

Цифровой подход к измерению спектра ОУМ вырожденных комбинированных сингулярных пучков в реальном времени

Я.Е. Акимова¹, М.В. Брецько¹, Ю.А. Егоров¹, А.В. Воляр¹

¹КФУ им. В.И. Вернадского, Физико-технический институт, академика Вернадского 4, Симферополь, Россия, 295007

Аннотация. Представлен новый метод измерения спектра оптических вихрей (квадраты амплитуд и начальные фазы), а также орбитального углового момента без разрезов и склеек волнового фронта массива сингулярных пучков. Такое расширение возможностей измерения свойств комбинированных вихревых пучков достигается посредством регистрации моментов интенсивности светового пучка в целом без разрушения его внутренней структуры. Степень корреляции исходного распределения интенсивности и распределения интенсивности с учетом экспериментально полученного спектра вихрей достигает 91%, что указывает на надежность представленного метода.

1. Введение

Быстрое развитие сингулярной оптики стимулирует поиск новых экспресс-методов для создания и измерения композиции оптических вихрей (спектр вихрей) и орбитального углового момента (ОУМ) в сложных массивах параксиальных пучков. Термин «спектр вихрей», используемый в тексте, означает зависимость квадрата амплитуды и начальной фазы от заряда вихря. По своей физической природе оптический вихрь представляет собой простую фазовую структуру с волновым фронтом в виде спирали, тогда как массив оптических вихрей образуют своеобразный фазовый скелет сложного параксиального пучка [1]. Даже слабое возмущение парциальных вихрей массива приводит к искажению фазового скелета и, следовательно, приводит к потере основной информации, встроенной в единый массив. Существует множество подходов к измерению свойств вихрей в массиве, основанные на селекции поверхности волнового фронта на участки (метод Шака-Гартмана) или сортировка массива пучков на парциальные составляющие в соответствии с их азимутальным индексом (например, см. подробный обзор в [2,5,6] и ссылки в них). Все они сопровождаются разрезами волнового фронта и частичной потерей информации.

2. Теоретическая модель пучка и метод измерения

Возможно ли, в принципе, одновременно измерить амплитуду, фазу и ОУМ парциальных вихрей в комплексном массиве пучков без разрушения его внутренней структуры? Использование рефракционных элементов для измерения ОУМ [3] не решает проблему, поскольку они вносят значительные искажения в пучок. Таким образом, мы сосредоточили свое внимание на свойствах функции распределения Вигнера и ее адаптации для оптики в

формы интенсивностей [7,8]. Моменты интенсивности второго порядка позволяют измерять не только определенные параметры парааксиального пучка [10], но также позволяют оценить внутреннюю структуру оптических вихрей без изменения структуры пучка [10].

Представленный новый метод измерения спектра оптических вихрей основывается на регистрации моментов интенсивности высших порядков светового пучка в целом без разрушения его внутренней структуры. За основу комбинированного пучка с массивом оптических вихрей выбрана модель лазерного пучка Лагерра-Гаусса ($LG_{n=0}^m$) в плоскости перетяжки $z=0$. Комплексная амплитуда данного пучка в некоторой плоскости, перпендикулярной оптической оси z , описывается выражением

$$\Psi(r, \varphi, z=0) = \sum_{m=-N}^N C_m LG_{n=0}^m = \sum_{m=-N}^N \frac{C_m r^{|m|} \exp(im\varphi + \beta_m) G(r)}{N_m}, \quad (1)$$

где $G = \exp(-r^2)$ – функция Гаусса, φ – азимутальный угол, $r = \sqrt{x^2 + y^2} / w_0$ – нормированная радиальная координата, $N_m = \sqrt{2^{-m-1} m! \pi}$ – нормировочный множитель, C_m и β_m – амплитуды и начальные фазы парциальных пучков.

Составляя систему линейных уравнений, основанных на комбинации моментов интенсивности, можно померять основные характеристики массива комбинированных сингулярных пучков, где в левой части уравнений стоят моменты интенсивности $J_{p,q}$, которые измеряются на эксперименте, а в правой части – искомые величины $|C_m|^2$,

$$J_{2p,0} = \sum_{m=0}^{N-1} \frac{(m+p)!}{\sqrt{2^{2m+p} m!}} C_m^2, \quad p=1,2,3,\dots,N-2; \quad (2)$$

$$J_{2p,0} = \iint_S r^{2p+1} \Im(r, \varphi) dS.$$

$\Im(r, \varphi)$ – распределение интенсивности поля, которая записана в виде

$$\begin{aligned} \Im(r, \varphi) = \Psi^* \Psi = & \sum_{m=0}^{N-1} \frac{C_m^2}{N_m^2} r^{2m} G^2 + 2 \sum_{\substack{m,n=0, \\ m \neq n}}^{N-1} \frac{C_n C_m}{N_m N_n} r^{m+n} \cos[(m-n)\varphi] \times \\ & \times \cos \beta_{m,n} G^2 - 2 \sum_{\substack{m,n=0, \\ m \neq n}}^{N-1} \frac{C_n C_m}{N_m N_n} r^{m+m} \times \sin[(m-n)\varphi] \sin \beta_{m,n} G^2, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\beta_{mn} = \beta_m - \beta_n$, $G = \exp(-r^2)$ – функция Гаусса, $r = \sqrt{x^2 + y^2} / w_0$ – нормированная радиальная координата.

Чтобы система уравнений стала замкнутой, полагаем $p=1/2$ и находим

$$\sqrt{J_{2,0} + J_{0,2}} = \sum_{m=0}^{N-1} \frac{m+1/2}{4\sqrt{2} m!} \Gamma(m+1/2) C_m^2 \quad (4)$$

Полученная система уравнений ставит в взаимно однозначности соответствие множество моментов интенсивности с множеством квадратов интенсивности C_m^2 и перекрестных членов X_m и Y_m . Разность начальных фаз β_{mn} находим как $\text{tg} \beta_{mn} = Y_m / X_m$. Если задать $\beta_0 = 0$, то можно найти все остальные начальные фазы β_m из системы линейных уравнений $\beta_{mn} = \beta_m - \beta_n$.

Это значит, что моменты интенсивности вырождены относительно знака топологического заряда оптических вихрей. Отсюда следует, что данный метод нельзя использовать для вырожденных массивов вихрей.

3. Эксперимент и обсуждение результатов

На основе выше описанного метода измерений квадратов коэффициентов вихревых пучков волнового массива была разработана экспериментальная установка, приведенная на рисунке 1, которая позволяет измерять не только спектр вихрей, но и ОУМ массива. Свет от Основная мода He-Ne лазера ($\lambda = 0.632 \text{ мкм}$) проходит через поляризатор P пространственный фильтр FF и попадает на пространственный модулятор SLM (Thorlabs Exulus 4K UHD, с разрешением 3840×2160 пикселей). Жидкокристаллический элемент модулятора управляется с помощью компьютера, программа которого создает требуемый рельеф голографической решетки. Отраженный пучок переносит массив оптических вихрей с заданными значениями амплитуд C_m , начальных фаз β_m и топологических зарядов m (m принимает значения от 0 до 9). Далее комбинированный пучок расщепляется делительной призмой BS на два плеча. В первом плече сферическая линза L2 проецирует комбинированный пучок на входное окно CCD1 камеры (Thorlabs DCC1645C High Resolution, с разрешением 1920×1080 пикселей), расположенное в фокальной плоскости сферической линзы. CCD1 камера сопряжена с компьютером.

Во втором плече сферическая линза L1 проецирует пучок в плоскость цилиндрической линзы CL. В свою очередь, цилиндрическая линза проецирует пучок на входное окно CCD2 камеры (Thorlabs DCC1645C High Resolution, с разрешением 1920×1080 пикселей), расположенное в фокальной плоскости этой линзы. CCD2 камера также сопряжена с компьютером. Выходные сигналы SLM модулятора и обеих CCD камер синхронизированы между собой таким образом, чтобы результаты измерений выводились на экран монитора в реальном масштабе времени.

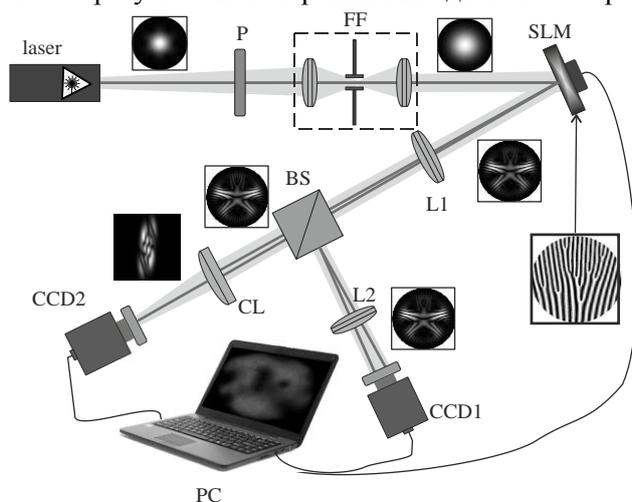


Рисунок 1. Экспериментальная установка для измерения спектра вихрей и ОУМ массива сингулярных пучков. P – поляризатор, FF – пространственный фильтр, SLM – пространственный модулятор пучка, L1, L2 – сферические линзы с фокальным расстоянием, BS – делительная призма, CL – цилиндрическая линза с фокальным расстоянием, CCD1,2 – CCD камеры.

Измерения ОУМ всего массива вихрей проводились согласно методу, подробно описанному в работе [9] согласно формуле

$$\ell_z = \frac{4\pi}{\lambda f_{cyl}} J_{xy} = \frac{4\pi}{\lambda f_{cyl}} \frac{\iint_S x \cdot y \cdot \mathfrak{I}_{cyl}(x, y) dS}{\iint_S \mathfrak{I}_{cyl}(x, y) dS}. \quad (5)$$

Для оценки погрешности измерений мы использовали функцию корреляции между исходным распределением интенсивности $\mathfrak{I}_m(x, y)$ и экспериментальными значениями $\mathfrak{I}_{ex}(x, y)$ со спектром вихрей.

Результаты калибровочных измерений иллюстрируют гистограммы на рисунке 5. и рисунке 6. На гистограммах приведена зависимость квадрата амплитуды C_m^2 (рисунок 5.) и начальной фазы β_m (рисунок 6.) от топологического заряда m парциальных вихрей. Сравнение теоретических и экспериментальных результатов показала, что относительная ошибка

измерений квадрата амплитуды не превышает 5%, фазы 6-7%. Для величины ОУМ ошибка составила 7%.

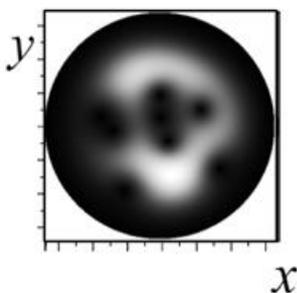


Рисунок 2. Теоретическое распределение интенсивности массива вихрей.

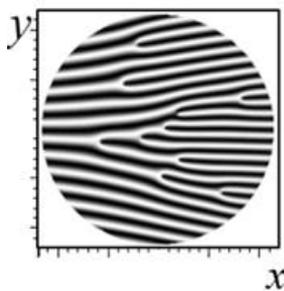


Рисунок 3. Голографическая решетка на SLM модуляторе.

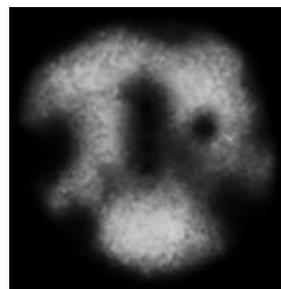


Рисунок 4. Распределение интенсивности, полученное в ходе эксперимента.

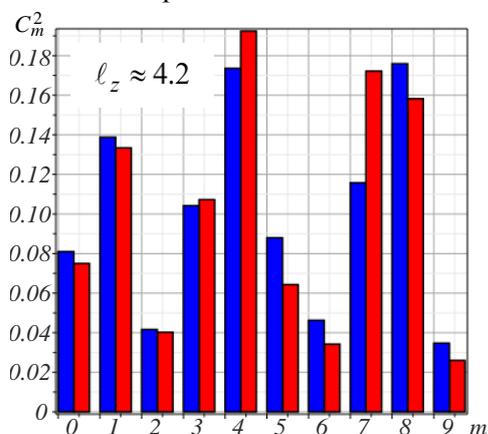


Рисунок 5. Диаграмма распределения квадрата амплитуд массива вихрей для $N=10$ (теория и эксперимент); l_z – значение орбитального углового момента, полученного на эксперименте для всего массива (в теории $l_z = 3.9$).

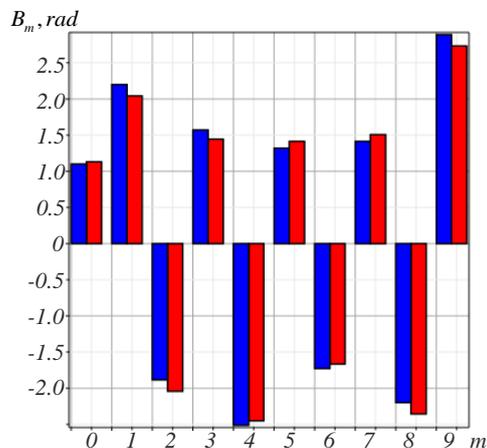


Рисунок 6. Диаграмма распределения начальных фаз массива вихрей для $N=10$ (теория и эксперимент).

По полученным на эксперименте амплитудным коэффициентам было восстановлено распределение интенсивности исходного массива. Степень корреляции исходного распределения интенсивности и распределения интенсивности, с учетом экспериментально полученного спектра вихрей, достигает 91%, что указывает на надежность представленного метода.

Таким образом, мы разработали основы метода измерения спектрального состава вихрей в сложных невырожденных комбинированных сингулярных пучках, который основан на регистрации моментов интенсивности $J_{p,q}$ в плоскости перетяжки. При этом световой пучок не подвергается каким-либо преобразованиям, разрушающим структуру волнового фронта.

4. Литература

- [1] Gbur, G. Singular optics / G.J. Gbur. – New York: CRC Press, 2017. – 564 p.
- [2] Soifer, V. Laser beam mode selection by computer-generated holograms / V. Soifer, M. Golub. – Boca Raton: CRC Press, 1994. – 224 p.
- [3] Mair, A. Entanglement of the orbital angular momentum states of photons / A. Mair, A. Vaziri, G. Weihs, A. Zeilinger // Nature. – 2001. – Vol. 412(6844). – P. 313.
- [4] Singh, H. Quantum Key Distribution Protocols / H. Singh, D. Gupta, A. Singh // Review. Journal of Computer Engineering. – 2014. – Vol. 16. – P. 1-9.

- [5] Khonina, S. Generation and selection of laser beams represented by a superposition of two angular harmonics / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, K. Jefimovs, J. Turunen // *J. Mod. Opt.* – 2004. – Vol. 51. – P. 761-773.
- [6] Khonina, S. Measuring the light field orbital angular momentum using DOE / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, P. Paakkonen, J. Turunen // *Optical Memory and Neural Networks.* – 2001. – Vol. 10(4). – P. 241-255.
- [7] Wigner, E. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium / E. Wigner // *Phys. Rev.* – 1932. – Vol. 40. – P. 749-759.
- [8] Hu, M. Visual Pattern Recognition by Moment Invariants / M. Hu // *IRE Trans. Info. Theory.* – 1962. – Vol. IT-8. – P. 179-187.
- [9] Alperin, N. Quantitative measurement of the orbital angular momentum of light with a single, stationary lens. / N. Alperin, R.D. Niederiter J.T. Gopinath, K.E. Siements // *Opt. Letters.* – 2016. – Vol. 41. – P. 5019 5022.
- [10] Bekshaev, A. Optical vortex symmetry breakdown and decomposition of the orbital angular momentum of light beams / A. Bekshaev, M. Soskin, M. Vasnetsov // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2003. – Vol. 20. – P. 1635-1643.

Благодарности

Исследование выполнено в рамках поддержанного федеральным государственным автономным образовательным учреждением высшего образования «Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского» гранта № ВГ24/2018.

A digital approach to measuring the spectrum of the OAM of real-time degenerate combined singular beams

Ya.E. Akimova¹, M.V. Bretsko¹, Yu.A. Egorov¹, A.V. Volyar¹

¹V.I. Vernadsky Crimean Federal University, Physical Technical Institute, Vernadskogo 4, Simferopol, Russia, 295007

Abstract. We Present a new method for measuring the spectrum of optical vortices (amplitude squares and initial phases), as well as the orbital angular momentum without cuts and glues of the wave front of the array of singular beams. This expansion of the ability to measure the properties of combined vortex beams is achieved by recording the intensity moments of the light beam as a whole without destroying its internal structure. The degree of correlation between the initial intensity distribution and the intensity distribution, taking into account the experimentally obtained vortex spectrum, reaches 91%, which indicates the reliability of the presented method.