Дифракционные решетки в системе датчика линейных перемещений

М.В. Шишова¹, Д.С. Лушников¹, А.Ю. Жердев¹, Н.Г. Сцепуро¹

¹Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, 2-я Бауманская ул., 5, стр. 1, Москва, Россия, 105005

Аннотация. В работе проанализированы особенности применения дифракционных решеток с профилем рельефа в виде одномерного меандра в системе датчика линейных перемещений. Проведено моделирование дифракции монохроматической волны на исследуемых структурах с целью получения зависимостей дифракционной эффективности. Предложены условия применимости дифракционных решеток в нанометрических датчиках линейных перемещений, которые в то же время являются критериями качества при контроле реальных образцов измерительных шкал.

1. Введение

Дифракционные оптические элементы (ДОЭ) разного класса применяются в оптических задачах, где крайне сложно реализовать требуемую функцию с помощью преломляющей или зеркальной оптики. Одним из актуальных решений в интерференционных системах индикации перемещений являются дифракционные решетки, применяемые в качестве измерительных шкал [1-4]. Здесь ДОЭ функционируют как делители по амплитуде, а конфигурация дифракционных структур оказывает определяющее влияние на точность датчика.

В данной работе исследуются высокочастотные дифракционные решетки с профилем рельефа в виде одномерного меандра. Проводится анализ энергетических характеристик с целью установления критерия применимости в нанометрических датчиках линейных перемещений.

2. Анализ оптической схемы

Принцип измерения перемещения основан на внесении фазового сдвига в интерференционные сигналы, регистрируемые фотодиодами ФД 1 и ФД2. Модуляция фазы обеспечивается смещением дифракционных решеток относительно друг друга и соответствующем внесением сдвига фазовой составляющей фронта пучка, дифрагировавшего в ±1 порядке на кодирующей шкале.

2.1. Перераспределение излучения в схеме датчика линейных перемещений

Излучение от лазерного светодиода с длиной волны $\lambda = 660$ нм коллимируется, затем делится по амплитуде на анализирующей шкале частотой 1000 лин/мм и преобразуется на кодирующей шкале такой же частоты, далее перенаправляется в приемники излучения, в плоскости каждого из которых наблюдается интерференция.



Рисунок 1. Схема перераспределения излучения в схеме датчика линейных перемещений.

Распределение интенсивности в плоскости каждого из фотоприемников представляет собой гармоническую функцию координаты смещения *x*. При симметричном профиле рельефа измерительных шкал можно добиться высоких и равных эффективностей в рабочих порядках дифракции, что повышает контраст анализируемого интерференционного поля.

2.2. Условия максимизации контраста интерференционной картины

Свето-энергетический расчет устанавливает энергетические характеристики, определяющие условия применимости шкал в системе датчика линейных перемещений. Рассмотрим амплитуду интенсивности излучения, приходящей на один осевой (ФД 2) и один боковой (ФД 1) фотодиоды. Этого будет достаточно для полного описания в силу симметрии схемы. Индексами a и b обозначены интерферирующие пучки, индекс dp соответствует падению излучения со стороны дифракционной решетки; n— со стороны подложки. Амплитуды интенсивности излучения определяются по формулам:

$$I_{\phi,l_{1}}^{a} = I_{u} (1 - \rho_{\phi}) \tau_{n} \eta_{+1}^{n} (\theta = 0^{\circ}) \eta_{-1} (\theta = \alpha) \eta_{+1}^{op} (\theta = 0^{\circ}) \tau_{n} \frac{S_{n}}{\pi d_{n}^{2}},$$
(1)

$$I_{\phi,\mathcal{I}1}^{\delta} = I_u (1 - \rho_{\phi}) \tau_n \eta_0^n (\theta = 0^\circ) \eta_{+1} (\theta = 0^\circ) \eta_0^{\delta p} (\theta = \alpha) \tau_n \frac{S_n}{\pi d_n^2},$$
⁽²⁾

$$I_{\phi \exists 2}^{a} = I_{u} (1 - \rho_{\phi}) \tau_{n} \eta_{+1}^{n} (\theta = 0^{\circ}) \eta_{-1} (\theta = \alpha) \eta_{0}^{op} (\theta = 0^{\circ}) \frac{\tau_{n}}{\cos(\alpha)} \frac{S_{n}}{\pi d_{x}^{2}},$$
(3)

$$I_{\phi,2}^{\delta} = I_u (1 - \rho_{\phi}) \tau_n \eta_0^n (\theta = 0^\circ) \eta_{+1} (\theta = 0^\circ) \eta_{-1}^{\delta p} (\theta = \alpha) \frac{\tau_n}{\cos(\alpha)} \frac{S_n}{\pi d_n^2}, \tag{4}$$

где *I*_{*u*} — интенсивность источника излучения;

 ρ_{Φ} — коэффициент отражения Френеля от обратной стороны анализирующей шкалы;

*т*_n — коэффициент пропускания подложки анализирующей шкалы;

 $\eta_0^n(\theta = 0^\circ), \eta_{+1}^n(\theta = 0^\circ), \eta_{-1}^n(\theta = 0^\circ)$ — дифракционная эффективность анализирующей шкалы 0ом, +1-ом и -1-ом порядках при нормальном падении излучения со стороны подложки;

 $\eta_0^{op}(\theta = 0^\circ), \eta_{+1}^{op}(\theta = 0^\circ), \eta_{-1}^{op}(\theta = 0^\circ)$ — дифракционная эффективность анализирующей шкалы в 0-ом, +1-ом и –1-ом порядках при нормальном освещении со стороны дифракционной решетки; $\eta_{0}^{dp}(\theta = \alpha), \eta_{-1}^{dp}(\theta = \alpha)$ — дифракционная эффективность 0-ом и –1-ом порядках анализирующей шкалы при нормальном падении излучения со стороны дифракционной решетки;

 $\eta_{+1}(\theta = 0^{\circ}), \eta_{-1}(\theta = 0^{\circ})$ — дифракционная эффективность кодирующей шкалы в +1-оми –1-ом отражательных порядках при нормальном падении излучения;

 S_n — площадь приёмника излучения;

d — диаметр лазерного пучка.

Рисунок 2 иллюстрирует используемые коэффициенты дифракционной эффективности.



Рисунок 2. Рабочие порядки дифракции (а) для анализирующей шкалы и (б) для кодирующей шкалы.

Амплитуды интенсивностей в интерферирующих пучках А и Б должны быть равны для максимизации контраста интерференционных полос (V = 1):

$$V = \frac{2I_{a}I_{\delta}}{I_{\delta}^{2} + I_{\delta}^{2}}.$$
(5)

Приравнивая данные амплитуды интенсивностей для каждого из фотодиодов и преобразовав, получаем условия по дифракционной эффективности, выполнение которых максимизирует итоговый контраст интерференционных картин:

для кодирующей шкалы $n (\theta = 0^\circ) = n (\theta)$.

шкалы
$$\eta_{\pm 1}(\theta = 0^{\circ}) = \eta_{\pm 1}(\theta);$$
 (6)
 $\begin{cases} \eta_{\pm 1}^{n}(\theta = 0^{\circ}) = \eta_{0}^{n}(\theta = 0^{\circ}), \\ \eta_{\pm 1}^{op}(\theta = 0^{\circ}) = \eta_{0}^{op}(\theta = 0^{\circ}), \\ \eta_{\pm 1}^{op}(\theta = 0^{\circ}) = \eta_{0}^{op}(\theta = 0^{\circ}), \end{cases}$ (7)

для анализирующей и

$$\begin{aligned}
\mu_{\pm1}(\theta) &= 0^{\circ} = \eta_{0}^{\partial p}(\theta = 0^{\circ}), \\
\eta_{\pm1}^{\partial p}(\theta = 0^{\circ}) &= \eta_{0}^{\partial p}(\theta = 0^{\circ}), \\
\eta_{\pm1}^{\partial p}(\theta = 0^{\circ}) &= \eta_{\pm1}^{\partial p}(\theta = \alpha), \\
\eta_{\pm1}^{\partial p}(\theta = \alpha) &= \eta_{0}^{\partial p}(\theta = \alpha).
\end{aligned}$$

3. Разработка критерия качества

Выведенные условия справедливы при допущении, что интенсивности излучения, распределенного в нерабочие порядки дифракции много меньше интенсивности излучения в нулевом и главных максимумах, и, следовательно, ими пренебрегаем. При угле дифракции в первых порядках $\alpha = 40,5^{\circ}$ (соответствует периоду 1 мкм и длине волны 660 нм) формулы (6) и (7) обретают имеют вид:

1) $\eta_{\pm 1}^{\partial p} \left(\theta = 0^{\circ} \right) = \eta_{-1}^{\partial p} \left(\theta = 40, 5^{\circ} \right)$ — для анализирующей шкалы коэффициенты дифракционной эффективности в ±1-ых проходящих порядках при ортогональном падении излучения и в +1-ом проходящем порядке при падении под углом 40,5° со стороны решётки должны быть равны;

2) $\eta_{+1}^{n}(\theta = 0^{\circ}) = \eta_{0}^{n}(\theta = 0^{\circ}), \quad \eta_{+1}^{\partial p}(\theta = 0^{\circ}) = \eta_{0}^{\partial p}(\theta = 0^{\circ})$ — для анализирующей шкалы коэффициенты дифракционной эффективности в ±1-ых и 0-ом проходящих порядках должны

быть равны при ортогональном падении излучения, как со стороны подложки, так и со стороны решётки;

3) $\eta_0^{\delta p}(\theta = 40,5^\circ) = \eta_{+1}^{\delta p}(\theta = 40,5^\circ)$ — для анализирующей шкалы коэффициенты дифракционной эффективности в +1-ом и 0-ом проходящем порядке при наклонном падении излучения со стороны решётки должны быть равны;

4) $\eta_{\pm 1}(\theta = 0^{\circ}) = \eta_{\pm 1}(\theta = 40,5^{\circ})$ — для кодирующей шкалы дифракционные эффективности ± 1 -ых отражательных порядков при ортогональном падении и дифракционная эффективность ± 1 -ых при падении под углом 40,5° должны быть равны.

Анализ соотношений 1–4 является трудоемкой задачей. Поэтому необходим критерий качества, однозначно характеризующий отклонение всех коэффициентов дифракционной эффективности от представленных условий. При их соблюдении энергия излучения равномерно распределяется в 0-ой, –1-ый и +1-ый порядки в каждом из случаев.

Для оценки отклонения значений дифракционной эффективности от возможного максимума и их рассогласования сформулирован обобщенный показатель качества K, принмающий значения от 0 до 1. причем K = 1 соответствует идеальному случаю — точному соблюдению условий максимального контраста интерференционной картины.

Для анализирующих шкал показатель качества по дифракционной эффективности:

$$K_{T} = \left(1 - \sum_{i=1}^{N} \frac{\left|\eta_{Ti} - \eta_{u}\right|}{2N \cdot \eta_{u}}\right) \frac{\overline{\eta}_{T}}{\eta_{u}},$$

$$\sum_{i=1}^{N} \eta_{Ti}$$
(8)

где $\eta_u = 33\%$; $\overline{\eta}_T = \frac{\sum_{i=1}^{N} \gamma_i}{N}$ — среднее значение дифракционной эффективности; N = 6; $\eta_{T,i}$ — это

измеренные коэффициенты дифракционной эффективности в прошедших порядках (усреднённые по площади) $\eta_{\pm 1}^{op}(\theta = 0^{\circ}), \eta_{\pm 1}^{op}(\theta = 40,5^{\circ}), \eta_{\pm 1}^{n}(\theta = 0^{\circ}), \eta_{0}^{n}(\theta = 0^{\circ}), \eta_{\pm 1}^{op}(\theta = 0^{\circ}), \eta_{0}^{op}(\theta = 40,5^{\circ}), \eta_{\pm 1}^{op}(\theta = -40,5^{\circ}).$

Для кодирующих шкал аналогичный показатель качества:

$$K_{R} = \left(1 - \sum_{i=1}^{N} \frac{\left|\eta_{Ri} - \eta_{u}\right|}{2N \cdot \eta_{u}}\right) \frac{\overline{\eta}_{R}}{\eta_{u}},$$
(9)
$$\sum_{i=1}^{N} \eta_{Ri}$$

где $\overline{\eta}_{R} = \frac{\sum_{i=1}^{i-1} \eta_{Ri}}{N}$ — среднее значение дифракционной эффективности; N = 3; η_{Ri} — измеренные коэффициенты дифракционной эффективности в отраженных порядках (усреднённые по площади) $\eta_{+1}(\theta = 0^{\circ})$, $\eta_{-1}(\theta = 40.5^{\circ})$.

4. Моделирование энергетических зависимостей

Для решения задачи дифракции излучения на высокочастотных дифракционных решетках, период которых незначительно превышает рабочую длину волны, необходима волновая трактовка. Скалярная теория дифракции в данном приближении будет давать существенные ошибки. Решение волнового уравнения при граничных условиях, определяемых профилем исследуемых дифракционных структур [6], реализуется численными методами. В данной работе решение уравнений Максвелла с целью определения интенсивности в дифракционных порядках проводилось с помощью специализированного программного обеспечения в среде Matlab. Необходимо определить зависимости исследуемых коэффициентов дифракционных эффективностей от высоты профиля рельефа при заданных значениях периода, скважности и длины волны лазерного излучения. По полученным характеристикам можно выбрать оптимальное значение высоты профиля для приближения к условиям максимального контраста.

4.1. Зависимости коэффициентов дифракционной эффективности от высоты профиля

Для численных расчетов применяется дифференциальный метод фурье-мод, один из наиболее распространенных и универсальных и, а также обладающий наилучшей сходимостью в рамках поставленной задачи. Электромагнитное поле вне дифракционной структуры представляется в виде разложения по дискретному набору плоских волн — дифракционных порядков (разложение Рэлея), внутри структуры поле представляется в виде разложения по фурье-модам. Поле фурье-мод в каждом из слоев структуры, в свою очередь, представлено рядом Фурье. Результатом решения системы уравнений, описывающей граничные условия слоев, являются комплексные амплитуды и, следовательно, интенсивности отраженных и прошедших порядков дифракции.

Сформулируем исходные данные для расчета: период профиля рельефа 1 мкм; профиль рельефа в форме меандра со скважностью, равной 2; высота профиля h изменяется от 0 до 1 мкм и является абсциссой искомых зависимостей; длина волны излучения 660 нм; материал подожки церодур, материал зоны модуляции для анализирующей шкалы полиметилметакрилат, материал зоны модуляции для кодирующей шкалы серебро. Согласно внутренней номенклатуре программы число фурье-гармоник в ряду разложения Релея N = 25 (полное число 2N+1 = 51). При этом один расчет распределения интенсивностей для тысячи значений высот профиля (шаг 1 нм) длится около 7 мин. Расчет проводится для различных состояний поляризации падающего монохроматического излучения.

Для анализирующей шкалы полученные зависимости коэффициентов дифракционной эффективности от высоты профиля фазового рельефа в форме меандра показаны на рисунке 3.



Рисунок 3. Графики коэффициентов дифракционной эффективности от высоты профиля рельефа для анализирующей шкалы: (a) $\eta_0^{op}(h)$ при $\theta = 0^\circ$, $\eta_0^{op}(h)$ при $\theta = 40,5^\circ$ $\eta_0^{n}(h)$ при $\theta = 0^\circ$; (б) $\eta_{\pm 1}^{op}(h)$ при $\theta = 0^\circ$, $\eta_{\pm 1}^{op}(h)$ при $\theta = 0^\circ$.

В нулевом порядке дифракционная эффективность одинакова для любого случая освещения: со стороны подложки, со стороны дифракционной решетки при нормальном и наклонном падении. Аналогичная ситуация наблюдается при моделировании зависимостей дифракционной эффективности для ±1 порядков дифракции.

Для кодирующей шкалы полученные зависимости коэффициентов дифракционной эффективности от высоты профиля фазового рельефа в форме меандра показаны на рисунке 4.



Рисунок 4. Графики коэффициентов дифракционной эффективности от высоты профиля рельефа для кодирующей шкалы: (a) $\eta_{\pm 1}(h)$ при $\theta = 0^{\circ}$, (б) $\eta_{-1}(h)$ при $\theta = 40,5^{\circ}$ $\eta_{+1}(h)$ при $\theta = -40,5^{\circ}$

4.2. Критерий применимости

По полученным энергетическим характеристикам вычислены значения показателя качества в соответствии с формулами (8) и (9). На рисунке 5 представлены полученные зависимости обобщенного показателя качества от высоты профиля рельефа в форме меандра.



Рисунок 5. Зависимости показателя качества от высоты профиля рельефа (а) для анализирующей шкалы и (б) для кодирующей шкалы.

В силу большого количества входящих в показатель параметров установим, что измерительные шкалы применимы в системе датчика линейных перемещений считать удовлетворительными при K>0,6.

Таким образом, на основе проведенного анализа можно сформулировать критерий качества по дифракционной эффективности: измерительные шкалы обладают удовлетворительными характеристиками по дифракционной эффективности и применимы в схеме датчика линейных перемещений при значении обобщенного показателя качества

$$K = \left(1 - \sum_{i=1}^{N} \frac{\left|\eta_{i} - \eta_{u}\right|}{2N \cdot \eta_{u}}\right) \frac{\overline{\eta}}{\eta_{u}} > 0,6.$$
(10)

По полученным графикам можно определить, что пропускающие дифракционные решетки с высотой профиля в виде меандра выше 200 нм обладают удовлетворительным качеством по дифракционной эффективности, и могут применяться в системе датчика линейных перемещений. Отражательные дифракционные решетки обладают наилучшим качеством по разработанному критерию при высоте профиля от 100 нм до 280 нм, и в такой конфигурации применимы в измерительной системе датчика линейных перемещений.

5. Заключение

Применение дифракционных решеток в датчике линейных перемещений предполагает равномерное распределение интенсивности света в дифракционные порядки при каждой дифракции в оптической системе, чего на практике добиться крайне сложно. Для комплексной оценки энергетических характеристик предложен показатель качества измерительных шкал, и соответствующей критерий применимости. Проблема оптимизации эффективности ДОЭ тесно связана с методами их изготовления. Представленные в работе зависимости относятся к анализу качества рельефно фазовых дифракционных решеток с формой профиля в виде меандра, полученными методом электронно-лучевой литографии.

6. Благодарности

Работа выполнена в МГТУ им. Н.Э. Баумана при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках выполнения Соглашения о предоставлении субсидии № 14.577.21.0197 (ID RFMEFI57715X0197).

7. Литература

- [1] Teimel, A. Technology and applications of grating interferometers in high-prescision measurement // Precision Engeneering. 1992. Vol. 14(4).
- [2] Коротаев, В.В. Оптико-электронные преобразователи линейных и угловых перемещений. Часть 1. Оптико-электронные преобразователи линейных перемещений: Учебное пособие / В.В. Коротаев, А.В. Прокофьев, А.Н. Тимофеев // СПб.: НИУ ИТМО. – 2012. – 114 с.
- [3] Щеулин, А.С. Применение объемной голографической решетки в кристалле CaF₂ для измерения линейного перемещения с нанометровой точностью / А.С. Щеулин, А.Е. Агневакс, А.К. Купчиков, Е.Б. Верховский, А.И. Рысин // Оптика и спектроскопия. – 2014. – Т. 17, № 6. – С. 1005-1011.
- [4] Jourlin, Y. Compact diffractive interferometric displacement sensor in reflection / Y. Jourlin, J. Jay, O. Parriaux // Precision Engineering. 2002. Vol. 26.
- [5] Shishova, M.V. Mathematical modeling of signal transfer process into optical system of a linear displacement encoder / M. V. Shishova, S.B. Odinokov, D.S. Lushnikov, A.Y. Zherdev, O.A. Gurylev // Procedia Engineering. – 2017. – Vol. 201. – P. 623-629. DOI: 10.1016/ j.proeng.2017.09.676.
- [6] Сойфер, В.А. Дифракционная компьютерная оптика / Д.Л. Головашкин, Л.Л. Досколович, Н.Л. Казанский, В.В. Котляр, В.С. Павельев, Р.В. Скиданов, В.А. Сойфер, С.Н. Хонина; под. ред. В.А. Сойфера. – М.: Физматлит, 2007. – 736 с.

Diffraction gratings applied in interferometric linear displacement encoders

M.V. Shishova¹, D.S. Lushnikov¹, A.Y. Zherdev¹, N.G. Stsepuro¹

¹Bauman Moscow State Technical University, 2nd Baumanskaya str. 5, Moscow, Russia, 105005

Abstract. The paper focuses on one-dimensional diffraction gratings applied in the system of linear displacement encoders. A diffraction simulation of a monochromatic wave on the meander relief structure under study was carried out to conclude with the efficiency dependences. Quality conditions for coding and analysing diffraction gratings were held out. That conditions are at the same time the applicability criteria when controlling the real measuring scales for nanometric sensors of linear displacement.

Keywords: Diffraction grating, meander relief, electromagnetic diffraction theory, electron beam lithography, diffraction efficiency.