Численное моделирование лабиринтного уплотнения с учетом вибраций ротора газоперекачивающего агрегата в аэроупругой постановке

Л.Н. Бутымова^а, В.Я. Модорский^а

^а Пермский национальный исследовательский политехнический университет, 614099, пр. Комсомольский, 29, Пермь, Россия

Аннотация

В статье рассматриваются вопросы, связанные с взаимовлиянием вибраций и газодинамических процессов в лабиринтных уплотнениях компрессоров (ЛУ) газоперекачивающих агрегатов. Изучается взаимовлияние колебательных газодинамических процессов в ЛУ и вибраций ротора. В рамках унифицированного алгоритма получено решение нестационарной аэроупругой одномерной задачи о течении газа в деформируемом ЛУ. Выявлен новый фактор (диаметр ротора в районе ЛУ), влияющий на величину пульсаций газодинамической силы в ЛУ. Изменив диаметр ротора, можно снизить вибрации. При этом, можно уменьшить назначаемые зазоры в ЛУ и снизить утечки.

Ключевые слова: аэроупругость; вибрации ротора; лабиринтные уплотнения; унифицированный алгоритм; напряжения; давление; деформации; перемещения

1. Введение

Для обеспечения бесконтактного соединения между вращающимся ротором и неподвижным корпусом в авиационных двигателях [16], насосах высокого давления [13, 14] и др. применяют лабиринтные уплотнения (ЛУ). В уплотнениях лабиринтного типа рабочая среда герметизируется за счет дросселирования ее при движении через последовательно расположенные сужения и расширения.

Основной задачей ЛУ является обеспечение герметичности ротора, поэтому процессы расширения и сужения потока, протекающие в ЛУ, принято рассматривать в направлении параллельно оси ротора. Однако чтобы обеспечить аэровиброустойчивость, необходимо учитывать процессы движения рабочей среды, протекающие в окружном направлении ЛУ при вибрациях ротора. При этом необходимо отметить следующее, учет последовательно расположенных сужений и расширений оказывает влияние на амплитуду колебаний в газодинамической полости между ЛУ и ротором, а также усиливает неравномерность потока. Следовательно, отказ от учета этих элементов при аэроупругом расчете [15, 21] может дать дополнительный запас с точки зрения снижения колебаний в ЛУ и, что немаловажно для решения связанных задач [18] механики сплошных сред [19], снизить трудоемкость и время счета.

Исходя из вышесказанного, расчет ЛУ заменяется расчетом щелевого уплотнения, эквивалентного (с запасом) лабиринтному, если мы рассматриваем процессы, протекающие в окружном направлении ЛУ.

Как известно, эксплуатация ЛУ происходит при высоких температурах и высоких скоростях вращения. При критических условиях эксплуатации на конструкцию ЛУ воздействуют значительные нагрузки со стороны газодинамического потока, также как и конструкция влияет на газодинамический поток. Влияние этого процесса неоднозначно и требует более детального исследования. Публикации, связанные с вибрационными процессами в ЛУ на вибрации роторов, рассматривают влияние прецессии [11], геометрических характеристики ЛУ [12] и не учитывают влияние газодинамических сил.

Газодинамические процессы, возникающие в ЛУ при вибрациях ротора, вызванных, в свою очередь, например, технологическими дисбалансами, могут отставать по фазе от колебаний ротора. При этом необходим анализ возможности усиления или ослабления вибраций роторов и зависимости этих процессов от характеристик ЛУ [9-10].

Классическая постановка задачи о вибрациях позволяет учесть влияние конструктивных [20], физико-механических и технологических параметров на вибрации, но не позволяет учесть влияние газодинамических нагрузок.

При рассмотрении задачи о влиянии вибраций на газодинамические процессы в лабиринтных уплотнениях центробежного модельного компрессора газоперекачивающего агрегата в однонаправленной динамической связанной постановке появляется возможность учесть газодинамические факторы [1-3, 17]. Кроме того, появляется возможность расчета параметров колебаний газодинамических сил, воздействующих на ротор [4-8].

2. Объект исследования

Разработана физическая модель, описывающая работу ЛУ в аэроупругой постановке. В качестве модели рассматривается развертка ЛУ, ширина которой соответствует ширине ЛУ. В однонаправленной FSI-постановке движение ротора заменено на движение поршней, расположенных диаметрально-противоположно, и движущихся с заданными амплитудой и частотой (рис.1). Длина развертки равна длине окружности приведенной по средней линии газодинамической полости, расположенной между вращающимся ротором и неподвижным ЛУ.

Модель квазидвумерная, динамическая.



Рис. 1. Формирование расчетной схемы ЛУ (однонаправленнаяFSI-постановка).

Таким образом колебания ротора в зазоре ЛУ моделируются нелинейной динамической квазидвумерной газодинамической моделью развертки зазора ЛУ с подвижными границами. Выдавливание газа при уменьшении зазора и заполнение свободного объема газом при увеличении зазора в процессе колебаний ротора в ЛУ моделируется двумя движущимися по гармоническому закону поршнями. Частота их колебаний одинаковая и соответствует частоте колебаний ротора, рассчитанной исходя из длины пробега волны, равной длине дуги окружности, описывающей ротор. Амплитуды колебаний поршней равны (формула 1). В процессе счета в контрольных точках фиксируются колебания перемещений, скоростей, давлений и газодинамической силы, действующей на ротор в районе ЛУ. При этом может наблюдаться смещение этих колебаний на (ϕ_U) относительно двух параметров: газодинамической силы, действующей на ротор в районе ЛУ, и перемещений ротора. При различных фазах (ϕ_U) могут наблюдаться сходящиеся, расходящиеся и установившиеся колебательные процессы.

Математическое описание газоупругого процесса в указанной постановке включает в себя следующие соотношения:

$$\frac{\partial \rho_{\Gamma}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{\Gamma} \bar{V}_{\chi}}{\partial x} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho_{\Gamma} V_{X\Gamma}}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho_{\Gamma} V_{X\Gamma} \vec{V}_{X\Gamma} \right)}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial x} = 0$$
⁽²⁾

$$\frac{\partial \rho_{\Gamma} E}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho_{\Gamma} E \vec{V}_{X\Gamma}\right) \rho_{\Gamma} E}{\partial x} + \frac{\partial \left(P \vec{V}_{X}\right)}{\partial x} = 0$$
(3)

$$P = \rho_{\Gamma} \left(k - 1 \right) \left(E - V_{\chi \Gamma}^{2} / 2 \right)$$
(4)

$$\frac{\partial \rho_{\rm K}}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho_{\rm K} V_{\rm XK}\right)}{\partial r} = 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial \left(\rho_{\mathbf{k}} V_{\mathbf{X}\mathbf{k}}\right)}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_{\mathbf{X}\mathbf{X}}}{\partial x} = 0 \tag{6}$$

$$U_x = U_{x0} + \int_0^t V_{x\kappa}(t) dt \tag{7}$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial U_x}{\partial r} \tag{8}$$

$$\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx}$$

- начальные условия

при *t* = 0 (газ):

$$P = P_0, \ \rho_{\Gamma} = \rho_{0\Gamma}, \ E = P_0 / \rho_{0\Gamma} (k-1)$$
(10)

при t = 0 (НДС):

 $\sigma_{xx} = 0$, $\varepsilon_{xx} = 0$, $U_{x0} = 0$, $V_x = 0$

граничные условия (НДС)

а) «жесткая стенка»

(«прилипание») («проскальзывание»)

 $V_{XK} = 0$, $V_{XK} = 0$, (11)

а) газ-конструкция

$$\sigma_{XX} = -P_{\Gamma P} \qquad \qquad V_{XK} = V_{X\Gamma}$$

Граничное условие движения поршней:

$$V_{\text{JEB, HOPHIH}} = -V_0 \sin(\omega t); V_{\text{HDBB, HOPHIH}} = V_0 \sin(\omega t)$$
(12)

где V_0 – амплитуда колебаний поршня, \mathcal{O} – частота колебаний поршня.

Разработанная математическая модель, является основой унифицированного алгоритма.

3. Описание результатов

3.1. Анализ влияния геометрических характеристик

В однонаправленной аэроупругой постановке решение с использованием уравнений (1-4), начальных и граничных условий, позволило получить следующие результаты.

При исследовании зависимости колебаний давления в газодинамической полости ЛУ от геометрических характеристик ЛУ. Диаметры ротора в зоне ЛУ варьировалисьи принимали значения 65, 130, 195 или 260 мм, рабочее тело газодинамической полости – воздух, показатель адиабаты равен 1,4 плотность ρ =1,29 кг/м³.

С увеличением диаметра вала с 65мм до 260мм отмечается колебания давления газодинамической полости, имеющие периодический характер изменения по времени (рис.2). Амплитуда давления составляет 101368.8Па. При D=65мм, при D=130мм амплитуда давления составляет 148792.2Па, а при D=195мм амплитуда давления составляет 107577.7Па, при D=260мм амплитуда давления составляет 101732.1Па.



Рис. 1. Зависимость давления газодинамического зазора вблизи ЛУ от времени при различных геометрических характеристиках ЛУ.

(9)

Таблица 1. Сводная таблица результатов исследования зависимости амплитуды давления при различных значениях геометрических характеристик ЛУ

Номер вычислительного эксперимента	1	2	3	4
Диаметр ротора D, мм	65	130	195	260
Максимальная амплитуда давления U _P , МПа	0,1	0,15	0,11	0,102

При исследовании зависимости колебаний температуры в газодинамической полости от геометрических характеристик ЛУ диаметры ротора в зоне ЛУ варьировались и принимали значения 65, 130, 195 или 260 мм, рабочее тело газодинамической полости – воздух, показатель адиабаты равен 1,4 плотность ρ =1,29 кг/м³.

С увеличением диаметра вала с 65мм до 260мм отмечается колебания температуры газодинамической полости, имеющие периодический характер изменения по времени (рис.3). Амплитуда температуры составляет 272.4936К. При D=65мм, при D=130мм амплитуда температуры составляет 323.6043К, а при D=195мм амплитуда температуры составляет 279.0668К, при D=260мм амплитуда температуры составляет 274.4728К.



Рис. 2. Зависимость температуры газодинамического зазора вблизи ЛУ от времени при различных геометрических характеристиках ЛУ.

Таким образом, при проектировании ЛУ необходимо учитывать геометрические размеры ротора и зазора между ротором и ЛУ, с целью понижения возможных вибраций.

Таблица 2. Сводная таблица результатов исследования зависимости амплитуды температуры при различных значениях геометрических характеристик ЛУ

Номер вычислительного эксперимента	1	2	3	4
Диаметр ротора D, мм	65	130	195	260
Амплитуда температуры U _T , K	272.4936	323.6043	279.0668	274.4728

3.2. Анализ влияния кинематических параметров

При исследовании зависимости колебаний давления в газодинамической полости ЛУ от кинематических параметров скорости распространения колебаний газа в окружном направлении варьировались и принимали значения 3.5, 7.0 или 10.5 м/с, рабочее тело газодинамической полости – воздух, показатель адиабаты равен 1,4 плотность ρ =1,29 кг/м³.

С увеличением скорости с 3.5м/с до 10.5м/с отмечаются колебания давления газодинамической полости, имеющие периодический характер изменения по времени (рис.4). Амплитуда давления составляет 100918.3Па при V=3.5м/с. При V=7.0м/с амплитуда давления составляет 103000Па, а при V=10.5м/с амплитуда давления составляет 104419Па.





Таблица 3. Сводная таблица результатов исследования зависимости амплитуды давления при различных значениях кинематических параметров ЛУ

Номер вычислительного эксперимента	1	2	3
Скорость распространения колебаний газа в окружном направлении ЛУ, м/с	3,5	7,0	10,5
Максимальная амплитуда давления U _P , МПа	0,101	0,103	0,104

При исследовании зависимости колебаний температуры газодинамической полости в ЛУ от кинематических параметров скорости распространения колебаний газа в окружном направлении варьировались и принимали значения 3.5, 7.0 или 10.5м/с, рабочее тело газодинамической полости – воздух, показатель адиабаты равен 1,4 плотность воздуха ρ =1,29 кг/м³.

С увеличением скорости с 3.5м/с до 10.5м/с отмечаются колебания температуры газодинамической полости, имеющие периодический характер изменения по времени (рис.5). Амплитуда температуры составляет 271.9472К при =3.5м/с. При V=7.0м/с амплитуда температуры составляет 275.1519К, а при V=10.5м/с амплитуда температуры составляет 279.8211К.



Рис. 4. Зависимость температуры газодинамического зазора ЛУ от времени при различных кинематических параметрах.

Таблица 4. Сводная таблица результатов исследования зависимости амплитуды температуры при различных значениях кинематических параметров ЛУ

Номер вычислительного эксперимента	1	2	3
Скорость			
распространения колебаний газа в окружном направлении ЛУ, м/с	3,5	7,0	10,5
Амплитуда температуры U _T , К	271.9472	275.1519	279.8211

3.3. Анализ влияния характеристик рабочего тела

При исследовании зависимости колебаний давления в газодинамической полости ЛУ от характеристик рабочего тела показатель адиабаты варьировался и принимал значения 1.1, 1.25 или 1.4 плотность ρ =1,29 кг/м³.

С увеличением показателя адиабаты с 1.1 до 1.4 отмечаются колебания давления газодинамической полости, имеющие периодический характер изменения по времени (рис.6). Амплитуда давления составляет 102880.5 Па при k=1.1. При k=1.25 амплитуда давления составляет 102816.3 Па, а при k=1.4 амплитуда давления составляет 1003003Па.



Рис. 5. Зависимость давления газодинамического зазора ЛУ от времени при различных характеристиках рабочего тела.

Таблица 5. Сводная таблица результатов исследования зависимости амплитуды давления при различных характеристиках рабочего тела в ЛУ

Номер вычислительного эксперимента	1	2	3
Показатель адиабаты, k	1,1	1,25	1,4
Максимальная амплитуда давления U _P , МПа	0,103	0,103	0,1

При исследовании зависимости колебаний температуры газодинамической полости в ЛУ от характеристик рабочего тела показатель адиабаты варьировался и принимали значения1.1, 1.25 или 1.4, плотность ρ =1,29 кг/м³.

С увеличением показателя адиабаты с 1.1 до 1.4 отмечаются колебания температуры газодинамической полости, имеющие периодический характер изменения по времени (рис.7). Амплитуда температуры составляет 271.8515К при k=1.1. При k=1.25 амплитуда температуры составляет 274.0991К, а при k=1.4 амплитуда температуры составляет 275.1212К.



Рис. 6. Зависимость давления газодинамического зазора ЛУ от времени при различных характеристиках рабочего тела.

Таблица 6. Сводная таблица результатов исследования зависимости амплитуды температуры при различных значениях кинематических параметров ЛУ

Номер вычислительного	1	2	3
эксперимента	1	2	5
Показатель адиабаты, k	1,1	1,25	1,4
Амплитуда температуры U _т , К	271.8515	274.0991	275.1212

3.4. Анализ влияния физико-механических характеристик

В двунаправленной аэроупругой постановке была сформирована расчетная схема ЛУ (рис.8) и получено решение с использованием уравнений (1-9), а такженачальныхи граничных условий, позволило получить следующие результаты.



Рис. 7. Формирование расчетной схемы ЛУ (двунаправленная FSI-постановка).

При исследовании зависимости колебаний давления газодинамической полости в ЛУ от физико-механических характеристик ЛУ плотность материала задавалась ρ =7800 кг/м³, акоэффициент Пуассона µ=0,35, модуль упругости варьировался 50, 100, 150, 200 ГПа. При повышении модуля упругости с 50ГПа до 200ГПа амплитудапериодическихколебанийдавлениягазодинамическойполостивовремениснижается в 5 раз. Амплитуда давления составляет 1 МПа при E=50ГПа. При E=100ГПа амплитуда давления составляет 0,5 МПа, а при E=150 ГПа амплитуда давления составляет 0,3 МПа, при E=200 ГПа амплитуда давления составляет 0,2 МПа (рис.9). На рисунке 9 показана зависимость колебаний давления в газодинамическом зазоре ЛУ от времени при различных физико-механических характеристиках ЛУ.



Рис. 8. Зависимость колебаний давления в газодинамическом зазоре ЛУ от времени при различных физико-механических характеристиках ЛУ.

Таблица 7. Сводная таблица результатов исследования зависимости амплитуды колебаний давления при различных значениях фихико-механических характеристиках ЛУ

Номер вычислительного эксперимента	1	2	3	4
Модуль упругости Е, ГПа	50	100	150	200
Амплитуда давления U _P , МПа	1	0,5	0,3	0,2

При исследовании зависимости перемещений в конструкции ЛУ от физико-механических характеристик плотность материала ЛУ задавалась ρ =7800 кг/м³, коэффициент Пуассона μ =0,35, показатель адиабаты k=1.4, плотность воздуха ρ =1,29 кг/м³, P_0 =0.1МПа, соотношение расчетных ячеек в конструкции к общему числу расчетных ячеек FL=0.96, модуль упругости варьировался 50, 100, 150 и 200 ГПа. Вблизи газодинамического зазора при повышении Е с 50ГПа до 200ГПа наблюдаются колебания перемещений в конструкции ЛУ. Колебания носят периодический характер изменения и устойчивы по времени. Амплитуда перемещений составляет 1×10⁻²мкм при E=50ГПа. При E=100ГПа амплитуда перемещений составляет 5×10⁻³мкм, а при E=150 ГПа амплитуда перемещений составляет 3×10⁻³мкм, при E=200 ГПа амплитуда перемещений составляет 2.3×10⁻³мкм (рис.10). На рисунке 11 показана зависимость перемещений в конструкции ЛУ от времени при различных физико-механических характеристиках ЛУ.



Рис. 9. Зависимость перемещений в конструкции ЛУ от времени при различных физико-механических характеристиках ЛУ.

Таблица 8. Сводная таблица результатов исследования зависимости перемещений в конструкции ЛУпри различных значениях фихико-механических характеристиках ЛУ

Номер вычислительного	1	2	3	Δ
эксперимента	1	2	5	4
Модуль упругости Е, ГПа	50	100	150	200
Амплитуда перемещений U _A , мкм	1×10 ⁻²	5×10 ⁻³	3×10 ⁻³	2.3×10 ⁻³

4. Выводы

1. С увеличением скорости волны сжатия, возникающей от сближения ротора с поверхностью ЛУ при вибрациях, с 3.5м/с до 10.5м/с амплитуда газодинамической силы возрастает с 23.6H до 45.5H. При этом частота не изменяется и равна 400Гц. При собственной частоте ротора равной 808 Гц можно ожидать, что при минимальном значении скорости перетекания газа в окружном направлении могут возникать слабые вибрации.По мере увеличения скорости можно ожидать увеличение вибраций в ЛУ.

2. С увеличением диаметра вала с 65мм до 260мм максимальная амплитуда газодинамической силы наблюдается при диаметре равном 130мм и равна 82.7Н, минимальное значение амплитуды газодинамической силы наблюдается при диаметре равном 65мм с 7.7Н, частота равна 400Гц. Максимальная частота газодинамической силы равна 770Гц при диаметре равном 65мм. Минимальная частота газодинамической силы равна 406Гц при диаметре равном 65мм. Минимальная частота газодинамической силы равна 770Гц при диаметре равном 65мм. Минимальная частота газодинамической силы равна 406Гц при диаметре равном 260мм. Видно, что с увеличением диаметра ротора наблюдается рост номинальных значений газодинамической силы. Это объясняется увеличением площади ротора при неизменном номинальном давлении. При этом максимальные амплитуды газодинамической силы наблюдаются при частоте колебаний ротора f_P равной первой собственной частоте окружных колебаний давления газодинамической полости в зазоре. Амплитуды колебаний давления газодинамической полости в зазоре. Еще ниже амплитуды колебаний газодинамической силы при частоте колебаний ротора f_P равной второй собственной частоте окружных колебаний давления газодинамической полости в зазоре. Еще ниже амплитуды колебаний газодинамической силы при частоте колебаний ротора f_P равной четвертой собственной частоте окружных колебаний газодинамической полости в зазоре. Также низкой оказалась амплитуда колебаний газодинамической силы при частоте собственных колебаний газодинамической полости в колебаний газодинамической полости в зазоре. Также низкой оказалась амплитуда колебаний газодинамической силы при частоте собственных колебаний газодинамической полости в собственной частоте ротора.

3. С увеличением показателя адиабаты k с 1.1 до 1.4 амплитуда колебаний газодинамической силы возрастает с 29.63Н до 35.15Н, а частота колебаний газодинамической силы падает с 392Гц до 388Гц. Таким образом, отметим слабое влияние характеристик рабочего тела на вибрации в ЛУ.

4. С увеличением модуля упругости с 50ГПа до 200ГПа амплитуда колебаний давления уменьшается с 0.97МПа до 0.19МПа, частота колебаний давления повышается с 134кГц до 256кГц. Анализ влияния физико-механических характеристик на вибрации в ЛУ показал, что при более жестком материале скорости деформации ниже, чем при более мягком материале. При этом перемещения в более мягком материале при заданных нагрузках имеют порядок 1×10⁻²мкм. В более жестком материале амплитуда перемещений ниже на порядок.

5. Изменив диаметр ротора, можно снизить вибрации. При этом, можно уменьшить назначаемые зазоры в ЛУ и снизить утечки.

Благодарность

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №14-19-00877).

Литература

- [1] Бутымова, Л.Н. Влияние вибраций на газодинамические процессы в лабиринтных уплотнениях центробежного модельного компрессора газоперекачивающего агрегата / Л.Н.Бутымова // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическаятехника. – 2016. – № 47. – С. 243-259.
- [2] Butymova, L.N. Numerical modeling of interaction in the dynamic system "gas-structure" with harmonic motion of the piston in the variable section pipe / L.N. Butymova, V. Ya. Modorskii, V. Yu. Petrov // AIP Conference Proceedings. – 2016. – Vol. 1770. – P. 030103-1-030103-5.
- [3] Butymova, L.N. One-way FSI simulation of the phase and the geometric parameters of the model of compressor blades on the oscillating gas-dynamic processes pipe / L.N. Butymova, V. Ya. Modorskii // MATEC Web Conf. 2016. Vol. 75. P.4.
- [4] Бутымова, Л.Н. Численное моделирование влияния кинематических параметров на колебания лопаток модельного компрессора в системе «газконструкция» / Л.Н.Бутымова, В.Я.Модорский, В.Ю.Петров // Научно-технический вестник Поволжья. – 2015. – № 5. – С. 157-160.
- [5] Бутымова, Л.Н.Экспериментальная оценка амплитудных и фазовых характеристик процесса взаимодействия газодинамического потока и конструкции / Л.Н.Бутымова, В.Я.Модорский, А.Ф. Шмаков // Научно-технический вестник Поволжья. – 2014. – № 5. – С. 127-129.
- [6] Бутымова, Л.Н. Исследование газодинамического потока и конструкции в модельной экспериментальной установке / Л.Н.Бутымова, В.Я.Модорский // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Вычислительная математика и информатика. – 2014. – Т. 3. – № 2. – С. 92-100.
- [7] Бутымова, Л.Н. Исследование колебательных процессов на резонансных режимах в модельной установке / Л.Н.Бутымова, В.Я.Модорский // Научно-технический вестник Поволжья. – 2013. – № 6. – С. 193-196.
- [8] Бутымова, Л.Н. Разработка экспериментальной установки и исследование влияния материала корпуса на резонансные частоты в системе «газконструкция» / Л.Н.Бутымова, В.Я.Модорский, Ю.В. Соколкин // Научно-технический вестник Поволжья. – 2013. – № 6. – С. 197-200.
- [9] Мехоношина, Е.В. Разработка методики численного моделирования аэроупругой работы компрессора / Е.В. Мехоношина, В.Я. Модорский // Научно-технический вестник Поволжья. – 2014. – № 5. – С. 264-268.
- [10] Mekhonoshina, E. V. Impact of magnetic suspension stiffness on aeroelastic compressor rotor vibrations of gas pumping units / E. V. Mekhonoshina, V. Ya. Modorskii // AIP Conference Proceedings.- 2016.- Vol.1770. C. 030113-1-030113-5.
- [11] Макаров, А.А. Иженерные и теоретические задачи применения лабиринтных уплотнений в высокоскоростных роторных машиннах / А.А.Макаров, Н.Н.Зайцев // Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника. – 2015. – № 42. – С. 61-81.
- [12] Брыкин Б.В., Евдокимов И.Е. Численное моделирование эксперимента по исследованию течения в лабиринтном уплотнении [Электронный ресурс] // Труды МАИ. №61. URL: http://mai.ru/ science/trudy/published.php?ID=35499 (дата обращения: 02.02.2017).
- [13] Модорский, В.Я. Анализ влияния конструкции входа в соединительный канал на колебательные процессы в первой ступени модельного двухступенчатого насоса / И.А. Арбузов, А.А. Ташкинов, Д.В. Щенятский, Б.Е. Кириевский, Р.В. Бульбович, В.Я. Модорский, П.В. Писарев // Научно-технический вестник Поволжья. – 2012.– № 6. – С. 108-111.
- [14] Gaynutdinova, D. F. Experimental modeling of cavitation occurring at vibration / D. F. Gaynutdinova, V. Ya. Modorskii, N. A. Shevelev // AIP Conference Proceedings.- 2016.- Vol.1770. – P. 030111-1-030111-4.
- [15] Shmakov, A. F. Numerical simulation of gas-dynamic, thermal processes and evaluation of the stress-strain state in the modeling compressor of the gasdistributing unit / A. F. Shmakov, V. Ya. Modorskii // AIP Conference Proceedings.- 2016.- Vol.1770. – P. 030108-1-030108-5.
- [16] Babushkina, A. V. Modeling technique for the process of liquid film disintegration / A. V. Babushkina, V. Ya. Modorskii, A. M. Sipatov, D. Yu. Kolodyazhny, V. S. Nagorny // AIP Conference Proceedings.- 2016. Vol.1770. P. 030109-1-030109-7.
- [17] Kalyulin, S. L. Numerical design of the rectifying lattices in a small-sized wind tunnel / S. L. Kalyulin, V. Ya. Modorskii, A. P. Paduchev // AIP Conference Proceedings.- 2016. - Vol.1770. – P. 030110-1-030110-4.
- [18] Modorskii, V. Ya. Research of aerohydrodynamic and aeroelastic processes on PNRPU HPC system / V. Ya. Modorskii, N. A. Shevelev // AIP Conference Proceedings.- 2016. - Vol.1770. – P. 030110-1-030110-4.
- [19] Модорский, В.Я. Численное исследование актуальных проблем машиностроения и механики сплошных и сыпучих сред методом крупных частиц. Исследование актуальных проблем механики и машиностроения / М.Ж. Акжолов, П.М. Алабужев, А.В. Алиев, Л.М. Артищева, Л.Г. Бойко, Н.Л. Горский, Ю.А. Гришин, И.М. Давыдова, М.Ю. Егоров, И.Х. Еникеев, В.М. Кельберг, В.А. Комочков, В.В. Кондрашев, П.И. Косовцев, В.А. Котельников, А.Е. Котин, М.Г. А.М. Круглов, Липанов, В.И. Макаров, О.Г. Маслова, В.Я. Модорский и др. – Москва: Национальная Академия прикадных наук, Международная ассоциация разработчиков и пользователей метода крупных частиц., 1995. – Том 5. – 1658 С.
- [20] Модорский, В.Я. Параллельный расчет газодинамического процесса в крупногабаритном нагнетателе / В.Я. Модорский, А.Ф. Шмаков, Л.Н. Бутымова, Д.Ф. Гайнутдинова, Е.В. Мехоношина, С.Л. Калюлин // В сборнике: Научный сервис в сети Интернет: многообразие суперкомпьютерных миров Труды Международной суперкомпьютерной конференции. Российская академия наук Суперкомпьютерный консорциум университетов России. 2014. С. 258-262.
- [21] Shmakov, A. F. Energy Conservation in Cooling Systems at Metallurgical Plants / A. F. Shmakov, V. Ya. Modorskii // Metallurgist. 2016. Vol.59 (9). P. 882-886.