

Децентрализованное мультисенсорное оценивание параметров движения объекта по сложной траектории

А.В. Голубков¹, А.В. Цыганов¹, Ю.В. Цыганова², И.О. Петрищев¹

¹Ульяновский государственный педагогический университет им. И.Н. Ульянова, площадь Ленина 4/5, Ульяновск, Россия, 432071

²Ульяновский государственный университет, Льва Толстого 42, Ульяновск, Россия, 432017

Аннотация. В работе рассматривается задача мультисенсорного оценивания параметров модели объекта, движущегося по сложной траектории, состоящей из отрезков прямолинейного и кругового движения в условиях зашумленных измерений. Для решения поставленной задачи используется описание сложной траектории движения объекта в виде набора линейных стохастических моделей, отвечающих за различные участки траектории и децентрализованный мультисенсорный алгоритм оценивания вектора состояния модели движения на основе информационной формы фильтра Калмана. Приведены результаты численных экспериментов, подтверждающие применимость предложенного подхода.

1. Введение

В настоящее время задача адаптивного оценивания параметров движения объекта по сложной траектории в условиях зашумленных измерений и непредвиденных изменений режима движения объекта является актуальной в силу важности ее практических приложений. Примерами таких приложений являются задачи сопровождения целей, робототехники, обработки сигналов со сканирующих дальномеров. В данной работе предлагается развитие идеи о моделировании и оценивании движения объекта по сложной траектории с помощью гибридных стохастических моделей, представляющих собой набор дискретных линейных стохастических моделей, отвечающих за различные участки траектории движения объекта [1]–[3]. Для вычисления оценок параметров движения объекта и обнаружения момента изменения режима движения мы предлагаем использовать мультисенсорные сети.

В работе рассмотрены две принципиально различные схемы мультисенсорного оценивания: централизованный фильтр Калмана (ЦФК) и децентрализованный фильтр Калмана (ДФК). *Централизованным фильтром Калмана (ЦФК)* называют стандартный алгоритм дискретной калмановской фильтрации с векторной обработкой измерений. Последнее означает, что все измерения, доступные в текущий момент времени, рассматриваются как один составной вектор измерений $z(k)$ [4]. Отдельные измерения могут быть получены от разных сенсоров, но все они передаются на центральный процессор для обработки с целью вычисления оценок вектора состояния. Такие оценки называют глобальными оценками. Недостаток ЦФК состоит в том, что отказ в работе

одного из сенсоров может привести к неверным оценкам всего вектора состояния. Вторым существенным недостатком заключается в том, что сбой в работе центрального процессора автоматически приводит к полной потере работоспособности алгоритма оценивания.

В отличие от ЦФК, *децентрализованным фильтром Калмана* (ДФК) называют алгоритм оценивания с вычислением оценок вектора состояния локально в каждом из множества сенсоров, находящихся в узлах мультисенсорной сети [5]. Такие оценки называют локальными. Затем сенсоры обмениваются между собой локальными оценками с целью вычисления глобальной оценки вектора состояния. Таким образом, пропадает необходимость в центральном процессоре, поскольку в каждый дискретный момент времени каждый узел имеет свою “копию” глобальной оценки. В этом случае выход из строя одного из сенсоров не приведет к потере работоспособности алгоритма оценивания. В настоящее время разработано множество различных децентрализованных алгоритмов фильтрации. Один из вариантов их сравнительного анализа содержит, например, работа [4]. Подробный библиографический обзор методов распределенной калмановской фильтрации можно найти в [6].

В данной работе мы предлагаем использовать ДФК на основе информационной формы фильтра Калмана [5, 7] для вычисления оценок параметров движения объекта по сложной траектории. Для обнаружения непредвиденного изменения режима движения мы дополнили этап коммуникации и ассимиляции ДФК возможностью вычисления сигнальной скалярной функции, основанной на известном свойстве невязки измерений в оптимальном фильтре быть белой гауссовой последовательностью. Такое дополнение уравнений ДФК позволяет контролировать оптимальность алгоритма оценивания в каждом сенсоре. Потеря оптимальности фильтра указывает на то, что произошла смена режима движения и объект начал двигаться по следующему участку траектории. Предложенное в работе новое выражение для вычисления скалярной сигнальной функции получено в терминах только тех величин, которые непосредственно доступны в децентрализованной схеме.

Компьютерное моделирование проведено в системе Matlab. Проведено сравнение оценок параметров движения объекта, полученных с помощью ЦФК и ДФК и продемонстрирована их идентичность. Построены графики значений сигнальной функции в случае отсутствия изменения режима движения и при изменении режима движения с равномерного прямолинейного на поворот влево. Показано, что при смене режима движения сигнальная функция превышает верхнее пороговое значение. Таким образом, результаты численных экспериментов подтверждают целесообразность предложенного подхода к решению задачи оценивания параметров движения объекта по сложной траектории.

2. Модель движения объекта

Предположим, что траекторию объекта можно разделить на отдельные достаточно длинные участки, на каждом из которых его движение может быть представлено линейной стохастической моделью, описывающей либо прямолинейное равномерное движение, либо круговое движение против/по часовой стрелке (поворот налево/направо) с заданным радиусом.

Рассмотрим три таких модели. Тогда движение объекта по всей траектории может быть описано гибридной стохастической моделью:

$$x(k) = \Phi^p x(k-1) + B^p + Gw(k-1), \quad p \in \mathbb{Z}, \quad (1)$$

где k — дискретный момент времени, p — номер режима движения, $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T \in \mathbb{R}^4$ вектор параметров движения объекта, в котором x_1 — координата объекта вдоль оси Ox (м), x_2 — скорость v_x вдоль оси Ox (м/с), x_3 — координата объекта вдоль оси Oy (м), x_4 — скорость v_y вдоль оси Oy (м/с).

Запишем все матрицы модели (1).

- Равномерное прямолинейное движение (номер режима движения $p = 0$):

$$\Phi^0 = \Phi^0(\tau) = \begin{bmatrix} \Phi_l & 0 \\ 0 & \Phi_l \end{bmatrix}, \Phi_l = \begin{bmatrix} 1 & \tau \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$B^0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

где $\tau = t_k - t_{k-1}$ — интервал дискретизации.

- Равномерное движение по окружности против часовой стрелки с заданным радиусом r (номер режима движения $p = 1$) или равномерное движение по окружности по часовой стрелке с заданным радиусом r (номер режима движения $p = 2$):

$$\Phi^{1,2} = \Phi^{1,2}(x_s, r, \tau) = \begin{bmatrix} \Phi_c & 0 \\ 0 & \Phi_c \end{bmatrix}, \Phi_c = \begin{bmatrix} \cos \omega \tau & \omega^{-1} \sin \omega \tau \\ -\omega \sin \omega \tau & \cos \omega \tau \end{bmatrix},$$

$$B^1 = B^1(x_s, r, \tau) = \begin{bmatrix} (x_{1,s} - \omega^{-1} x_{4,s})(1 - \cos \omega \tau) \\ (\omega x_{1,s} - x_{4,s}) \sin \omega \tau \\ (x_{3,s} + \omega^{-1} x_{2,s})(1 - \cos \omega \tau) \\ (\omega x_{3,s} + x_{2,s}) \sin \omega \tau \end{bmatrix},$$

$$B^2 = B^2(x_k, r, \tau) = \begin{bmatrix} (x_{1,s} + \omega^{-1} x_{4,s})(1 - \cos \omega \tau) \\ (\omega x_{1,s} + x_{4,s}) \sin \omega \tau \\ (x_{3,s} - \omega^{-1} x_{2,s})(1 - \cos \omega \tau) \\ (\omega x_{3,s} - x_{2,s}) \sin \omega \tau \end{bmatrix}$$

где r — заданный радиус поворота, $\omega = |v_s|/r > 0$, $v_s = \begin{bmatrix} x_{2,s} \\ x_{4,s} \end{bmatrix}$ — вектор скорости в точке с координатами $(x_{1,s}, x_{3,s})$ в момент смены режима движения.

- Для всех режимов движения передаточная матрица дискретного белого шума $w(k) \sim \mathcal{N}(0, Q)$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T.$$

Гибридная модель (1) позволяет моделировать движение объекта по сложной траектории при помощи алгоритма, изложенного в [1].

При условии, что измеряются только пространственные координаты объекта, соответствующая модель измерений может быть записана следующим образом:

$$z(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(k) + v(k), \tag{2}$$

где $v(k)$ — вектор ошибки измерения, $v(k) \sim \mathcal{N}(0, R)$.

3. Алгоритмы мультисенсорного оценивания

Рассмотрим две принципиально различные схемы мультисенсорного оценивания: централизованный фильтр Калмана и децентрализованный фильтр Калмана.

Централизованный фильтр Калмана

Ковариационная форма централизованного фильтра Калмана описывается следующими уравнениями:

Прогноз (по предыдущим измерениям)

$$\hat{x}^-(k) = \Phi^p \hat{x}^+(k-1) + B^p u(k-1), \tag{3}$$

$$P^-(k) = \Phi^p P^+(k-1) \Phi^{pT} + G Q G^T, \tag{4}$$

Обновление (по текущему измерению)

$$K(k) = P^-(k)H^T[HP^-(k)H^T + R]^{-1} \quad (5)$$

$$\nu(k) = z(k) - H\hat{x}^-(k), \quad (6)$$

$$\hat{x}^+(k) = \hat{x}^-(k) + K(k)\nu(k), \quad (7)$$

$$P^+(k) = (I - K(k))P^-(k), \quad (8)$$

где $P(k)$ — матрица ковариации ошибок оценивания, знаки ”+” и ”-” означают соответственно априорную и апостериорную оценки вектора состояния и соответствующие матрицы ковариации ошибки оценивания.

Информационной матрицей \mathcal{I} называется матрица, обратная к ковариационной матрице ошибки оценивания, т.е. $\mathcal{I} = P^{-1}$ [7]. Фильтр, в котором вместо ковариационной матрицы используется информационная матрица, называется информационным фильтром. В информационном фильтре этап обновления оценок по текущему измерению определяется следующими уравнениями:

$$\Delta s(k) = H^T R^{-1} z(k), \quad (9)$$

$$\Delta \mathcal{I} = H^T R^{-1} H, \quad (10)$$

$$\hat{s}^+(k) = \hat{s}^-(k) + \Delta s(k), \quad (11)$$

$$\mathcal{I}^+(k) = \mathcal{I}^-(k) + \Delta \mathcal{I}, \quad (12)$$

где Δs и $\Delta \mathcal{I}$ — соответственно обновления информационного вектора $\hat{s}^+(k)$ и информационной матрицы $\mathcal{I}^+(k)$, где $\hat{s}^+(k) = \mathcal{I}^+(k)\hat{x}^+(k)$.

Децентрализованный фильтр Калмана

Рассмотрим сеть сенсоров с полностью связной топологией, состоящую из N узлов, в которой каждый узел i имеет возможность вычислять собственные оценки $\hat{x}_i(k)$ и соответствующие им матрицы ковариаций ошибок оценивания $P_i(k)$. Измерения и оценки, получаемые в узлах, будем называть локальными. Предположим, что модель (1) одинакова в каждом узле, а локальные измерения описываются следующей моделью:

$$z_i(k) = H_i x(k) + v_i(k), \quad (13)$$

где $v_i(k) \sim \mathcal{N}(0, R_i)$. Предположим, что шумы измерений в узлах i и j некоррелированы, т.е. матрица R является блочно-диагональной.

Рассмотрим матрицы $H = [H_1^T H_2^T \dots H_N^T]^T$ и $R = \text{blockdiag}(R_1, R_2, \dots, R_N)$. Тогда соответствующая глобальная модель измерений может быть описана следующим образом:

$$z(k) = Hx(k) + v(k), \quad (14)$$

где $v(k) \sim \mathcal{N}(0, R)$.

Ключевая идея децентрализованного фильтра состоит в возможности выразить глобальные обновления информационного вектора и информационной матрицы через локальные [4, 5]:

$$\Delta s(k) = H^T R^{-1} z(k) = \sum_{i=1}^N H_i^T R_i^{-1} z_i(k) = \sum_{i=1}^N \Delta s_i(k), \quad (15)$$

$$\Delta \mathcal{I} = H^T R^{-1} H = \sum_{i=1}^N H_i^T R_i^{-1} H_i = \sum_{i=1}^N \Delta \mathcal{I}_i. \quad (16)$$

Локальные обновления вычисляются в каждом узле и передаются всем остальным узлам.
Локальный прогноз (по предыдущим измерениям)

$$\hat{x}_i^-(k) = \Phi^p \hat{x}_i^+(k-1) + B^p u(k-1), \quad (17)$$

$$(P_i^-(k))^{-1} = (\Phi^p P_i^+(k-1) \Phi^{pT} + GQG^T)^{-1}. \quad (18)$$

Локальное обновление (по текущему измерению)

$$\Delta s_i(k) = H_i^T R_i^{-1} z_i(k), \quad (19)$$

$$\Delta \mathcal{I}_i = H_i^T R_i^{-1} H_i^T. \quad (20)$$

Коммуникация и ассимиляция

$$(P_i^+(k))^{-1} = (P_i^-(k))^{-1} + \sum_{j=1}^N \Delta \mathcal{I}_j, \quad (21)$$

$$\hat{x}_i^+(k) = P_i^+(k) \left[(P_i^-(k))^{-1} \hat{x}_i^-(k) + \sum_{j=1}^N \Delta s_j(k) \right]. \quad (22)$$

Как показано в [5], децентрализованный фильтр Калмана эквивалентен централизованному фильтру с моделью измерений (14).

4. Контроль оптимальности модели оценивания в децентрализованном алгоритме

Предположим, что в некоторый момент времени может произойти переключение режима движения, т.е. объект начинает двигаться по следующему участку траектории. В случае, если исходный режим движения сохранился, используемый для оценки параметров движения объекта фильтр будет оставаться оптимальным, в противном случае он станет неоптимальным и его будет необходимо заменить на фильтр, соответствующий текущему режиму движения.

В [8] для контроля оптимальности модели оценивания в централизованном фильтре Калмана рассмотрен подход, основанный на методе кумулятивных сумм

$$S_k = \sqrt{\frac{m}{2k}} \left(\frac{1}{m} \nu^T(k) C^{-1}(k) \nu(k) - 1 \right), \quad (23)$$

где $C(k) = HP^-(k)H^T + R$ — матрица ковариации невязки измерений в соответствующем фильтре Калмана.

Обозначим $\Sigma(k) \triangleq \nu^T(k) C^{-1}(k) \nu(k)$. В [9] показано, что $\Sigma(k) = \|e(k)\|^2$, где $e(k)$ — ошибка оценивания, полученная при выполнении этапа измерений в квадратно-корневом информационном фильтре. Используя данное равенство, можно показать, что

$$\Sigma(k) = (\hat{x}^-(k))^T (P^-(k))^{-1} \hat{x}^-(k) - (\hat{x}^+(k))^T (P^+(k))^{-1} \hat{x}^+(k) + z^T(k) R^{-1} z(k). \quad (24)$$

Так как $z^T(k) R^{-1} z(k) = \sum_{j=1}^N z_j^T(k) R_j^{-1} z_j(k)$, то для контроля оптимальности модели оценивания в каждом узле на этапе коммуникации и ассимиляции нужно добавить следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \Sigma_i(k) &= (\hat{x}_i^-(k))^T (P_i^-(k))^{-1} \hat{x}_i^-(k) - (\hat{x}_i^+(k))^T (P_i^+(k))^{-1} \hat{x}_i^+(k) \\ &+ \sum_{j=1}^N z_j^T(k) R_j^{-1} z_j(k), \end{aligned} \quad (25)$$

$$S_{k,i} = \sqrt{\frac{m}{2k}} \left(\frac{1}{m} \Sigma_i(k) - 1 \right) = \frac{1}{\sqrt{2km}} (\Sigma_i(k) - m), \quad (26)$$

где $m = \sum_{j=1}^N m_j$.

Таким образом, вычисление скалярной величины $S_{k,i}$ в каждом i -м узле, $i = 1, \dots, N$, позволяет контролировать в реальном времени оптимальность режима движения объекта. Заметим, что выражение (25) (в отличие от (23)) вычисляется в терминах величин, доступных в децентрализованной схеме.

5. Численные эксперименты

Рассмотрим модель движения объекта (1) по траектории, состоящей из двух последовательных участков равномерного прямолинейного движения и равномерного кругового движения против часовой стрелки (поворот налево) с радиусом $r = 4$ при условии, что шум в объекте отсутствует, т.е. матрица $G = 0$:

$$x(k) = \Phi^0 x(k-1) + B^0, \quad k = 1, 2, \dots, 100, \tag{27}$$

$$x(k) = \Phi^1 x(k-1) + B^1, \quad k = 101, 102, \dots, 200. \tag{28}$$

Пусть имеется два узла, в первом из которых измеряется x -координата объекта, а во втором — y -координата:

$$z_1(k) = [1 \ 0 \ 0 \ 0]x(k) + v_1(k), \tag{29}$$

$$z_2(k) = [0 \ 0 \ 1 \ 0]x(k) + v_2(k), \tag{30}$$

где $v_1(k) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_1^2)$, $v_2(k) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_2^2)$. Данной модели измерений соответствует глобальная модель измерений (2) с матрицей ковариации шума $R = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2)$.

На рисунках 1–4 приведены результаты оценивания компонент вектора состояния объекта централизованным фильтром Калмана (ЦФК) и децентрализованным фильтром в каждом из узлов (ДФК₁, ДФК₂). По рисункам 1–4 видно, что все оценки совпадают.

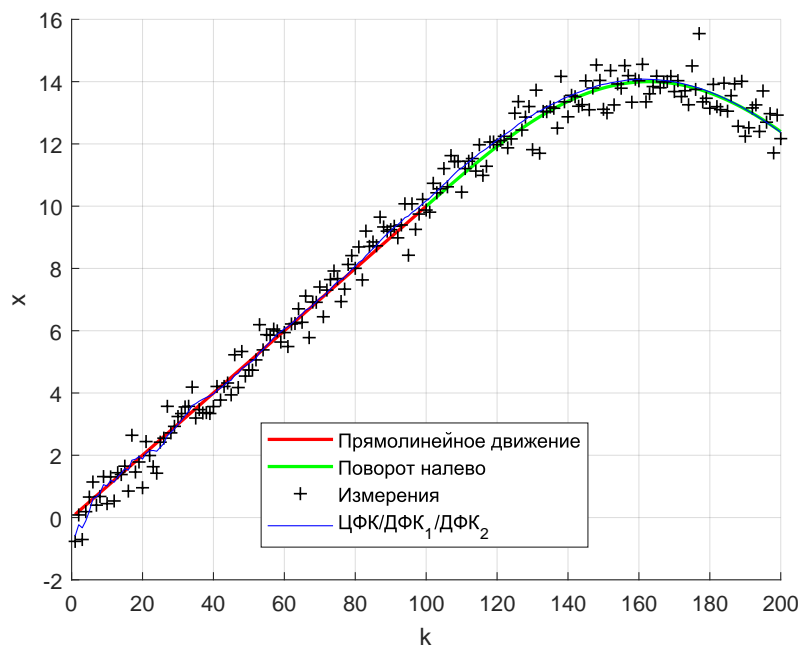


Рисунок 1. Оценка $x_1 = x$.

На рисунках 5 и 6 приведен график S_k при отсутствии и наличии смены режима движения соответственно. Время принятия решения об изменении режима движения составило 39 тактов. Пороги решающего правила были выбраны по критерию 3σ .

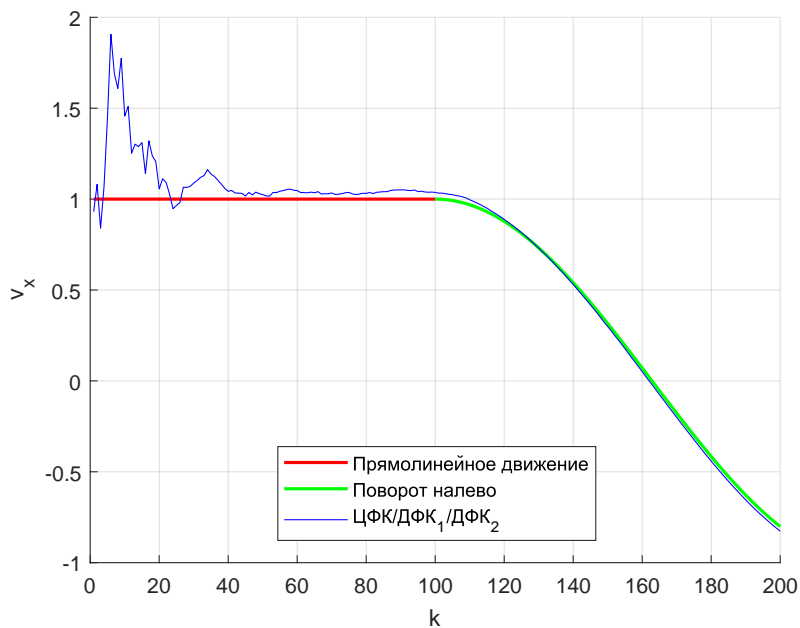


Рисунок 2. Оценка $x_2 = v_x$.

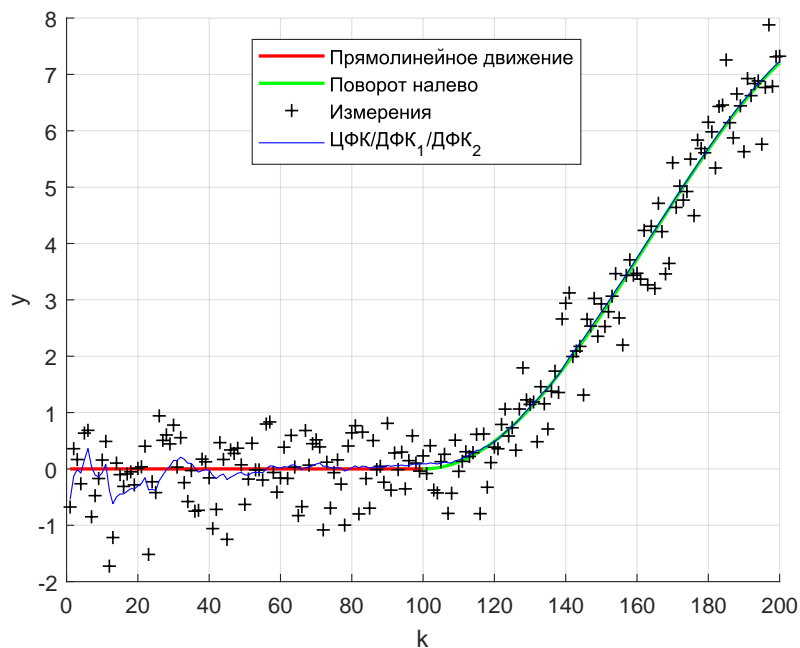


Рисунок 3. Оценка $x_3 = y$.

6. Заключение

В работе рассмотрена задача мультисенсорного оценивания параметров объекта, движущегося по сложной траектории, состоящей из отрезков прямолинейного и кругового движения в условиях зашумленных измерений. Модель движения объекта по сложной траектории задана в виде набора линейных стохастических моделей, отвечающих за различные участки

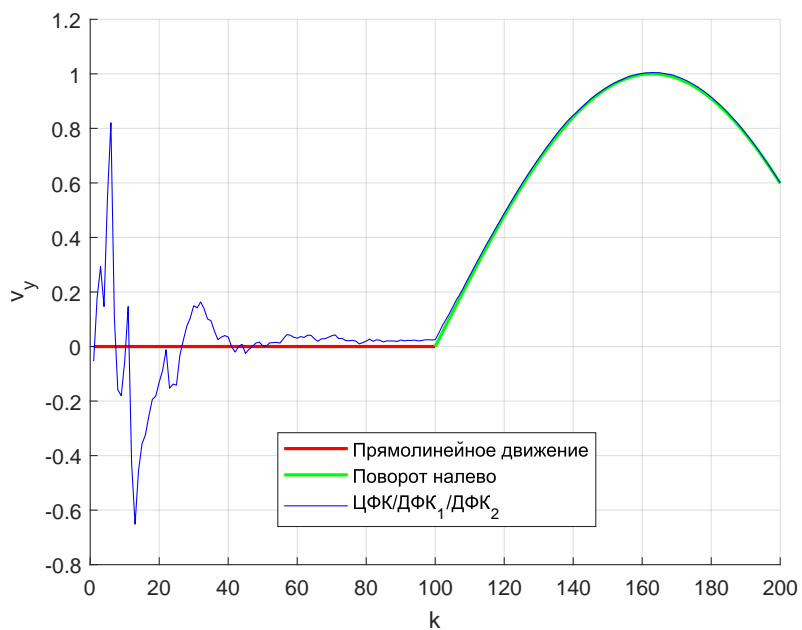


Рисунок 4. Оценка $x_4 = v_y$.

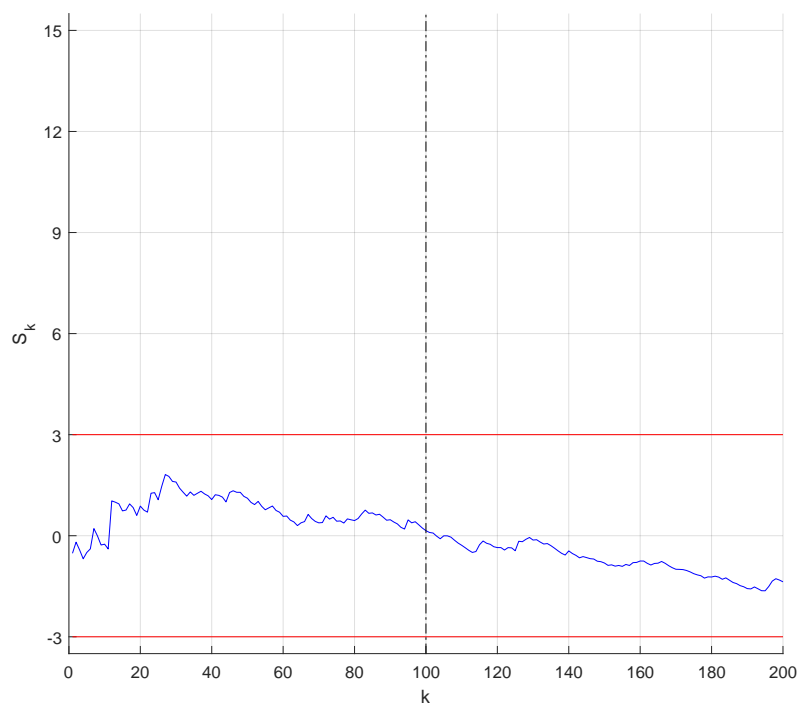


Рисунок 5. График S_k при отсутствии смены режима движения.

движения: прямолинейное равномерное движение и круговое равномерное движение при повороте влево либо вправо. Децентрализованный мультисенсорный алгоритм оценивания вектора состояния объекта построен на основе информационной формы фильтра Калмана.

Новым результатом является включение в децентрализованный фильтр выражения для

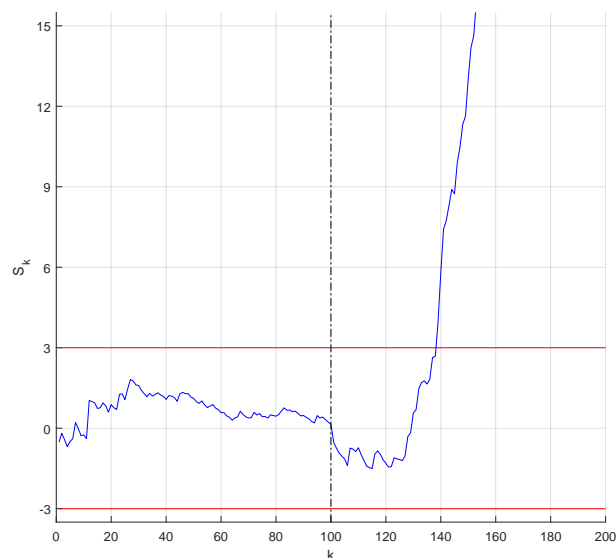


Рисунок 6. График S_k при наличии смены режима движения.

вычисления скалярной сигнальной функции, позволяющей в реальном времени контролировать оптимальный режим движения. Отличие нового предложенного выражения (25) для вычисления сигнальной функции $S_{k,i}$ от ранее используемых (см., например, [8]) заключается в том, что оно вычисляется не в терминах невязки измерений, а в терминах величин, непосредственно доступных в децентрализованной схеме. В случае непредвиденного изменения режима движения объекта сигнальная функция позволяет обнаружить это изменение.

Проведенное компьютерное моделирование и результаты численных экспериментов подтверждают применимость предложенного подхода для решения задачи оценивания параметров движения объекта по сложной траектории с применением децентрализованной схемы. Преимущество предложенного подхода заключается в следующем: 1) гибридная стохастическая модель позволяет заменить нелинейную модель движения по сложной траектории набором линейных стохастических моделей; 2) при таком подходе к моделированию пропадает необходимость использовать нелинейные алгоритмы фильтрации, а на каждом участке движения алгоритм дискретной фильтрации Калмана позволяет вычислить оптимальные в среднеквадратическом смысле оценки параметров движения объекта; 3) децентрализованная схема оценивания является более устойчивой к возможным отказам в работе сенсоров (измерительных устройств), чем централизованная схема с одним центральным процессором; 4) включение в этап коммуникации и ассимиляции возможности вычисления сигнальной функции позволяет обнаружить непредвиденное изменение режима движения объекта. Недостатком данного подхода можно считать задержку в обнаружении смены режима движения, которая будет зависеть от конкретных параметров модели.

Результаты работы могут найти применение в решении практических задач слежения за движущимися объектами.

7. Литература

- [1] Семушин, И.В. и др. Моделирование и оценивание траектории движущегося объекта / И.В. Семушин, А.В. Цыганов, Ю.В. Цыганова, А.В. Голубков, С.Д. Винокуров // Вестник Южно-Уральского

- государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2017. – Т. 10, № 3. – С. 108-119.
- [2] Голубков, А.В. Диагностика режима движения объекта на основе гибридной модели / А.В. Голубков, И.О. Петрищев, А.В. Цыганов, Ю.В. Цыганова // Вестник НГИЭИ. – 2017. – Т. 12, № 79. – С. 22-32.
- [3] Голубков, А.В. Адаптивное оценивание параметров движения объекта на основе гибридной стохастической модели / А.В. Голубков, А.В. Цыганов, Ю.В. Цыганова // Сборник трудов международной конференции и молодежной школы «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ). – Самара: Новая техника, 2018. – С. 2064-2074.
- [4] Hidayat, Z. Decentralized Kalman filter comparison for distributed-parameter systems: A case study for 1D heat conduction process / Z. Hidayat, R. Babuvska, B. De Schutter, A. Nunez // Proceedings of the 16th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA'2011). – Toulouse, France, 2011. – P. 1-8.
- [5] Rao, B. Fully decentralized algorithm for multisensor Kalman Filtering / B. Rao, H. Durrant-Whyte // IEEE Proceedings. – 1991. – Vol. 138(5). – P. 413-420.
- [6] Mahmoud, M.S. Distributed Kalman filtering: a bibliographic review / M.S. Mahmoud, H.M. Khalid // IET Control Theory Appl. – 2013. – Vol. 7(4). – P. 483-501.
- [7] Grewal, M.S. Kalman filtering: theory and practice / M.S. Grewal, A.P. Andrews. – New Jersey: Prentice Hall, 2001.
- [8] Semoushin, I.V. A simple decision generator for detection/selection problems in linear stochastic systems / I.V. Semoushin, A.D. Yurjev, M.S. Sunoplyu // Ученые записки Ульяновского государственного университета. Сер. Фундаментальные проблемы математики и механики. – Ульяновск: УлГУ. – 2004. – Т. 1, № 14. – С. 166-184.
- [9] Bierman, G.J. Maximum likelihood estimation using square root information filters / G.J. Bierman, M.R. Belzer, J.S. Vandergraft, D.W. Porter // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1990. – Vol. 35(12). – P. 1293-1298.

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Ульяновской области в рамках научных проектов № 18-41-732001 и № 18-41-732003.

Decentralized multisensor estimation of motion parameters of an object moving along a complex trajectory

A.V. Golubkov¹, A.V. Tsyganov¹, Yu.V. Tsyganova², I.O. Petrishchev¹

¹Ulyanovsk State Pedagogical University named after I.N. Ulyanov, Lenin square 4/5, Ulyanovsk, Russia, 432071

²Ulyanovsk State University, Lev Tolstoy street 42, Ulyanovsk, Russia, 432017

Abstract. The paper addresses the problem of multisensor estimation of the model parameters of an object moving along a complex trajectory consisting of straight and circular motion segments subject to noisy measurements. To solve the problem, we use a description of a complex object trajectory in the form of a set of linear stochastic models responsible for different parts of the trajectory and a decentralized multisensor algorithm for estimating the object state vector based on the information form of the Kalman filter. The results of numerical experiments confirms the applicability of the proposed approach.