

Эффективность использования корреляционных и информационных мер для синтеза рекуррентных алгоритмов оценивания пространственных деформаций видеопоследовательности

А.Г. Ташлинский^а, А.В. Жукова^а

^а Ульяновский государственный технический университет, 432027, ул. Северный Венец, 32, Ульяновск, Россия

Аннотация

На примере задачи рекуррентного оценивания параметров пространственных деформаций последовательности изображений проведен сравнительный анализ эффективности использования для синтеза рекуррентных алгоритмов оценивания корреляционных (кросс-корреляция, коэффициент Танимото и коэффициент ранговой корреляции Кендалла) и информационных (взаимная информация Тсаллиса и Шеннона, меры F-информации и энергия совместной плотности распределения вероятностей) мер подобия изображений. В качестве мешающего фактора при экспериментальных исследованиях использован несмещенный аддитивный Гауссов шум. Показано, что потенциально большую скорость сходимости оцениваемых параметров и меньшую дисперсию погрешности оценивания из исследованных корреляционных мер обеспечивает коэффициент Танимото, а из информационных I-мера F-информации. По указанным критериям несколько уступают соответственно коэффициент ранговой корреляции Кендалла и M-мера F-информации.

Ключевые слова: изображение; рекуррентное оценивание; мера подобия; кросс-корреляция; коэффициент Танимото; коэффициент Кендалла; взаимная информация Тсаллиса; взаимная информация Шеннона; меры F-информации.

1. Введение

Обнаружение и оценивание пространственных изменений (деформаций) в последовательности изображений $\mathbf{Z}^{(n)}$, $n = \overline{1, N}$, является одной из ключевых задач обработки видеопоследовательностей. Известны различные подходы к решению указанной задачи, реализуемые в частотной [1] и в пространственной [2] областях. При этом решение, как правило, основано на поиске экстремума некоторой меры подобия (МП) между каждой парой смежных изображений $\mathbf{Z}^{(n)} = \{z_{\bar{j}}^{(n)}\}$ и $\mathbf{Z}^{(n+1)} = \{z_{\bar{j}}^{(n+1)}\}$, где \bar{j} – координаты узлов сетки отсчетов, на которой заданы изображения. При принятой модели межкадровых пространственных деформаций изображений ищутся такие оценки параметров $\bar{\alpha}$ деформаций одного из изображений, при которых достигается экстремум МП.

При рекуррентном поиске экстремума МП на каждой t -й итерации оценивания текущие оценки $\bar{\alpha}$ параметров пространственных деформаций корректируются на некоторую величину в направлении $\bar{d}(\hat{\alpha}, Z_t)$ [3]:

$$\hat{\alpha}_{t+1} = \hat{\alpha}_t - \Lambda_t \bar{d}_t(\hat{\alpha}, Z_t), \quad (1)$$

где Λ_t — положительно определенная матрица, как правило, диагональная; $t = \overline{1, T}$ — номер итерации.

Направление $\bar{d}(\cdot)$ определяет оценка градиента МП, полученная по некоторой локальной выборке [4] $Z_t = \{z_{\bar{j}_t}^{(n)}, z_{\bar{j}_t}^{(n+1)}\}$, представляющей собой небольшое (обычно рандомизированное) множество отсчетов $z_{\bar{j}_t}^{(n)} \in \tilde{\mathbf{Z}}^{(n)}$ и $z_{\bar{j}_t}^{(n+1)} \in \mathbf{Z}^{(n+1)}$, выбранных в локальную выборку на t -й итерации, где $\tilde{\mathbf{Z}}^{(n)}$ - передискретизированное по текущим оценкам $\hat{\alpha}_t$ деформаций изображение $\mathbf{Z}^{(n)}$ [5]. При этом повышение точности оценок $\hat{\alpha}$ предполагает увеличение объема локальной выборки, а снижение вычислительных затрат – его уменьшение.

Известно много МП изображений [6]. Выбор той или иной МП определяется условиями и требованиями решаемой прикладной задачи, характером возможных пространственных деформаций видеопоследовательности, особенностями исследуемых изображений и мешающих факторов.

2. Постановка задачи

Выбранная МП во многом определяет потенциальную эффективность синтезированных на ее основе рекуррентных алгоритмов оценивания пространственных деформаций в последовательности изображений. Однако критерии, позволяющие априорно оценить по МП потенциальную эффективность алгоритмов, исследованы слабо. Вариант решения указанной задачи рассмотрен в [7,8]. В настоящей работе для исследования выбрано как несколько корреляционных МП: кросс-корреляция (коэффициент межкадровой корреляции) [9], коэффициент Танимото [10] и коэффициент ранговой корреляции Кендалла [11], так и ряд информационных МП: взаимная информация Тсаллиса [12] и Шеннона, меры F-информации, и энергия совместной плотности распределения вероятностей [13]. В качестве

мешающего фактора при исследованиях применялся несмещенный аддитивный Гауссов шум. Исследовалась также связь характеристик МП с вероятностными свойствами оценок параметров пространственных деформаций, формируемых рекуррентными алгоритмами, синтезированными на основе этих мер.

Методика расчета вероятностных свойств оценок параметров межкадровых пространственных деформаций изображений при конечном числе итераций рекуррентного оценивания [14] предложена в работе [16]. Она основана на нахождении вероятностей сноса оценок \hat{a} на каждой итерации (вероятностей изменения оценок исследуемых параметров в сторону оптимальных значений). С учетом (1) вероятность сноса оценок на очередной итерации можно интерпретировать как вероятность того, что проекция оценки градиента МП на ось этого параметра будет отрицательной. В работе [15] эта характеристика была использована для нахождения погрешности оценок параметров межкадровых пространственных деформаций изображений, формируемых релейными процедурами вида (1). Однако такой подход может быть использован и для рекуррентных процедур других классов.

Поскольку процедура (1) основана на использовании оценки градиента МП, её возможности во многом определяются характером крутизны K МП, использованной при синтезе процедуры. Примеры зависимости крутизны выбранных для исследования МП от величины h параллельного сдвига изображений показаны на рис. 1, где $h = \overline{0-50}$ - сдвиг в шагах сетки отсчетов изображений. При этом на левом графике приведены кривые модуля крутизны МП для корреляционных мер, где кривая 1 соответствует коэффициенту ранговой корреляции Кендалла, кривая 2 – коэффициенту Танимото, кривая 3 - коэффициенту межкадровой корреляции (КМК). На правом графике показаны зависимости для информационных МП, здесь кривая 1 соответствует ВИ Шеннона, кривая 2 – ВИ Тсаллиса, кривая 3 – I-мере F-информации, кривая 4 – M-мере F-информации, кривая 5 – исключающей F-информации, кривая 6 – энергии совместной плотности распределения вероятностей (ПРВ). На последующих рисунках соблюдена та же нумерация МП.

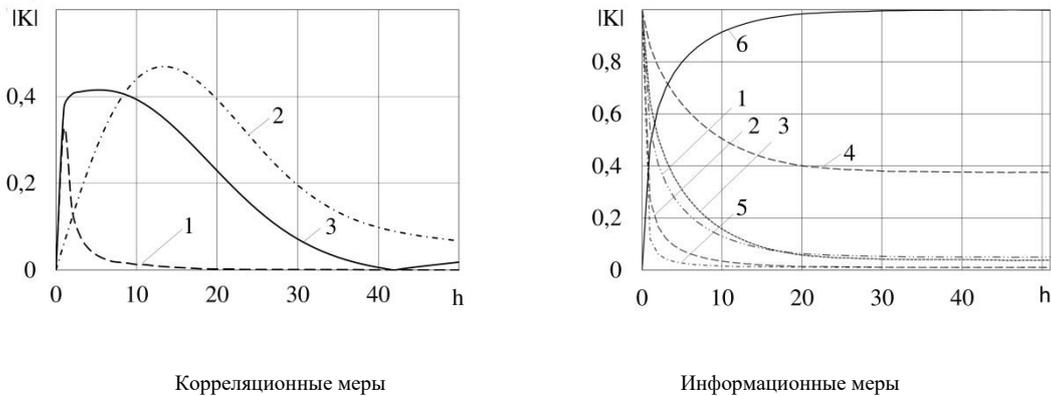


Рис. 1. Крутизна исследуемых МП.

Из рис. 1 видно, что характер крутизны различных МП существенно различается, что не может не оказывать влияния на потенциальные характеристики рекуррентных процедур оценивания, синтезированных на их основе. Ряд критериев эффективности, основанных на анализе характера крутизны МП, предложен в работе [8]. Рассмотрим эти критерии применительно к выбранным для исследования корреляционным и информационным МП.

3. Исследованные меры подобию изображений

3.1. Вероятностные меры

КМК (кросс-корреляция) [9] является одной из наиболее распространенных мер подобию. Выборочный КМК определяется как

$$r = \frac{1}{\mu \hat{\sigma}_{z_n} \hat{\sigma}_{z_{n+1}}} \sum_{j_t \in \Omega_t} (\tilde{z}_{j_t}^{(n)} - M[\tilde{\mathbf{Z}}^{(n)}]) (z_{j_t}^{(n+1)} - M[\mathbf{Z}^{(n+1)}]),$$

где μ — объем локальной выборки; $M[\mathbf{Z}] = \sum_{j_t \in \Omega_t} z_{j_t} / \mu$ — оценка математического ожидания изображения \mathbf{Z} ; $\hat{\sigma}_{z_t}^2 = \sum_{j_t \in \Omega_t} (z_{j_t} - M[\mathbf{Z}])^2 / \mu$ — оценка дисперсии изображения \mathbf{Z} . Коэффициент корреляции r изменяется в пределах от -1 до $+1$. Значение $r = +1$ говорит об абсолютной линейной зависимости, $r = -1$ — об обратной зависимости. Если r отлично от ± 1 , то связь соответствующих отсчетов $\tilde{z}^{(n)}$ и $z^{(n+1)}$ можно характеризовать выражением:

$$z_{j_t}^{(n+1)} = \frac{\hat{\sigma}_{z_n}}{\hat{\sigma}_{z_{n+1}}} (\tilde{z}_{j_t}^{(n)} - M[\tilde{\mathbf{Z}}^{(n)}]) + M[\mathbf{Z}^{(n+1)}]$$

как меру линейности связи между яркостями изображений $\mathbf{Z}^{(n)}$ и $\mathbf{Z}^{(n+1)}$, что позволяет эффективно использовать КМК при наличии аддитивного шума и линейных яркостных искажений. С точки зрения вычислительных затрат КМК является относительно эффективной мерой, так как требует небольшого числа

суммирований и умножений для каждого отсчета. Вычислительная сложность пропорциональна объему μ локальной выборки.

Коэффициент Танимото [10] изображений $\tilde{\mathbf{Z}}^{(n)}$ и $\mathbf{Z}^{(n+1)}$ определяется как:

$$S_T = \frac{\sum_{\bar{j}_i \in \Omega_t} \tilde{z}_{\bar{j}_i}^{(n)} z_{\bar{j}_i}^{(n+1)}}{\sum_{\bar{j}_i \in \Omega_t} \tilde{z}_{\bar{j}_i}^{(n)} z_{\bar{j}_i}^{(n+1)} + \sum_{\bar{j}_i \in \Omega_t} \left(\tilde{z}_{\bar{j}_i}^{(n)} - z_{\bar{j}_i}^{(n+1)} \right)^2}. \quad (2)$$

По сравнению с КМК в коэффициенте Танимото нормирование произведения яркостей отсчетов относительно их среднеквадратических отклонений заменяется нормированием относительно суммы квадратов разностей яркостей соответствующих отсчетов, что дает близкий эффект. Использование в знаменателе коэффициента Танимото скалярного произведения яркостей заменяет нормирование относительно математического ожидания яркостей изображений. В результате коэффициент Танимото и КМК показывают очень схожие результаты. Вычислительная сложность коэффициента Танимото имеет тот же порядок, что и для КМК.

Коэффициент ранговой корреляции Кендалла [11]. Если $\tilde{z}_{\bar{j}}^{(n)}$ и $z_{\bar{j}}^{(n+1)}$ являются яркостями одноименных пикселей пары изображений, то для разности яркостей $(\tilde{z}_{\bar{i}}^{(n)} - \tilde{z}_{\bar{j}}^{(n)})$ и $(z_{\bar{i}}^{(n+1)} - z_{\bar{j}}^{(n+1)})$ при $\bar{i} \neq \bar{j}$ возможно только два варианта: конкордация - при $\text{sign}(\tilde{z}_{\bar{i}}^{(n)} - \tilde{z}_{\bar{j}}^{(n)}) = \text{sign}(z_{\bar{i}}^{(n+1)} - z_{\bar{j}}^{(n+1)})$ и рассогласование - при $\text{sign}(\tilde{z}_{\bar{i}}^{(n)} - \tilde{z}_{\bar{j}}^{(n)}) = -\text{sign}(z_{\bar{i}}^{(n+1)} - z_{\bar{j}}^{(n+1)})$.

Если при выборе из исследуемых изображений $\tilde{\mathbf{Z}}^{(n)}$ и $\mathbf{Z}^{(n+1)}$ представительной выборки разностей яркостей число конкордаций больше числа рассогласований, то яркости этих изображений изменяются согласованно. Пусть из $\mu/2$ выбранных пар отсчетов N_c пар соответствуют конкордациям, а N_d пар – рассогласованиям, тогда коэффициент ранговой корреляции Кендалла можно определить как [9]:

$$\tau = \frac{2(N_c - N_d)}{\mu(\mu - 1)}. \quad (3)$$

Из рассматриваемых корреляционных МП коэффициент ранговой корреляции Кендалла является наиболее вычислительно затратной мерой. Он требует вычислений конкордаций и рассогласований из $\mu(\mu - 1)/2$ комбинаций соответствующих пар яркостей изображений, соответственно вычисление τ требует порядка μ^2 операций.

3.2. Информационные меры

Взаимная информация (ВИ) Шеннона довольно часто используется как мера подобия при решении задач оценивания пространственных деформаций изображений [12,13], поскольку обеспечивает высокую эффективность оценивания при наличии линейных и нелинейных яркостных искажений, окклюзий, шумов, а также в случае разномодальных изображений. Обобщенная ВИ Шеннона определяется в терминах энтропии изображений:

$$J(\hat{\alpha}, \tilde{\mathbf{Z}}^{(n)}, \mathbf{Z}^{(n+1)}) = H(\tilde{\mathbf{Z}}^{(n)}) + H(\mathbf{Z}^{(n+1)}) - H(\tilde{\mathbf{Z}}^{(n)}, \mathbf{Z}^{(n+1)}), \quad (4)$$

где $H(\mathbf{Z}) = -\sum_i p_z(z_i) \log p_z(z_i)$ – оценка энтропии изображения \mathbf{Z} ; p_z – оценка маргинальной ПРВ яркостей отсчетов локальной выборки; $H(\tilde{\mathbf{Z}}^{(n)}, \mathbf{Z}^{(n+1)}) = -\sum_i \sum_k p_{z_n, z_{n+1}}(z_i, z_k) \log p_{z_n, z_{n+1}}(z_i, z_k)$ – оценка совместной энтропии изображений; $p_{z_n, z_{n+1}}$ – оценка совместной ПРВ яркостей.

ВИ Тсаллиса определяется выражением [12]:

$$R_g = S_g(\tilde{\mathbf{Z}}^{(n)}) + S_g(\mathbf{Z}^{(n+1)}) + (1-q) S_g(\tilde{\mathbf{Z}}^{(n)}) S_g(\mathbf{Z}^{(n+1)}) - S_g(\tilde{\mathbf{Z}}^{(n)}, \mathbf{Z}^{(n+1)}), \quad (5)$$

где $S_g(\tilde{\mathbf{Z}}^{(n)}, \mathbf{Z}^{(n+1)}) = (g - 1)^{-1} \left(1 - \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N p_{i,j}^g \right)$ – энтропия Тсаллиса порядка g , g – действительное число. При $g = 1$ энтропия Тсаллиса вырождается в энтропию Шеннона.

Меры F -информации основаны на дивергенции, оценивающей расстояние между совместным распределением и произведением маргинальных распределений пары изображений. Классом мер дивергенции, использующих ВИ, и является класс F -информации. Мерами F -информации являются [13]:

$$\begin{aligned}
I \text{ -мера:} \quad I_\alpha &= \frac{1}{\alpha(\alpha-1)} \left(\sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \frac{p_{i,j}^\alpha}{(p_i p_j)^{\alpha-1}} - 1 \right), \\
M \text{ -мера:} \quad M_\alpha &= \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \left| p_{i,j}^\alpha - (p_i p_j)^\alpha \right|^{\frac{1}{\alpha}}, \\
\chi \text{ -мера:} \quad \chi_\alpha &= \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \frac{|p_{i,j} - p_i p_j|^\alpha}{(p_i p_j)^{\alpha-1}}.
\end{aligned} \tag{6}$$

I -мера определена при $\alpha \neq 0$, $\alpha \neq 1$, а при $\alpha = 1$ и сводится к взаимной информации Шеннона. M -мера определена при $0 \leq \alpha \leq 1$, а χ -мера – при $\alpha > 1$.

Исключающая F -информация связана с энтропией совместной ПРВ и ВИ соотношением:

$$D_f(\tilde{\mathbf{Z}}^{(n)}, \mathbf{Z}^{(n+1)}) = 2H(\tilde{\mathbf{Z}}^{(n)}, \mathbf{Z}^{(n+1)}) - H(\tilde{\mathbf{Z}}^{(n)}) - H(\mathbf{Z}^{(n+1)}). \tag{7}$$

Энергия совместной ПРВ яркостей изображений определяется выражением:

$$E = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N p_{i,j}^2, \tag{8}$$

где $p_{i,j}$ – элемент совместной ПРВ яркостей изображений, которая может быть оценена, например, с использованием гистограммы. Чем больше энергия совместной ПРВ, тем «ближе» исследуемые изображения друг к другу.

4. Анализ эффективности мер подобия

4.1. Характеристики эффективности

Как уже отмечалось, ряд критериев эффективности использования МП при синтезе рекуррентных процедур оценивания пространственных деформаций изображений предложен в работе [8]. Они основаны на анализе крутизны зависимости МП от евклидова расстояния рассогласования [16]. К характеристикам, определяющим эффективность, можно отнести максимальную крутизну K_{max} в исследуемой области определения оцениваемых параметров, эффективный рабочий диапазон P параметров и область роста кривизны S .

Показано, что максимальная крутизна МП соответствует максимуму вероятности улучшения оценок параметров межкадровых пространственных деформаций в сторону оптимальных значений, а указанный экстремум определяет потенциальную скорость сходимости вектора оценок [7].

Под эффективным рабочим диапазоном в этой работе понимается подобласть области определения параметров пространственных деформаций, в которой обеспечиваются требуемые показатели точности и достоверности оценивания при заданных ограничениях, в частности по вычислительным затратам. В качестве условия вхождения точки пространства параметров в эффективный рабочий диапазон можно использовать превышение крутизной МП некоторого критического значения, которое соответствует минимально допустимой скорости сходимости вектора оценок $\bar{\alpha}$, обеспечивающей его сходимость в наихудшем случае. Заметим, что реальный рабочий диапазон зависит и от многих других факторов, в частности, параметров алгоритма оценивания, вида пространственных деформаций, поэтому критическое значение крутизны здесь рассматривается, по сути, как критерий определения области значений рассогласований оцениваемых параметров, при котором вероятность сноса оценок превышает некоторое заданное пороговое значение.

4.2. Экспериментальные результаты

Для статистического исследования МП целесообразно использовать имитированные изображения, ПРВ яркостей и корреляционную функцию которых можно априорно задать при их синтезе. В проведенных экспериментах были применены изображения, синтезированные на основе волновой модели [17] и имеющие ПРВ яркостей и корреляционную функцию, близкие к Гауссовым. В качестве мешающего фактора применен аддитивный белый шум.

Для примера на рис. 2 – рис. 3 приведены графики зависимости рассмотренных выше показателей эффективности от отношения шум/сигнал q (по дисперсиям), где левый график соответствует данным для корреляционных, правый - для информационных МП. В качестве рассогласования для простоты был выбран параллельный сдвиг изображений. Отметим также, что выбор в качестве межкадровых деформаций параллельного сдвига изображений слабо ограничивает общность рассмотрения, поскольку при любом наборе параметров деформаций результат их воздействия на каждую точку изображения можно пересчитать через евклидово расстояние рассогласования [16] в вектор её сдвига

относительно исходного положения. То есть результат воздействия любых деформаций может быть представлен ПРВ таких сдвигов.

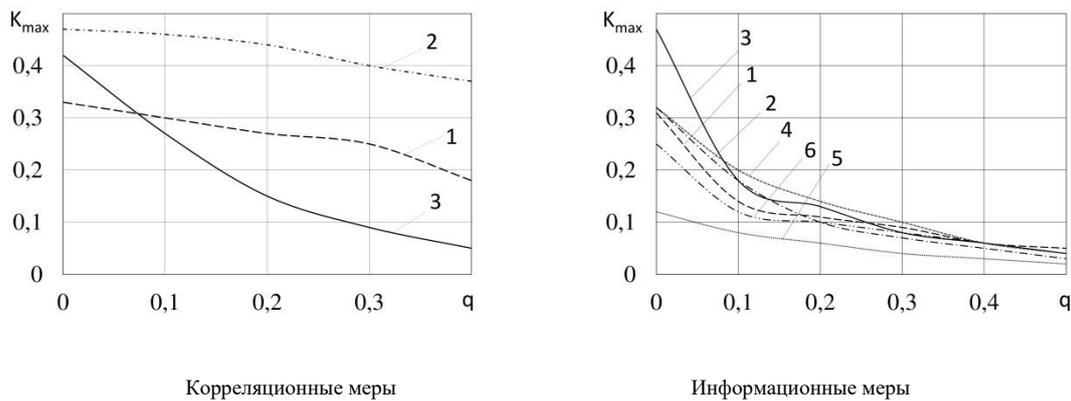


Рис. 2. Максимальная крутизна МП.

Анализ рис. 2 показывает, что по критерию максимальной крутизны из корреляционных МП лучший показатель обеспечивает коэффициент Тонимото, максимальная крутизна которого убывает наиболее медленно с ростом интенсивности шума. Следующий по результату коэффициент Кендалла. КМК при больших шумах существенно им уступает, однако при $q < 0.07$ максимальная крутизна КМК превосходит K_{max} коэффициента Кендалла. Исследования информационных МП показали, что потенциально большую скорость сходимости оцениваемых параметров дает I-мера F-информации. Следующая по эффективности M-мера F-информации, которая в больших шумах более эффективна, чем I-мера. ВИ Шеннона и Тсаллиса, а также энергия совместной ПРВ дают близкие характеристики. Существенно им уступает исключаящая F-информация.

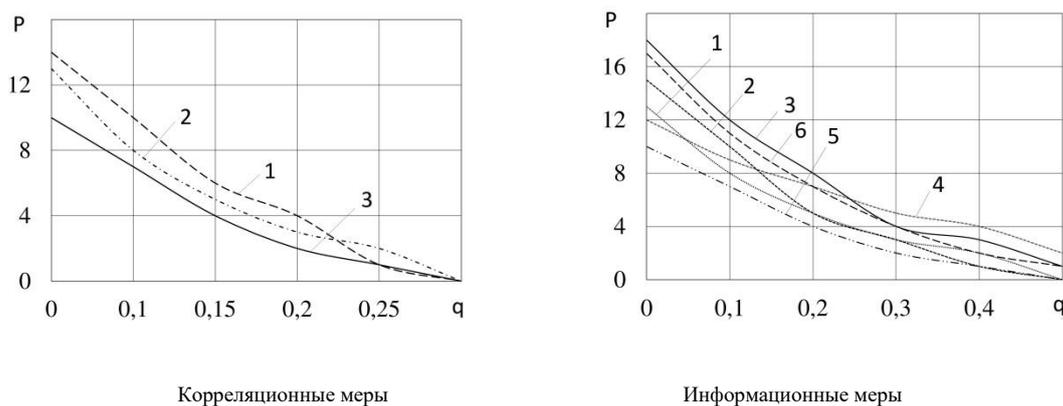


Рис. 3. Эффективный рабочий диапазон.

По критерию эффективного рабочего диапазона (рис. 3) лучшие результаты среди корреляционных МП также дало использование коэффициента ранговой корреляции Кендалла. Затем с отрывом до 40% следуют соответственно коэффициент Танимото и КМК. Из информационных мер при небольших шумах ($q < 0.15$) лучшие результаты показали I-мера F-информации и энергия совместной ПРВ. Далее следуют ВИ Тсаллиса и Шеннона и M-мера F-информации. При больших шумах ($q > 0.25$) больший эффективный рабочий диапазон обеспечивают M-мера и I-мера F-информации. Примерно одинаковые параметры показывают энергия совместной ПРВ, ВИ Шеннона и Тсаллиса. Отметим, что крутизна I-меры F-информации при увеличении шума падает существенно быстрее, чем у M-меры F-информации. Худшие результаты показала исключаящая F-информация.

5. Заключение

Известно много МП изображений, на основе которых могут быть синтезированы рекуррентные алгоритмы оценивания пространственных деформаций в последовательности изображений. Однако критерии, позволяющие априорно по функции МП оценить потенциальную эффективность алгоритмов, исследованы слабо. Исследован ряд корреляционных (КМК, коэффициент Танимото и коэффициент ранговой корреляции Кендалла) и информационных (взаимная информация Тсаллиса и Шеннона, меры F-информации и энергия совместной плотности распределения вероятностей) МП по критериям максимальной крутизны, определяющей потенциальную скорость сходимости оценок параметров деформаций и эффективного рабочего диапазона, под которым понимается подобласть области определения параметров деформаций, в которой обеспечиваются требуемые показатели точности и достоверности оценивания.

Исследования показали, что по критерию максимальной крутизны из корреляционных МП лучший показатель обеспечивает коэффициент Тонимото, максимальная крутизна которого убывает наиболее медленно с ростом интенсивности шума, а из информационных - I-мера F-информации. Худшие результаты показали КМК и исключающая F-информация соответственно.

По критерию эффективного рабочего диапазона лучшие результаты среди корреляционных МП обеспечил коэффициент ранговой корреляции Кендалла. Затем следуют соответственно коэффициент Танимото и КМК. Из информационных мер большую устойчивость к шуму показали I-мера и M-мера F-информации. При этом крутизна I-меры F-информации при увеличении шума падает существенно быстрее, чем у M-меры.

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Ульяновской области в рамках научного проекта № 16-41-732053, а также гранта РФФИ № 15-41-02087.

Литература

- [1] Gonzalez, R.C. Digital image processing / R.C. Gonzalez, R.E. Woods – New Jersey : Prentice Hall, 2002. – 793 p.
- [2] Goshtasby, A.A. Image registration. Principles, tools and methods: Advances in Computer Vision and Pattern Recognition / A.A. Goshtasby. - Springer, 2012. – 441 p. DOI: 10.1007/978-1-4471-2458-0.
- [3] Theodoridis, S. Pattern Recognition, 4th edn. / S. Theodoridis, K. Koutroumbas - New York: Academic Press, 2009. – 984 p.
- [4] Васильев, К.К. Статистический анализ многомерных изображений / К.К. Васильев, В.П. Крашенинников. - Ульяновск: УлГТУ, 2007. – 170 с.
- [5] Крашенинников, В.П. Основы теории обработки изображений: учебное пособие / В.П. Крашенинников. – Ульяновск: УлГТУ, 2003. – 152 с.
- [6] Ташлинский, А.Г. Оценивание параметров пространственных деформаций последовательностей изображений / А.Г. Ташлинский. – Ульяновск: УлГТ, 2000. – 131 с.
- [7] Brown, L.G. A survey of image registration techniques / L.G. Brown // ACM Computing surveys. – 1992. – V. 24. – P. 325–376. DOI: 10.1145/146370.146374
- [8] D'Agostino, E. An information theoretic approach for non-rigid image registration using voxel class probabilities / E.D' Agostino, F. Maes, D. Vandermeulen, P.Suetens // Med Image Anal. – 2006. – V 6(3). – P. 413–431. DOI: 10.1007/978-3-540-39701-4_13.
- [9] De Castro, E. Registration of translated and rotated images using finite Fourier transform / E. De Castro, C. Morandi / IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. - 1987. – V. 9, № 5. – P. 700–703. DOI: 10.1109/TPAMI.1987.4767966/
- [10] Kendall, M.G. A new measure of rank correlation / M.G. Kendall // Biometrika 30. – 1938. – P. 81-93. DOI: 10.2307/2332226.
- [11] Sevim, Y. A. Performance comparison of new nonparametric independent component analysis algorithm for different entropic indexes / Y. Sevim, A .Atasoy // Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences. – 2012. – V. 20. – P. 287-297. DOI:10.3906/elk-1004-1.
- [12] Tashlinskii, A.G. Computational expenditure reduction in pseudo-gradient image parameter estimation / A.G. Tashlinskii // Lecture Notes in Computer Science. – 2003. – V. 2658. – P. 456–462. DOI: 10.1007/3-540-44862-4_48.
- [13] Tashlinskii, A.G. Pseudogradient Estimation of Digital Images Interframe Geometrical Deformations / A.G.Tashlinskii // Vision Systems: Segmentation & Pattern Recognition. Vienna, Austria: I-Tech Education and Publishing, 2007. – P. 465-494. DOI: 10.5772/4975.
- [14] Taslinskii, A. G. Optimization of goal function pseudogradient in the problem of interframe geometrical deformations estimation / A.G. Tashlinskii / - Pattern Recognition Techniques, Technology and Applications. – Vienna, Austria : I-Tech. – 2008. – P. 249-280. DOI: 10.5772/4975.
- [15] Voronov, S.V. Efficiency analysis of information theoretic measures in image registration / S.V. Voronov, A.G. Tashlinskii // Pattern recognition and image analysis. – 2016. – V. 26, No. 3. – P. 502-505. DOI: 10.1134/S1054661816030226.
- [16] Воронов, С.В. Использование взаимной информации как целевой функции качества оценивания параметров изображений / С.В. Воронов // Радиотехника. – 2014. – №7. – С. 88-94.
- [17] Ташлинский, А.Г. Методика анализа погрешностей псевдоградиентного измерения параметров многомерных процессов / А.Г. Ташлинский, В.О. Тихонов// Известия вузов, серия «Радиоэлектроника». – 2001. – Т. 44, № 9. – С. 75-80.