

Численное моделирование аэроупругого поведения ротора центробежного компрессора ГПА

Е.В. Мехоношина^а, В.Я. Модорский^а

^а Пермский национальный исследовательский политехнический университет, 614990, Комсомольский проспект, 29, Пермь, Россия

Аннотация

В данной работе, в ходе вычислительных экспериментов, моделируются колебательные режимы ротора центробежного компрессора газоперекачивающего агрегата с учетом опор жесткого типа и аэроупругих процессов в колесах. Валидация аэроупругого подхода проведена на модельной задаче о взаимодействии сверхзвукового потока с деформируемой пластиной в ударной трубе. В качестве инструмента численного моделирования в работе использована система инженерного анализа ANSYS. В качестве методов исследования использованы метод конечных объемов для газодинамики и метод конечных элементов для оценки компонент напряженно-деформированного состояния. Получены зависимости давления и компонент напряженно-деформированного состояния от геометрических, физико-механических, кинематических параметров ротора и характеристик рабочего тела в компрессорах газоперекачивающих агрегатов.

Ключевые слова: центробежный компрессор; газоперекачивающий агрегат; вибрации; аэроупругий расчет; вычислительный эксперимент; давление; напряжения; деформации; перемещения

1. Введение

Развитие компрессорной техники связано с ростом степени повышения давления, снижением материалоемкости конструкции. Последнее особенно актуально для газоперекачивающих агрегатов (ГПА), в связи с необходимостью авиационной транспортировки в труднодоступные районы Крайнего Севера. Снижение массы и рост нагрузок могут повысить вероятность возникновения аэроупругих колебательных процессов в нежесткой тонкостенной конструкции при действии интенсивных потоков газа [1, 2, 3, 4].

Традиционно в качестве факторов, оказывающих влияние на вибрации турбомашин, рассматриваются дисбалансы, возникающие при изготовлении и сборке конструкции [5] и геометрия проточной части [6]. В качестве новых факторов предлагается рассматривать аэроупругие эффекты на лопатках компрессора и в лабиринтных уплотнениях [7, 8, 9]; аэроупругое взаимовлияние в динамической системе «газодинамический поток – ротор в опорах жесткого типа».

Ранее авторами проведены исследования влияния аэроупругого взаимовлияния в динамической системе «газодинамический поток – ротор с магнитными подвесами» на вибрации компрессоров малорасходных осевого и центробежного компрессоров [10, 11, 12].

В данной статье авторы изучают особенности аэроупругих процессов и в лопатках центробежного компрессора с расходом 445 кг/с. Вместе с тем, авторы рассматривают влияние скорости вращения и физико-механических характеристик материалов на параметры аэроупругих колебаний ротора с учетом технологических дисбалансов. Для валидации проведены аэроупругие расчеты на модельной задаче.

2. Объект исследования

Объектом исследования являются колебательные процессы в газодинамическом тракте и элементах конструкции ротора модельной ступени компрессора. В газодинамической подмодели рассмотрен ротор, вращающийся с постоянной угловой скоростью. В расчете по оценке компонент динамического НДС рассматривается ротор в сборе, включая вал, рабочее колесо и опоры жесткого типа. Производится учет технологических дисбалансов участков вала. Расчеты проведены с учетом гравитации. Производится учет взаимовлияния газодинамического потока и деформируемого ротора.

Материал конструкции – сталь; отношение диаметра внешнего обвода к втулочному составляет 3,5; диаметр втулочного обвода равен 200 мм; ширина рабочего колеса – 66,6 мм (в области лопаток) и 60,5 мм в области «входа». На рабочем колесе расположено 11 лопаток, толщиной 10 мм. Толщина покрывного диска 8 мм со стороны входа и 9 мм с обратной стороны. Длина ротора равна 2968 мм, ширина опоры жесткого типа равна 110 мм; эксцентриситет составляет 10 мкм; стенки шероховатые. Скорость вращения ротора – 5160 об/мин. Рассматривается течение нереагирующего совершенного газа; поток однофазный. Степень повышения давления 1,172; давление на входе – 6,88 МПа, массовый расход – 445 кг/с [13].

3. Методы

В качестве инструмента численного моделирования в работе использована система инженерного анализа ANSYS. В качестве методов исследования использованы метод конечных объемов для газодинамики и метод конечных элементов для оценки компонент напряженно-деформированного состояния (НДС). При этом реализуется схема двухстороннего 2FSI (two-way Fluid Structure Interaction) расчета в ANSYS, представленная в [14]. Решение отыскивается итерационным

способом. Два решателя – Transient Structural (нестационарная механика, метод конечного элемента) и CFX Transient (газодинамика, метод конечного объема) объединены передачей данных. Полученные параметры газодинамического потока являются исходными данными для расчета граничных условий задачи об оценке напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкции. При этом подготовка решателя 2FSI осуществляется в два этапа:

- 1-й этап – подготовка подмодели конструкции в решателе НДС Transient Structural;
- 2-й этап – подготовка подмодели газодинамического тракта в решателе CFX Transient.

4. Математическая модель

Используется математическая модель, включающая в себя две подмодели. Подмодель газодинамики базируется на законах сохранения массы, импульса, энергии, уравнении состояния совершенного сжимаемого газа и замыкается начальными и граничными условиями. Математическая подмодель для оценки НДС записывается следующим образом [15, 16]:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t). \quad (1)$$

где m – матрица масс; c – матрица демпфирования; k – матрица жесткости; $F(t)$ – вектор нагрузки; x – перемещения.

В любой момент времени эти уравнения можно рассматривать, как набор статических уравнений равновесия, которые также учитывают силы инерции и демпфирования. Для решения этих уравнений используется интегрирование по времени методом Newmark [15, 16]. Приращение между последовательными моментами времени, шаг интегрирования, рассчитывается. Математическая модель замыкается начальными и граничными условиями.

5. Валидация численных аэроупругих расчетов

В работе [12] была представлена методика реализации 2FSI расчетов. В настоящей статье для валидации результатов были уточнены конструктивная схема установки и модель турбулентности [17]. Вместе с тем были сохранены ранее принятые допущения [12]:

1. При проведении расчетов не учитывается трение на боковых стенках. Для уменьшения времени счета в направлении оси Z принят размер, соответствующий двум расчетным ячейкам.
2. Не учитывается влияние процессов теплообмена между газом, корпусом установки и деформируемой панели.
3. Процесс разрыва мембраны моделируется мгновенным исчезновением мембраны.
4. Малые величины деформации и скорости деформации пластины делают влияние демпфирования пренебрежимо малым, что позволяет решать задачу о деформировании, оставаясь в рамках физически и геометрически линейной теории упругости.
5. В расчете по оценке компонент напряженно-деформированного состояния не учитываются деформации основания.

Начальные значения температуры, давления, скорости потока и скорости вращения задавались следующие для ОВД: $T_{нач} = 293$ К, $P_{нач} = 0,228$ МПа, $V_{нач.потока} = 0$ м/с; для ОНД: $T_{нач} = 293$ К, $P_{нач} = 0,1$ МПа, $V_{нач.потока} = 0$ м/с. Перепад давления выбирался таким образом, чтобы скорость распространяющейся ударной волны была равна 1,21 М. Перепад давления принимался равным 0,228 МПа.

Граничные условия подмодели конструкции в решателях НДС Transient Structural и CFX Transient описаны в [12].

На рис.1 показаны результаты вычислительных экспериментов (ВЭ), проведенных авторами и результаты [a], [б], [в], которые были приняты в качестве эталонных.

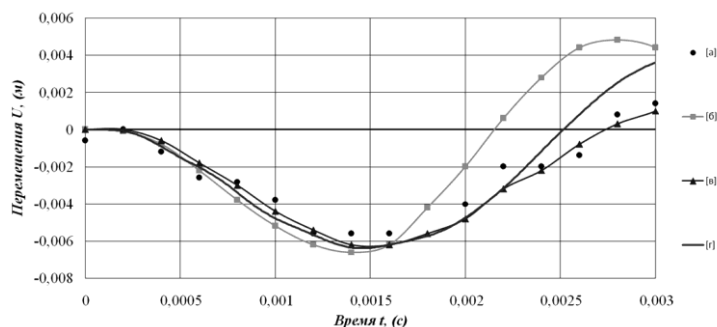


Рис.1. Зависимость перемещения края пластины от времени: а – эксперимент [18], б – ВЭ [18], в – ВЭ [19], г – ВЭ.

Расчеты проведены в компьютерной системе инженерного анализа ANSYS с использованием вычислительных мощностей высокопроизводительного вычислительного комплекса (ВБК) ПНИПУ [20, 21]. Величина шага интегрирования принята равной $t = 1 \cdot 10^{-5}$ с. Продолжительность процесса составила 0,036 с. Продолжительность одного расчета составляла ориентировочно 5 ч при использовании 1 узла на 16 ядрах "IntelXeon E5-2680". Анализ результатов численного моделирования и сравнение с экспериментальными данными, а также результатами численными моделирования других авторов, позволяет заключить, что предложенные модели и алгоритм адекватно описывают

физические процессы, происходящие в газе и конструкции в аэроупругой постановке. Относительная погрешность ВЭ по сравнению с физическим экспериментом составила 6,6%.

6. Аэроупругий расчет центробежного компрессора

6.1. Физическая модель

Аэроупругий расчет центробежного компрессора проводился в соответствии в изложенными выше в п.2 физической моделью и математической моделью, показанной в п.4.

6.2. Граничные условия подмодели газодинамического тракта в решателе CFX Transient и подмодели ротора в решателе НДС Transient Structural

Трехмерная расчетная подмодель газодинамики представлена на рис. 2.

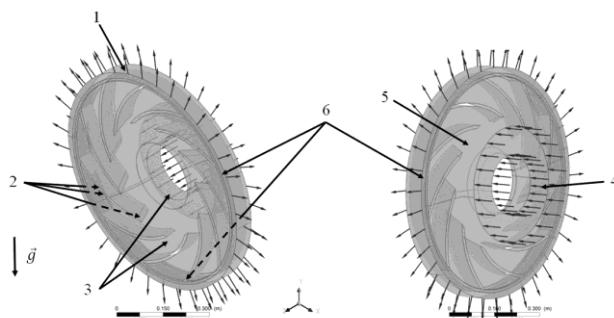


Рис.2. Расчетная схема газодинамики компрессора: 1 – выход; 2 – интерфейс «газ-конструкция» (реализуется на трех поверхностях каждой из лопаток); 3 – интерфейс «газ-конструкция» (реализуется на поверхности покрывного диска и втулочного обвода); 4 – выход; 5 – интерфейс «газ-конструкция» (реализуется на поверхности покрывного диска); 6 – интерфейс «газ-конструкция» (реализуется на торцах покрывных дисков и лопаток).

На рис.3 представлены граничные условия для конструкции. Производится учет эксцентриситета участка вала. Он моделируется эквивалентным грузиком [8].

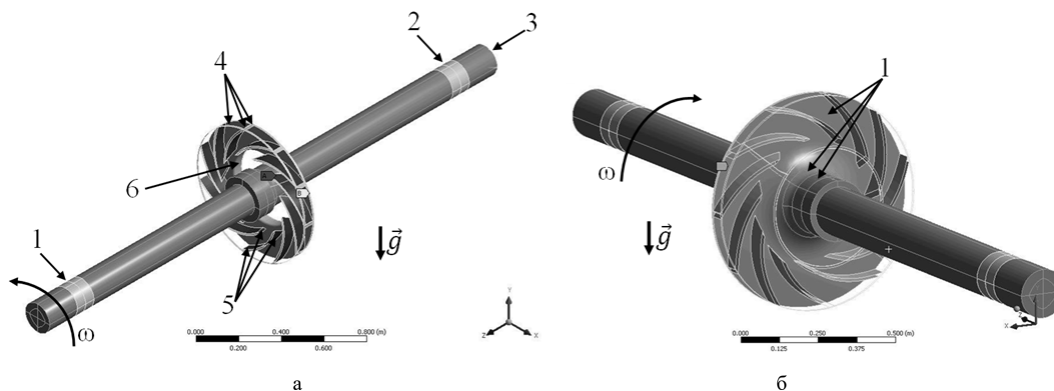


Рис.3. Расчетная схема по оценке компонент НДС компрессора: а – показано без переднего диска (1 и 2 – опоры жесткого типа; 3 – запрет перемещений по нормали к поверхности (трансмиссия); 4 – интерфейс «конструкция – газ» на торцах покрывных дисков и лопаток; 5 – интерфейс «конструкция – газ» на поверхностях лопаток; 6 – интерфейс «конструкция – газ» в области внешнего обвода); б – показано без заднего диска (1 – интерфейс «конструкция – газ» в области втулочного обвода).

6.3. Сеточные модели

На рис. 4 представлен фрагмент сеточной модели газового тракта. Всего газодинамический домен включает 830003 узлов и 3450534 элементов. Сетка была адаптирована вблизи лопаток и выходного сечения (рис.4б). Для адаптации сетки использовались встроенные инструменты ANSYS Meshing. Для создания призматических слоев около лопаток и торцев покрывных дисков был применен инструмент «Inflation». При этом были заданы толщина первого слоя (1 мм); максимальное количество слоев (5) и скорость роста высоты призматических слоев (1,05). Качество сетки контролировалось посредством встроенной функции – «Metric Graph».

Также была создана сеточная модель для оценки НДС ротора компрессора (рис.5а). Сеточная модель для решения связанной задачи включает в себя 820140 узлов и 244865 элементов. Был применен метод Sweep для построения сеточной модели в области вала. Сетка на рабочем колесе строилась автоматически. Для создания более структурированной сеточной модели и вывода результатов были введены дополнительные поверхности на торце и в

продольных сечениях ротора (рис.5б). Тело было расчлнено по горизонтальной поверхности $CC'D'D$; по вертикальной поверхности $AA'B'B$. Также были введены дополнительные поверхности (обозначены индексом 1) $C_1A_1A_1'C_1'$; $A_1D_1D_1'A_1$; $D_1B_1D_1'B_1$; $B_1C_1C_1'B_1$.

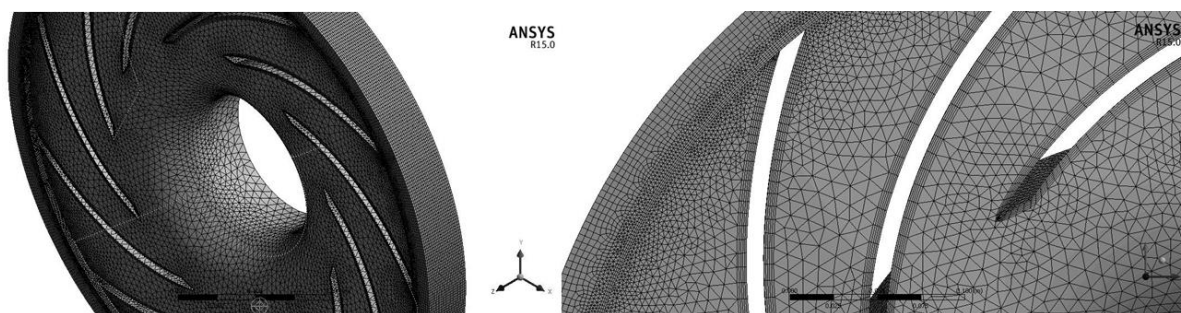


Рис.4. Фрагмент сеточной модели для проведения газодинамического расчета.

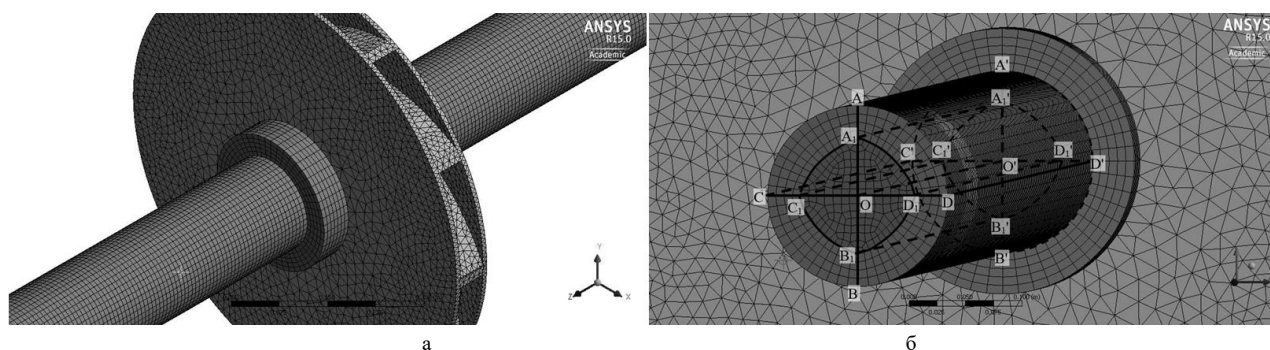


Рис.5. Фрагмент сеточной модели для оценки НДС ротора компрессора.

6.4. Проведение вычислительных экспериментов

В табл.1 представлен план проведения вычислительных экспериментов (ВЭ). Все расчеты проведены в двунаправленной 2FSI постановке. На ВВК ПНИПУ расчет ротора центробежного компрессора (лопатка проходит 0,263 оборота) занимает порядка 3-х суток при использовании 1 узла на 16 ядрах "IntelXeon E5-2680".

При решении аэроупругой задачи используется прямой метод решения систем уравнений Sparse (для систем с разреженной матрицей). Под номером 1 отмечен базовый вариант. Варьировались геометрические характеристики (варианты 2 и 3), физико-механические характеристики (вариант 4), кинематические характеристики (варианты 5 и 6) и характеристики рабочего тела (вариант 7).

Таблица 1. План проведения ВЭ

№ пп.	1	2	3	4	5	6	7
Модуль упругости материала, Е, ГПа	200	200	200	120	200	200	200
Рабочее тело	совершенный газ	совершенный газ	совершенный газ	совершенный газ	совершенный газ	совершенный газ	этилен, C ₂ H ₄
Скорость вращения, об/мин	5160	5160	5160	5160	5565	3710	5160
Степень повышения давления, π _к	1,13	1,13	1,13	1,13	1,16	1,05	1,13
Длина вала, м	2,968	2,468	3,468	2,968	2,968	2,968	2,968

7. Результаты

В соответствии с планом вычислительных экспериментов была проведена серия расчетов. На первом этапе проводится стационарный расчет газодинамики. Результаты стационарного расчета являются начальными условиями для проведения аэроупругого расчета. Для оценки результатов нестационарных аэроупругих расчетов выводились поля давлений в продольном и поперечном сечениях компрессора для различных моментов времени. Для этого создавались соответствующие секущие плоскости. Для анализа компонент НДС были выбраны контрольные точки (КТ): около рабочего колеса (КТ1) и на лопатке (КТ2). Для анализа зависимостей газодинамических параметров была выбрана КТ вблизи КТ2 (КТ3) (рис.6).

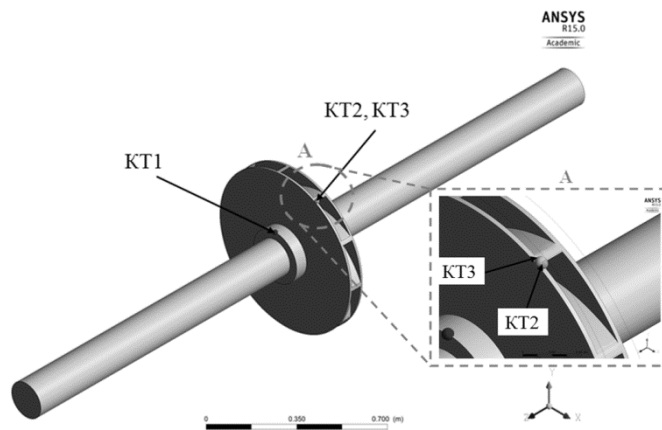


Рис.6. Расположение контрольных точек: КТ1, КТ2 на роторе; КТ3 - в области газа.

Необходимо учитывать, что расчеты проводились в опорах жесткого типа, где были запрещены радиальные, осевые смещения и повороты по осям OX и OY , а разрешено вращение вокруг оси OZ . Если дополнительно ввести податливость в направлении осей OX , OY , OZ (что в первом приближении позволяет моделировать магнитные подвесы), то влияние 2FSI может проявиться в большей степени.

7.1. Зависимости компонент НДС в КТ1 и КТ2, зависимость давления в КТ3 от геометрических параметров ротора компрессора ГПА

Значения перемещений в контрольных точках по осям OX и OY незначительны, поэтому в ходе проведения ВЭ рассматривались зависимости перемещений по оси OZ в КТ1 и КТ2 от времени для различных вариантов расчета, соответствующих плану ВЭ. Получены зависимости давления в КТ3 (вблизи лопатки) от времени для различных вариантов расчета, соответствующих плану ВЭ. Результаты сведены в табл. 2 (ВЭ 1-3).

Таблица 2. Результаты ВЭ (влияние геометрических параметров ротора)

Контрольная точка	КТ1	КТ1	КТ1	КТ2	КТ2	КТ2	КТ3	КТ3	КТ3
Длина вала, м	2,468	2,968	3,468	2,468	2,968	3,468	2,468	2,968	3,468
$U_{max} \times 10^{-4}$, м	2,82	3,54	4,36	11,3	11,7	11,8	–	–	–
$P_{max} \times 10^6$, Па	–	–	–	–	–	–	8,54	8,53	8,53
$U_{min} \times 10^{-5}$, м	1,075	1,075	1,075	-8,49	-3,85	3,23	–	–	–
$P_{min} \times 10^6$, Па	–	–	–	–	–	–	8,36	8,36	8,36
Размах колебаний, м	0,00027	0,00034	0,00043	0,00121	0,00121	0,00115	–	–	–
Период, Т, с	0,0022	0,00278	0,00296	0,0022	0,0024	0,00278	0,001	0,001	0,001
Частота, ν , Гц	450,45	359,7	337,8	450,45	416,7	359,7	1000	1000	1000

При увеличении длины вала с 2,468 м до 3,468 м, размах колебаний в КТ1 увеличивается с 0,00027 м до 0,00043 м. Частота колебаний в КТ1 при увеличении длины вала с 2,468 м до 2,968 м падает на 20%, а затем при увеличении длины вала с 2,968 м до 3,468 м падает еще на 6%.

При увеличении длины вала с 2,468 м до 3,468 м, размах колебаний в КТ2 увеличивается с 0,00113 м до 0,00118 м. Частота колебаний при увеличении длины вала с 2,468 м до 2,968 м падает на 7,5%; а затем при увеличении длины вала с 2,968 м до 3,468 м падает еще на 14%.

Изменение длины вала в пределах 16% слабо влияет на амплитуду и характер изменения давления в КТ3.

7.2. Зависимости компонент НДС в КТ1 и КТ2, зависимость давления в КТ3 от физико-механических параметров ротора компрессора ГПА

Получены зависимости компонент НДС в КТ1 и КТ2 и зависимость давления в КТ3 от физико-механических параметров ротора компрессора ГПА. Результаты сведены в табл. 3 (ВЭ 1, 4).

При уменьшении модуля упругости конструкции на 40% максимальное значение перемещений по оси OZ в КТ1 возрастает на 68%, размах колебаний увеличивается на 71%, а частота колебаний падает на 15%.

При уменьшении модуля упругости конструкции на 40% максимальное значение перемещений по оси OZ в КТ2 остается неизменным, а размах колебаний (за счет изменения минимальных значений) увеличивается на 39%, частота колебаний падает на 0,8%.

Таблица 3. Результаты ВЭ (влияние геометрических параметров ротора)

Контрольная точка	КТ1	КТ1	КТ2	КТ2	КТ3	КТ3
Модуль упругости материала E, ГПа	120	200	120	200	120	200
U _{max} × 10 ⁻⁴ , м	5,94	3,54	17	11,7	–	–
P _{max} × 10 ⁶ , Па	–	–	–	–	8,5	8,53
U _{min} × 10 ⁻⁵ , м	1,2	1,075	2,15	-3,85	–	–
P _{min} × 10 ⁶ , Па	–	–	–	–	8,34	8,36
Размах колебаний, м	0,00058	0,00034	0,00168	0,00121	–	–
Период, T, с	0,00326	0,00278	0,00242	0,0024	0,00083	0,001
Частота, ν, Гц	306,7	359,7	413,2	416,7	1200	1000

При уменьшении модуля упругости материала конструкции в аэроупругой постановке изменяются и параметры давления в КТ3. Из табл.2 видно, что максимальное значение давления увеличилось на (100000 Па) 1,17%. Частота колебаний существенно увеличилась с 1000 Гц до 1333 Гц, т.е. на 33%.

7.3. Зависимости компонент НДС в КТ1 и КТ2, зависимость давления в КТ3 от кинематических параметров ротора компрессора ГПА

Результаты сведены в табл. 4 (ВЭ 1, 5, 6).

Таблица 4. Результаты ВЭ (влияние кинематических параметров ротора)

Контрольная точка	КТ1	КТ1	КТ1	КТ2	КТ2	КТ2	КТ3	КТ3	КТ3
Скорость вращения, об/мин	3710	5160	5565	3710	5160	5565	3710	5160	5565
U _{max} × 10 ⁻⁴ , м	3,49	3,54	3,72	11,8	11,7	11,9	–	–	–
P _{max} × 10 ⁶ , Па	–	–	–	–	–	–	8,91	8,53	7,58
U _{min} × 10 ⁻⁵ , м	1,08	1,075	1,08	-0,626	-3,85	-13	–	–	–
P _{min} × 10 ⁶ , Па	–	–	–	–	–	–	8,69	8,36	7,48
Размах колебаний, м	0,00034	0,00034	0,00036	0,00119	0,00121	0,00132	–	–	–
Период, T, с	0,0026	0,00278	0,00266	0,00258	0,0024	0,00282	0,0013	0,001	0,00095
Частота, ν, Гц	384,6	359,7	375,9	387,6	416,7	354,6	884,96	1000	1052,6

При увеличении скорости вращения максимальное значение перемещений в КТ1 падает на 6% от максимального, размах колебаний соизмерим. Частота колебаний в КТ1 при переходе с ω=3710 об/мин до 5160 об/мин сперва падает на 4%, а затем при переходе с ω= 5160 об/мин до 5565 об/мин увеличивается на 7%.

При увеличении скорости вращения максимальные значения перемещений в КТ2 соизмеримы, а размах колебаний падает на 9,8%. Частота колебаний при переходе с ω=3710 об/мин до 5160 об/мин увеличивается на 17,5%, а затем при переходе с ω=5160 об/мин до 5565 об/мин падает на 7% (в пределах замеренного интервала).

С увеличением скорости вращения максимальное значение давления в КТ3 возрастает с 7,58 МПа до 8,91 МПа, т.е. на 17,5%. При этом частота колебаний увеличилась.

7.4. Зависимости компонент НДС в КТ1 и КТ2, зависимость давления в КТ3 от характеристик рабочего тела компрессора ГПА

Результаты сведены в табл. 5 (ВЭ 1, 7).

При использовании в качестве рабочего газа этилена максимальное значение перемещений, размах и частота колебаний в КТ1 остаются неизменными.

При использовании в качестве рабочего газа этилена максимальное значение перемещений в КТ2 падает на 12%, размах колебаний падает на 11%, а частота колебаний остается неизменной.

При использовании этилена в качестве рабочего тела, значение максимальных и минимальных давлений в КТ3 изменяется не существенно (на 0,002 Па). Частота колебаний увеличилась на 20%.

Таблица 5. Результаты ВЭ (влияние характеристик рабочего тела)

Контрольная точка	КТ1	КТ1	КТ2	КТ2	КТ3	КТ3
Рабочее тело	совершенный газ	этилен	совершенный газ	этилен	совершенный газ	этилен
$U_{max} \times 10^{-4}$, м	3,54	3,54	11,7	10,3	–	–
$P_{max} \times 10^6$, Па	–	–	–	–	8,53	8,5
$U_{min} \times 10^{-5}$, м	1,075	1,07	-3,85	-4,79	–	–
$P_{min} \times 10^6$, Па	–	–	–	–	8,36	8,34
Размах колебаний, м	0,00034	0,00034	0,00121	0,00108	–	–
Период, Т, с	0,00278	0,00278	0,0024	0,0024	0,001	0,00083
Частота, ν , Гц	359,7	359,7	416,7	416,7	1000	1200

8. Заключение

Во-первых, в настоящее время существующие методики расчета компрессоров не учитывают аэроупругих эффектов. Так, расчет критических скоростей вращения проводятся для "изолированного" ротора, а расчет напорной характеристики – только для газодинамического домена. Ранее в работах [1, 6, 7, 8] были показаны отличия аэроупругих колебаний от колебаний, рассчитанных в «классической» нестационарной постановке как по амплитуде, так и начальной фазе. Обнаружено расхождение по частоте на некоторых скоростях вращения ротора. Это подтверждает необходимость проведения исследований центробежных компрессоров ГПА в аэроупругой постановке.

Во-вторых, центробежные компрессоры ГПА предназначены для транспортировки природного газа, однако ВЭ и испытания обычно проводятся с использованием воздуха в качестве рабочего тела. Исследования показали, что при использовании рабочего тела с другими характеристиками (в рассмотренном случае – этилена) наблюдаются режимы, когда частота колебаний в газе увеличивается. Таким образом, есть вероятность возникновения резонансов и повышенных вибраций.

В-третьих, обнаружено, что изменение частоты вращения ротора приводит к перераспределению частот колебаний в контрольных точках на втулке (КТ1) и на лопатках (КТ2) рабочего колеса.

В четвертых, при уменьшении модуля упругости материала конструкции наблюдается снижение частоты в конструкции и повышение частоты в газе. Таким образом, можно предположить, что переход от изделий из металлов к изделиям, изготовленным из композиционных материалов может приводить к возникновению резонансов и повышенным вибрациям.

Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №14-19-00877).

Литература

- [1] Модорский, В.Я. Газоупругие процессы в энергетических установках / В.Я. Модорский, Ю.В. Соколкин – Москва: Наука, 2007. – 176 с.
- [2] Kalyulin, S.L. Numerical design of the rectifying lattices in a small-sized wind tunnel / S.L. Kalyulin, V.Ya. Modorskii, A.P. Paduchev // AIP Conference Proceedings.- 2016.- Vol.1770.- P. 030110-1-030110-4.
- [3] Gaynutdinova, D. F. Experimental modeling of cavitation occurring at vibration / D. F. Gaynutdinova, V. Ya. Modorskii, N. A. Shevelev // AIP Conference Proceedings.- 2016.- Vol.1770. – P. 030111-1-030111-4.
- [4] Ажолов, М.Ж. Численное исследование актуальных проблем машиностроения и механики сплошных и сыпучих сред методом крупных частиц / М.Ж. Ажолов, П.М. Алабужев, А.В., Алиев Л.М. Артищева, Л.Г. Бойко, Н.Л. Горский, Ю.А. Гришин, И.М. Давыдова, М.Ю. Егоров, И.Х. Еникеев, В.М. Кельберг, В.А. Комочков, В.В. Кондрашев, П.И. Косовцев, В.А. Котельников, А.Е. Котин, М.Г. Круглов, А.М. Липанов, В.И. Макаров, О.Г. Маслова, В.Я. Модорский и др. – Москва: Национальная Академия прикладных наук, Международная ассоциация разработчиков и пользователей метода крупных частиц, 1995. –1658 с. (в пяти томах)
- [5] Белобородов, С.М. Имитационные методы коррекции дисбаланса / С.М. Белобородов // Компрессорная техника и пневматика – 2009. – №8. – С. 35-37.
- [6] Арбузов, И.А. Анализ влияния конструкции входа в соединительный канал на колебательные процессы в первой ступени модельного двухступенчатого насоса // И.А. Арбузов, А.А. Ташкинов, Д.В. Щенятский, Б.Е. Кириевский, Р.В. Бульбович, В.Я. Модорский, П.В. Писарев // Научно-технический вестник Поволжья. – 2012. – № 6. – С. 108-111.
- [7] Бутымова, Л.Н. Влияние вибраций на газодинамические процессы в лабиринтных уплотнениях центробежного модельного компрессора газоперекачивающего агрегата / Л.Н. Бутымова // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2016. – № 47. – С. 243-259.
- [8] Butymova, L.N. Numerical modeling of interaction in the dynamic system "gas-structure" with harmonic motion of the piston in the variable section pipe / L.N. Butymova, V. Ya. Modorskii, V. Yu. Petrov // AIP Conference Proceedings. – 2016. – Vol. 1770. – P. 030103-1-030103-1-5.
- [9] Shmakov, A. F. Numerical simulation of gas-dynamic, thermal processes and evaluation of the stress-strain state in the modeling compressor of the gas-distributing unit / A. F. Shmakov, V. Ya. Modorskii // AIP Conference Proceedings.- 2016.- Vol.1770.- P. 030108-1-030108-5.

- [10] Мехоношина, Е.В. О сдвиге фаз волн на границе двух сред / Е.В. Мехоношина, В.Я. Модорский // Компьютерная оптика. – 2015. – Т. 39, № 3. – С. 385-391.
- [11] Мехоношина, Е.В. Численная оценка напряженно-деформированного состояния модельной лопатки компрессора в аэроупругой постановке / Е.В. Мехоношина, В.Я. Модорский, В.Ю. Петров, А.И. Плотников // Научно-технический вестник Поволжья. – 2015. – № 5. – С. 235-238.
- [12] Mekhonoshina, E.V. Influence of Kinematic, Physical and Mechanical Structure Parameters on Aeroelastic GTU Shaft Vibrations in Magnetic Bearings / E.V. Mekhonoshina, V.Ya. Modorskii, V.Yu. Petrov // International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering. – 2016. – V. 10. – P. 613-622.
- [13] Mekhonoshina, E.V. Impact of magnetic suspension stiffness on aeroelastic compressor rotor vibrations of gas pumping units / E.V. Mekhonoshina, V. Ya. Modorskii // AIP Conference Proceedings.- 2016.- Vol.1770.- P. 030113-1-030113-5.
- [14] Jianping, Z. The influence of wind shear on vibration of geometrically nonlinear wind turbine blade under fluid-structure interaction / Z. Jianping, G. Liang, W. Helen, Zh.Aixi, H.Danmei, R. Jianxing // Ocean Engineering. – 2014. – V. 84. – P 14-19.
- [15] ANSYS Structural Analysis Guide, Release 15.0. [Electronic resource]. – Access mode: <http://www.ansys.com> (15.01.2016).
- [16] Structural Dynamic Capabilities of ANSYS, E. Wang, T. Nelson. [Electronic resource]. – Access mode: <[http://easc.ansys.com/staticassets/ANSYS/staticassets/resource library/confpaper/2002-Int-ANSYS-Conf-200.PDF](http://easc.ansys.com/staticassets/ANSYS/staticassets/resource%20library/confpaper/2002-Int-ANSYS-Conf-200.PDF)> (30.03.2015).
- [17] Белоцерковский, О.М., Метод крупных частиц в газовой динамике / О.М. Белоцерковский, Ю.М. Давыдов – Москва: Наука, 1982. – 392 с.
- [18] Giordano, J. Shock wave impacts on deforming panel, an application of fluid-structure interaction / J. Giordano, G. Jourdan., Y. Burtschell, M. Medale, D.E. Zeitoun, L. Houas // Shock Waves. – 2005. – Vol. 14. – P. 103-110.
- [19] Копысов, С.П. Двухстороннее связывание при моделировании взаимодействия сверхзвукового потока и деформируемой пластины. Сравнение численных схем и результатов эксперимента / С.П. Копысов, Л.Е. Тонков, А.А. Чернова // Вычисл. мех. сплош. сред. – 2013. – Т. 6, № 1. – С. 78-85.
- [20] Мехоношина, Н.В. Организация рабочего процесса и обучения пользователей высокопроизводительного вычислительного комплекса ПНИПУ / Н.В. Мехоношина, А.Ф. Шмаков, В.Я. Модорский // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2016): труды международной научной конференции (28 марта – 1 апреля 2016 г., г. Архангельск). - 2016. - 816. - С.786.
- [21] Modorskii, V.Ya. impact research of aerohydrodynamic and aeroelastic processes on PNRPU HPC System / V.Ya. Modorskii, N.A. Shevelev // AIP Conference Proceedings.- 2016.- Vol.1770.- P. 020001-1-020001-4.