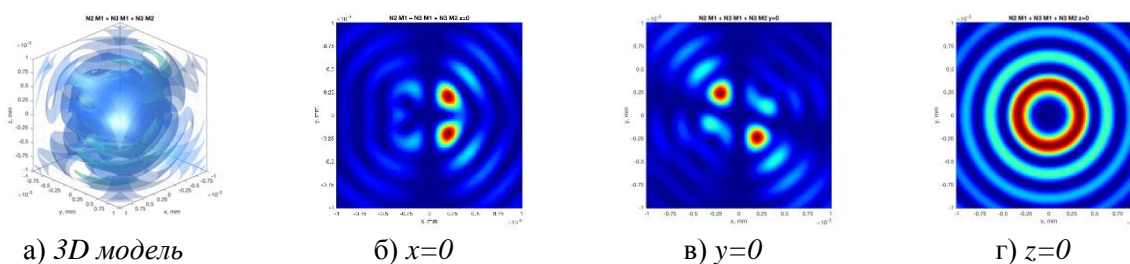


Рисунок 3. Трехмерное оптическое поле для $n=[2,3,3]$, $m=[1,1,2]$ и его поперечные сечения.

По результатам видно, что суперпозиции позволяют получить широкий спектр разнообразных оптических полей с различной степенью сложности структур. От простых, как песочные часы на рисунке 2, до сложных, например, как некие закрученные «капли» на рисунке 3.

4. Заключение

В ходе работы были получены и представлены результаты моделирования трехмерных полей, согласованные с отдельными сферическими гармониками. Выявлена зависимость формы полученных трехмерных полей от параметрических коэффициентов. Были смоделированы и визуализированы трехмерные поля, согласованные с суперпозицией сферических гармоник.

5. Литература

- [1] Martinez-Herrero, R. Vectorial structure of nonparaxial electromagnetic beams / R. Martinez-Herrero, P.M. Mejias, S. Bosch, A. Carnicer // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2001. – Vol. 18. – P. 1678-1680.
- [2] Ciattoni, A. Vectorial analytical description of propagation of a highly nonparaxial beam / A. Ciattoni, B. Crosignani, P.D. Porto // *Opt. Commun.* – 2002. – Vol. 202. – P. 17-20.
- [3] Guha, Sh. Description of light propagation through a circular aperture using nonparaxial vector diffraction theory / Sh. Guha, G.D. Gillen // *Optics Express.* – 2005. – Vol. 13(5). – P. 1424-1447.
- [4] Guo, H. Vector plane wave spectrum of an arbitrary polarized electromagnetic wave / H. Guo, J. Chen, S. Zhuang // *Optics Express.* – 2006. – Vol. 14(6). – P. 2095-2100.
- [5] Deng, D. Analytical vectorial structure of radially polarized light beams / D. Deng, Q. Guo // *Optics Letters.* – 2007. – Vol. 32(18). – P. 2711-2713.
- [6] Anokhov, S.P. Plane wave diffraction by a perfectly transparent half-plane / S.P. Anokhov // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2007. – Vol. 24(9). – P. 2493-2498.
- [7] Wu, G. Analytical vectorial structure of hollow Gaussian beams in the far field / G. Wu, Q. Lou, J. Zhou // *Optics Express.* – 2008. – Vol. 16(9). – P. 6417-6424.
- [8] Zhou, G. The analytical vectorial structure of a nonparaxial Gaussian beam close to the source / G. Zhou // *Optics Express.* – 2008. – Vol. 16(6). – P. 3504-3514.
- [9] Rashid, M. Focusing of high order cylindrical vector Beams / M. Rashid, O.M. Marago, P.H. Jones // *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* – 2009. – Vol. 11. – P. 065204-065211.
- [10] Khonina, S.N. The lensacon: nonparaxial effects / S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy, A.V. Ustinov, S.G. Volotovskiy // *Journal of Optical Technology.* – 2011. – Vol. 78(11). – P. 724-729.
- [11] Khonina, S.N. Strengthening the longitudinal component of the sharply focused electric field by means of higher-order laser beams / S.N. Khonina, S.V. Alferov, S.V. Karpeev // *Optics Letters.* – 2013. – Vol. 38(17). – P. 3223-3226.
- [12] Khonina, S.N. Simple phase optical elements for narrowing of a focal spot in high-numerical-aperture conditions / S.N. Khonina // *Optical Engineering.* – 2013. – Vol. 52(9). – P. 09171-09178.
- [13] Delen, N. Verification and comparison of a fast Fourier transform-based full diffraction method for tilted and offset planes / N. Delen, B. Hooker // *Applied Optics.* – 2001. – Vol. 40(21). – P. 3525-3531.
- [14] Cooper, I.J. Numerical integration of diffraction integrals for a circular aperture / I.J. Cooper, C.J.R. Sheppard, M. Sharma // *Optik.* – 2002. – Vol. 113(7). – P. 293-298.
- [15] Duan, K. A comparison of the vectorial nonparaxial approach with Fresnel and Fraunhofer approximations / K. Duan, B. Lu // *Optik.* – 2004. – Vol. 115(5). – P. 218-222.
- [16] Cooper, I.J. The numerical integration of fundamental diffraction integrals for converging polarized spherical waves using a two-dimensional form of Simpson's 1/3 Rule / I.J. Cooper, C.J.R. Sheppard, M. Roy // *Journal of Modern Optics.* – 2005. – Vol. 52(8). – P. 1123-1134.
- [17] Veerman, J.A.C. Calculation of the Rayleigh-Sommerfeld diffraction integral by exact integration of the fast oscillating factor / J.A.C. Veerman, J.J. Rusch, H.P. Urbach // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2005. – Vol. 22(4). – P. 636-646.

- [18] Балалаев, С.А. Реализация быстрого алгоритма преобразования Кирхгофа на примере бесселевых пучков / С.А. Балалаев, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2006. – Т. 30. – С. 69-73.
- [19] Zhao, Zh. Focusing and diffraction by an optical lens and a small circular aperture / Zh. Zhao, K. Duan, B. Lu // *Optik*. – 2006. – Vol. 117. – P. 253-258.
- [20] Wang, X. Numerical calculation of a converging vector electromagnetic wave diffracted by an aperture by using Borgnis potentials. I. General theory / X. Wang, Zh. Fan, T. Tang // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 2006. – Vol. 23(4). – P. 872-877.
- [21] Shen, F. Fast-Fourier-transform based numerical integration method for the Rayleigh–Sommerfeld diffraction formula / F. Shen, A. Wang // *Applied Optics*. – 2006. – Vol. 45(6). – P. 1102-1110.
- [22] Nascov, V. Fast computation algorithm for the Rayleigh–Sommerfeld diffraction formula using a type of scaled convolution / V. Nascov, P.C. Logofătu // *Applied Optics*. – 2009. – Vol. 48(22). – P. 4310-4319.
- [23] Matsushima, K. Band-Limited Angular Spectrum Method for Numerical Simulation of Free-Space Propagation in Far and Near Fields / K. Matsushima, T. Shimobaba // *Optics Express*. – 2009. – Vol. 17(22). – P. 19662-19673.
- [24] Хонина, С.Н. Распространение радиально-ограниченных вихревых пучков в ближней зоне: I. Алгоритмы расчёта / С.Н. Хонина, А.В. Устинов, А.А. Ковалев, С.Г. Волоотовский // Компьютерная оптика. – 2010. – Т. 34, № 3. – С. 315-329.
- [25] Khonina S.N. Near-field propagation of vortex beams: models and computation algorithms / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, A.A. Kovalyov, S.G. Volotovskiy // *Optical Memory and Neural Networks (Allerton Press)*. – 2014. – Vol. 23(2). – P. 50-73.
- [26] Хонина, С.Н. Сравнение фокусировки коротких импульсов в приближении Дебая / С.Н. Хонина, А.В. Устинов, С.Г. Волоотовский // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 432-446. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-432-446.
- [27] Born, M. Principles of Optics / M. Born, E. Wolf. – Pergamon: Oxford, 1980. – 952 p.
- [28] Totzeck, M. Validity of the scalar Kirchhoff and Rayleigh-Sommerfeld diffraction theories in the near field of small phase objects / M. Totzeck // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 1991. – Vol. 8(1). – P. 27-32.
- [29] Tsoy, V.I. The use of Kirchhoff approach for the calculation of the near field amplitudes of electromagnetic field / V.I. Tsoy, L.A. Melnikov // *Optics Communications*. – 2005. – Vol. 256. – P. 1-9.
- [30] Huse, N. Z-polarized confocal microscopy / N. Huse, A. Schonle, S.W. Hell // *Journal of Biomedical Optics*. – 2001. – Vol. 6. – P. 273-276.
- [31] Grosjean, T. Photopolymers as vectorial sensors of the electric field / T. Grosjean, D. Courjon // *Opt. Express*. – 2006. – Vol. 14. – P. 2203-2210.
- [32] Dedecker, P. Orientational effects in the excitation and de-excitation of single molecules interacting with donut-mode laser beams / P. Dedecker, B. Muls, J. Hofkens, J. Enderlein, J.-I. Hotta // *Optics Express*. – 2007. – Vol. 15. – P. 3372-3383.
- [33] Хонина, С.Н. Оптимизация оптических микроэлементов с использованием высокопроизводительных компьютерных систем / С.Н. Хонина, Д.А. Савельев // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2014. – Т. 57, № 8-9. – С. 728-737.
- [34] Savelyev, D.A. The calculation of the diffraction of the laser beams with a phase singularity on the micro-axicons with using high-performance computing / D.A. Savelyev, S.N. Khonina // *J. Phys.: Conf. Ser.* – 2014. – Vol. 420. – P. 012213-012218.
- [35] Soskin, M.S. Singular optics / M.S. Soskin, M.V. Vasnetsov // *Prog. Opt.* – 2001. – Vol. 42. – P. 219-276.
- [36] Desyatnikov, A.S. Optical Vortices and Vortex Solitons / A.S. Desyatnikov, L. Torner, Y.S. Kivshar // *Progress in Optics*. – 2005. – Vol. 47. – P. 291-391.
- [37] Zhao, Y. Spin-to-orbital angular momentum conversion in a strongly focused optical beam / Y. Zhao, J.S. Edgar, G.D.M. Jeffries, D. McGloin, D.T. Chiu // *Phys. Rev. Lett.* – 2007. – Vol. 99. – P. 073901.

- [38] Nieminen, T.A. Angular momentum of a strongly focused Gaussian beam / T.A. Nieminen, A.B. Stilgoe, N.R. Heckenberg, H. Rubinsztein-Dunlop // *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* – 2008. – Vol. 10. – P. 115005.
- [39] Rao, L. Focus shaping of cylindrically polarized vortex beams by a high numerical-aperture lens / L. Rao, J. Pu, Z. Chen, P. Yei // *Optics & Laser Technology.* – 2009. – Vol. 41. – P. 241-246.
- [40] Pu, J. Tight focusing of spirally polarized vortex beams / J. Pu, Z. Zhang // *Optics & Laser Technology.* – 2010. – Vol. 42. – P. 186-191.
- [41] Khonina, S.N. Vortex phase transmission function as a factor to reduce the focal spot of high-aperture focusing system / S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy, S.G. Volotovskiy // *Journal of Modern Optics.* – 2011. – Vol. 58(9). – P. 748-760.
- [42] Khonina, S.N. Enlightening darkness to diffraction limit and beyond: comparison and optimization of different polarizations for dark spot generation / S.N. Khonina, I. Golub // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2012. – Vol. 29(9) – P. 1470-1474.
- [43] Alexander, B.S. Energy, momentum and propagation of nonparaxial high-order Gaussian beams in the presence of an aperture / B.S. Alexander, T.A. Nieminen, H. Rubinsztein-Dunlop // *Journal of Optics.* – 2015. – Vol. 17. – P. 125601-125613.
- [44] Zhao, X. Properties of a strongly focused Gaussian beam with an off-axis vortex / X. Zhao, J. Zhang, X. Pang, G. Wan // *Opt. Commun.* – 2017. – Vol. 389. – P. 275-282.
- [45] Errico de, A. Topological features of vector vortex beams perturbed with uniformly polarized light / A. D'Errico, M. Maffei, B. Piccirillo, C. de Lisio, F. Cardano, L. Marrucci // *Sci. Rep.* – 2017. – Vol. 7. – P. 40195.
- [46] Khonina, S.N. DOE-generated laser beams with given orbital angular moment: application for micromanipulation / S.N. Khonina, R.V. Skidanov, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, J. Turunen // *Proceedings of SPIE Int. Soc. Opt. Eng.* – 2005. – Vol. 5962. – P. 59622-596214.
- [47] Dienerowitz, M. Optical vortex trap for resonant confinement of metal nanoparticles / M. Dienerowitz, M. Mazilu, P.J. Reece, T.F. Krauss, K. Dholakia // *Opt. Express.* – 2008. – Vol. 16(7). – P. 4991-4999.
- [48] Wang, Z. High-volume optical vortex multiplexing and de-multiplexing for free-space optical communication / Z. Wang, N. Zhang, X.-C. Yuan // *Optics Express.* – 2011. – Vol. 19(2). – P. 482-492.
- [49] Yasin, M. Recent progress in optical fiber research / M. Yasin, S.W. Harun, H. Arof. – Croatia: Intech publisher, 2012. – 450 p.
- [50] Wang, J. Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing / J. Wang // *Nature Photonics.* – 2012. – Vol. 6. – P. 488-496.
- [51] Torres, J.P. Multiplexing twisted light / J.P. Torres // *Nature Photonics.* – 2012. – Vol. 6. – P. 420-422.
- [52] Любопыттов, В.С. Математическая модель полностью оптической системы детектирования параметров распространения мод в оптическом волокне при маломодовом режиме для адаптивной компенсации смещения мод / В.С. Любопыттов, А.З. Тлявлин, А.Х. Султанов, В.Х. Багманов, С.Н. Хонина, С.В. Карпеев, Н.Л. Казанский // *Компьютерная оптика.* – 2013. – Т. 37, № 3. – С. 352-359.
- [53] Bozinovic, N. Terabit-Scale Orbital Angular Momentum Mode Division Multiplexing in Fibers / N. Bozinovic // *Science.* – 2013. – Vol. 340(6140). – P. 1545-1548.
- [54] Soifer, V.A. Vortex beams in turbulent media: review / V.A. Soifer, O. Korotkova, S.N. Khonina, E.A. Shchepakina // *Computer Optics.* – 2016. – Vol. 40(5). – P. 605-624.
- [55] Toyoda, K. Using optical vortex to control the chirality of twisted metal nanostructures / K. Toyoda, K. Miyamoto, N. Aoki, R. Morita, T. Omatsu // *Nano Lett.* – 2012. – Vol. 12(7). – P. 3645-3649.
- [56] Ambrosio, A. Light-induced spiral mass transport in azo-polymer films under vortex-beam illumination / A. Ambrosio, L. Marrucci, F. Borbone, A. Roviello, P. Maddalena // *Nat. Commun.* – 2012. – Vol. 3. – P. 989. DOI: 10.1038/ncomms1996.

- [57] Hnatovsky, C. Polarization-dependent ablation of silicon using tightly focused femtosecond laser vortex pulses / C. Hnatovsky, V.G. Shvedov, N. Shostka, A.V. Rode, W. Krolikowski // *Opt. Lett.* – 2012. – Vol. 37(2). – P. 226-228.
- [58] Nivas, J.J. Laser ablation of silicon induced by a femtosecond optical vortex beam / J.J. Nivas, H. Shutong, K.K. Anoop, A. Rubano, R. Fittipaldi, A. Vecchione, D. Paparo, L. Marrucci, R. Bruzzese, S. Amoroso // *Opt. Lett.* – 2015. – Vol. 40(20). – P. 4611-4614.
- [59] Takahashi, F. Picosecond optical vortex pulse illumination forms a monocrystalline silicon needle / F. Takahashi, K. Miyamoto, H. Hidai, K. Yamane, R. Morita, T. Omatsu // *Sci. Rep.* – Vol. 6(1). – P. 21738.
- [60] Syubaev, S. Direct laser printing of chiral plasmonic nanojets by vortex beams / S. Syubaev, A. Zhizhchenko, A. Kuchmizhak, A. Porfirev, E. Pustovalov, O. Vitrik, Yu. Kulchin, S. Khonina, S. Kudryashov // *Optics Express.* – 2017. – Vol. 25(9). – P. 10214-10223.
- [61] Zhang, H. Expansion of the electromagnetic fields of a shaped beam in terms of cylindrical vector wavefunctions / H. Zhang, Y. Han, G. Han // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 2007. – Vol. 24(6). – P. 1383-1391.
- [62] Харитонов, С.И. Преобразование конической волны с круговой поляризацией в вихревой цилиндрически поляризованный пучок в металлическом волноводе / С.И. Харитонов, С.Н. Хонина // *Компьютерная оптика.* – 2018. – Т. 42, № 2. – С. 197-211. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-2-197-211.

Forming of three-dimensional optical fields consistent with the superposition of scalar spherical harmonics

Е.О. Monin¹

¹Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. Spherical functions are the angular part of the family of orthogonal solutions of the Laplace equation written in spherical coordinates. They are widely used to study physical phenomena in spatial domains bounded by spherical surfaces and in solving physical problems with spherical symmetry. In this paper, the superposition equation of spherical harmonics satisfying the Helmholtz equation was obtained. Modeling and visualization of three-dimensional fields, coordinated with separate spherical harmonics and their superpositions, was carried out.