

# Асимптотический метод решения задач дифракции на дифракционных оптических элементах, обладающих зонной структурой

С.И. Харитонов<sup>а,б</sup>, Н.Л. Казанский<sup>а,б</sup>

<sup>а</sup> Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, 443001, Молодогвардейская, 151, Самара, Россия

<sup>б</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Московское шоссе, 34, Самара, Россия

---

## Аннотация

Предложен асимптотический метод расчета комплексной амплитуды поля в случае дифракции на неперiodических структурах, обладающих зонной структурой. Новизна состоит в разложении решения интегрального уравнения по базису, который получается при решении задачи прохождения ДОЭ в рамках геометрической оптики с одной стороны и переходит в базис плоских волн, используемый при расчете дифракционных решеток. Представлены результаты фокусировки в точку с помощью градиентного дифракционного оптического элемента, обладающим зонной структурой. Результаты моделирования подтверждают работоспособность предложенного метода.

*Ключевые слова:* дифракционный оптический элемент; асимптотический метод; метод связанных волн; неперiodическая структура; квазиперiodическая структура; микрорельеф

---

## 1. Введение

Дифракционные оптические элементы (ДОЭ) используются в оптических схемах для минимизации массогабаритных характеристик. Методы расчета и проектирования ДОЭ с различными функциональными возможностями изложены во многих работах. Методы решения задач дифракции на ДОЭ с большой апертурой (в сотни и тысячи длин волн) при размерах зон микрорельефа, сравнимых с длиной волны, позволяющие корректно учесть эффекты строгой волновой теории в настоящее время отсутствуют. Создание таких методов требует проведения фундаментальных исследований в области решения прямых задач дифракции в рамках строгой электромагнитной теории.

Цель состоит в разработке методов моделирования ДОЭ с большой апертурой в рамках строгой электромагнитной теории.

Свет представляет собой электромагнитные волны, и поэтому строгое решение задачи дифракции должно быть основано на решении системы уравнений Максвелла с соответствующими задаче граничными условиями.

Расчет дифракции на ДОЭ в рамках строгой электромагнитной теории является сложной задачей. В настоящее время задача дифракции в рамках строгой электромагнитной теории решается только для простых структур с размером в несколько длин волн. Из-за вычислительной сложности решение даже прямой задачи дифракции ограничено диаметром апертуры ДОЭ в несколько десятков длин волн. Методы геометрической теории дифракции неприменимы из-за малого по сравнению с длиной волны размера зон микрорельефа. Методы строгой теории неприменимы из-за большого размера апертуры ДОЭ и, соответственно, большого объема вычислений.

В данной работе рассмотрим дифракцию света на ДОЭ, который имеет зонную структуру. ДОЭ, имеющие зонную структуру, используют для фокусировки излучения, а также в качестве корректоров aberrаций в изображающих оптических системах. Простейшим ДОЭ, имеющим зонную структуру, является зонная пластинка Френеля.

Асимптотические методы широко используются при расчете полей, создаваемых различными оптическими элементами. Наиболее распространенным асимптотическим методом является лучевой метод. Однако, лучевой метод неприменим для расчета поля вблизи каустик. Для нахождения поля вблизи каустик были разработаны эффективные методы, изложенные во многих работах. Следует отметить, что в приведенных работах дифракционные поправки учитывались только в окрестности фокальной кривой и не рассматривались дифракционные явления при прохождении света внутри ДОЭ.

В данной работе для решения задачи дифракции на ДОЭ с зонной структурой разработан новый асимптотический метод решения задач дифракции для ТЕ поляризованных волн.

Предлагаемый асимптотический метод позволит корректно учесть эффекты строгой электромагнитной теории при решении задач дифракции на ДОЭ с большими апертурами (в сотни и тысячи длин волн) при размерах зон дифракционного микрорельефа в несколько длин волн и менее.

В случае ТЕ поляризованной волны решение сводится к решению уравнения Гельмгольца.

Предложенный метод является развитием метода связанных волн (rigorous coupled wave analysis), используемый при расчете поля от перидических структур.

Метод основан на строгом решении эталонной задачи дифракции на квазиперидической структуре, с линейно изменяющимся вдоль некоторого направления периодом. Такая эталонная задача для построения асимптотического метода используется впервые.

Физически указанная эталонная задача означает локальную аппроксимацию зонного микрорельефа ДОЭ сегментом дифракционной линзы. При этом решение задачи дифракции на ДОЭ в окрестности некоторой точки сводится к строгому решению задачи дифракции на сегменте дифракционной линзы, аппроксимирующей микрорельеф ДОЭ в

указанной окрестности. Частным случаем является асимптотическое решение задачи дифракции через локальную аппроксимацию микрорельефа ДОО дифракционной решеткой. Локальное представление ДОО дифракционной решеткой ранее использовалось при моделировании двумерных (свойства не зависят от третьей координаты) и радиально-симметричных ДОО. Тем не менее, использованный подход носил эвристический характер и не рассматривался как асимптотический метод решения уравнений Максвелла.

Специальный базис для представления диэлектрической проницаемости и поля обеспечит эффективное решение соответствующих интегральных уравнений.

Асимптотический метод будет использован для расчета электромагнитного поля на выходе ДОО. Для описания дальнейшего распространения излучения в свободном пространстве возможно использование интеграла Кирхгофа и других интегральных представлений.

Метод, предложенный по своей сути похож на метод связанных волн, который используется для решения задач дифракции на периодических структурах. В дальнейшем будем называть этот метод локальным методом связанных волн. По сравнению со строгим решением уравнений Максвелла, он обладает на порядок меньшей вычислительной сложностью.

В данной работе решена задача дифракции для ТЕ -поляризованных волн. Для упрощения задачи на данном этапе будем рассматривать двумерную задачу. Это позволит нам найти закономерности и разработать методы решения, которые впоследствии можно будет распространить на случай трех измерений и поверхностных структур. Данный подход является промежуточным между приближением Кирхгофа (в рамках приближения Кирхгофа поле на выходе элемента рассчитывается в рамках геометрической оптики) и методами, основанными на использовании строгого электромагнитного подхода.

Указанный подход к решению прямой задачи дифракции позволит решать обратные задачи расчета ДОО.

## 2. Пример: расчет когерентного электромагнитного поля с помощью асимптотического метода для ТЕ поляризации

Работоспособность продемонстрирована на задаче дифракции гауссова пучка, прошедшего через оптический элемент с распределением диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon(x) = \frac{\varepsilon_{max} + \varepsilon_{min}}{2} + \frac{\varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}}{2} \cos\left(\sqrt{x^2 + f^2}\right),$$

$$x \in [-D/2, D/2],$$

где  $\varepsilon_{min} = 1$ ,  $\varepsilon_{max} = 2,25$ ,  $D = 200\lambda$  – диаметр апертуры оптического элемента. Параметр Гауссова пучка подобран таким образом, что бы он практически заужал на границе апертуры.  $\sigma = D/6$ .

Оптический элемент с указанной диэлектрической проницаемостью обеспечивает фокусировку падающего пучка в точку в фокальной плоскости  $z = f$ .

Поле на выходе оптического элемента рассчитывалось тремя способами: методом связанных волн, в приближении геометрической оптики, с помощью разработанного асимптотического метода. Далее, для нахождения поля в пространстве, вычислялся интеграл Релея-Зоммерфельда.

Результаты расчетов приведены на рис. 1а-д при различных значениях фокуса  $f$  и расстояний от оптического элемента до плоскости наблюдения  $z$ .

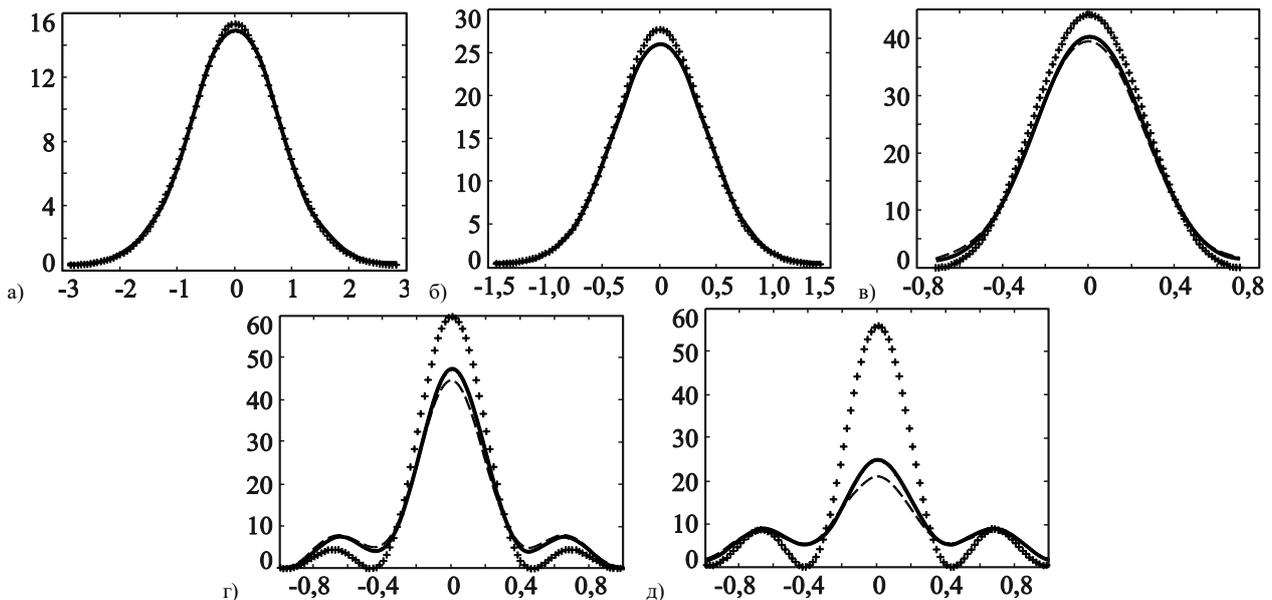


Рис. 1. Распределение интенсивности в фокальной плоскости дифракционной линзы:  $z = f, f = 200\lambda$  (а),  $z = f, f = 100\lambda$  (б),  $z = f, f = 50\lambda$  (в),  $z = f, f = 20\lambda$  (г),  $z = 1,5f, f = 20\lambda$  (д).

Сплошной линией изображены результаты, полученные с помощью асимптотического метода. Пунктирной линией изображены результаты, полученные с помощью метода связанных волн. Крестиками показаны результаты, полученные без учета дифракции внутри ДОЭ. Анализ рис. 1а-д показывает, что отклонение результатов, полученных при использовании приближения геометрической оптики, от результатов, полученных с помощью строгого метода связанных волн, составляет 3-5% при больших фокусах (100 и 200 длин волн рис. 1а, б).

С уменьшением фокусного расстояния (до 50 длин волн рис. 1г, д) указанное отклонение возрастает более чем на 110%. При этом ошибка разработанного асимптотического метода для случаев рис. 1а-г составляет 0,6%; 0,7%; 4,3% и 11,6% соответственно. Таким образом, асимптотический метод, в отличие от приближения геометрической оптики для «тонкого» ДОЭ, существенно точнее описывает дифракцию при малых значениях фокуса, чем приближение геометрической оптики.

### 3. Заключение

В данной работе решена задача дифракции для ТЕ -поляризованных волн.. Подход использованный в работе позволяет разработать методы решения, которые впоследствии можно будет распространить на случай трех измерений и поверхностных структур. Он является промежуточным между приближением Кирхгофа (в рамках приближения Кирхгофа поле на выходе элемента рассчитывается в рамках геометрической оптики) и методами, основанными на использовании строгого электромагнитного подхода. Разработанный метод позволит эффективно решать обратные задачи расчета ДОЭ.

### Литература

- [1] Досколович, Л.Л. Асимптотические решения уравнения Гельмгольца для псевдопериодических структур / Л.Л. Досколович, С.И. Харитонов, Н.Л. Казанский, Е.А. Тулупова, С.А. Скуратов // Компьютерная оптика. – 2005. – № 27. – С. 50-55.