Анализ пороговых явлений в динамической модели воспламенения горючего спрея

А.Ж. Агатаева[1]

[1]Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. Статья посвящена анализу пороговых явлений в динамической модели воспламенения и горения горючего спрея. Под пороговым явлением понимается резкая смена режимов химической реакции. Для моделирования и анализа пороговых явлений применен геометрический подход, основанный на теории интегральных многообразий сингулярно возмущенных систем.

1. Введение

В данной работе исследуется динамическая модель воспламенения и горения горючего спрея. Зачастую, поведение таких химических систем обусловлено потерей тепла за счет испарения горючей жидкой среды (капель) и выделением тепла, связанного с экзотермической реакцией окисления в газовой фазе. Конкуренция между этими процессами определяет основные динамические особенности подобных систем. Основное внимание в работе уделяется моделированию и анализу пороговых явлений, для чего применен геометрический подход, основанный на теории интегральных многообразий сингулярно возмущенных систем.

2. Динамическая модель воспламенения спрея

Модель теплового взрыва в двухфазной среде предлагается с помощью адиабатического подхода. Капли горючей жидкости включают монодисперсный спрей, который действует на процесс раздува. Изменение давления в реакционном объеме и его влияние на процесс сгорания предполагается незначительным и опускается. Делается обычное предположение о том, что теплопроводность в жидкой фазе значительно больше, чем в газовой. Таким образом, коэффициент теплопередачи в газовой смеси жидкости определяет тепловые свойства в газовой фазе. Предполагаемая граница капли, должна быть на линии насыщения, т.е., температура жидкости постоянна и равна температуре жидкого насыщения. Реакция горения моделируется как уравнение первого порядка, сильно экзотермической химической реакции. Модель построена при обычных для теории горения предположениях однородности химических процессов в каждой точке реакционного сосуда и в безразмерной форме имеет вид [1-3]:

$$\gamma\frac{d\theta}{d\tau}=\eta\exp\left(\frac{\theta}{1+\beta\theta}\right)-\varepsilon_1 r\theta(1+\beta\theta), \tag{1}$$

$$\frac{d\left(r^3\right)}{d\tau}=-\varepsilon_1\varepsilon_2 r\theta, \tag{2}$$

$$\frac{d\eta}{d\tau}=-\eta\frac{1}{1+\beta\theta}\exp\left(\frac{\theta}{1+\beta\theta}\right)+\varepsilon_1\psi r\theta, \tag{3}$$

где θ – безразмерная температура горючего газа, r – безразмерный радиус капли, η – безразмерная концентрация горючего газа, τ – безразмерное время, γ – безразмерный параметр, равный конечной безразмерной адиабатической температуре термически изолированной системы после взрыва, β – приведенная начальная температура, ε_1, ε_2 – характеризуют взаимодействие между газовой и жидкой фазами, ψ – параметр, характеризующий отношение энергии сгорания газовой смеси к жидкой энергии испарения.
Начальные условия для уравнений (1)-(3):

$$\theta = 0,\ \eta = 1,\ r = 1.$$

Соответствующая комбинация уравнений (1)-(3) и интегрирование по времени дает следующий интеграл энергии:

$$\eta - 1 + \frac{\gamma}{\beta}\ln(1+\beta\theta) + \frac{\psi - 1}{\varepsilon_2}\left(r^3 - 1\right) = 0, \tag{4}$$

что позволяет уменьшить порядок системы (1)-(3):

$$\gamma\frac{d\theta}{d\tau} = \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\ln(1+\beta\theta) - \frac{\psi - 1}{\varepsilon_2}\left(r^3 - 1\right)\right)\times\exp\left(\frac{\theta}{1+\beta\theta}\right) - \varepsilon_1 r\theta(1+\beta\theta), \tag{5}$$

$$\frac{dr^3}{d\tau} = -\varepsilon_1\varepsilon_2 r\theta. \tag{6}$$

Таким образом, динамическое поведение системы зависит от пяти безразмерных параметров: $\beta \ll 1, \gamma \ll 1, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \psi$.

В работе [4] с помощью геометрического подхода, основанного на теории интегральных многообразий сингулярно возмущенных систем[5-8] установлено существование трех основных типов режимов химической реакции в зависимости от значений дополнительных параметров системы. Такими режимами являются безопасный медленный режим горения, быстрый режим (режим типичного теплового взрыва) и режим теплового взрыва с задержкой. В последнем режиме есть фаза медленного разогрева системы перед тем, как процесс перейдет во взрывную фазу. Установлено существование порогового (критического) режима, который играет роль водораздела между областями безопасных медленных режимов и взрывных процессов. Применение геометрической теории сингулярных возмущений позволяет получить условия протекания критического режима в аналитической форме. Для этого достаточно применить предложенные в асимптотики для траектории на участке срыва с медленного интегрального многообразия системы (5)-(6),

$$1 = r^* + \gamma^{\frac{2}{3}}\gamma_0^{\frac{2}{3}}\omega\ sign\ f(r^*,\theta^*) + \frac{1}{3}\gamma\ln\frac{1}{\gamma}\gamma_1 sign\ f(r^*,\theta^*) + O(\gamma), \tag{7}$$

и соответствующего значения бифуркационного параметра, в качестве которого рассмотрен параметр ε_1, где

$$\omega = 2{,}338107,$$

$$\Gamma_0 = \sqrt{\frac{2}{|g_{\theta\theta}(T)g_r(T)|}}\,|f(T)|, \tag{8}$$

$$\Gamma_1 = \frac{6g_{\theta\theta}(T)f_\theta(T) - 2g_{\theta\theta\theta}(T)f(T)}{3g_{\theta\theta}^2(T)}. \tag{9}$$

Здесь T – точка срыва медленной кривой с координатами (r^*,θ^*):

$$\theta^* = 1 + 3\beta + \ldots,\ r^* = r_0^* + r_1^*\beta,$$

$$r_0^* = \sqrt[3]{\frac{q}{2}+\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}}+\sqrt[3]{\frac{q}{2}-\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}},\ p=\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{e(\psi-1)},\ q=\frac{\varepsilon_2+\psi-1}{\psi-1},$$

$$r_1^* = \frac{2e(\psi-1)(1-r_0^{*3})-4\varepsilon_1\varepsilon_2 r_0^*}{\varepsilon_1\varepsilon_2+3e(\psi-1)r_0^{*2}}.$$

На рисунках 1,2 приведены результаты численного исследования системы (5)-(6) для критического режима. Особенностью критического режима является то, что он играет роль границы между безопасными и взрывными процессами. Кроме того, реализация такого режима позволяет получить сравнительно высокие значения температуры горючей смеси в рамках безопасного процесса.

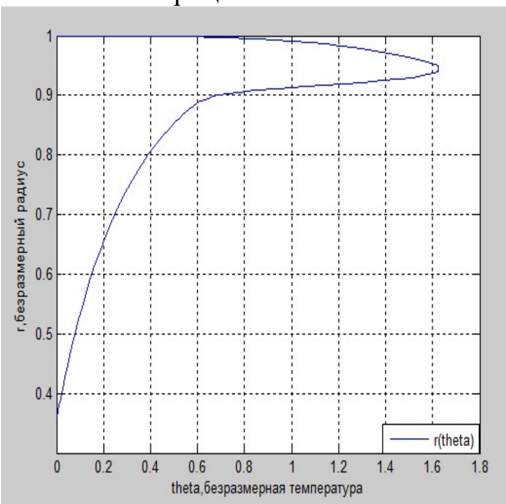

Рисунок 1.Траектория системы в случае критического режима: $\varepsilon_1 = \varepsilon_1^*, \gamma = 0.01, \varepsilon_1 = 2.2, \varepsilon_2 = 0.8, \beta = 0.05, \psi = 0.19$.

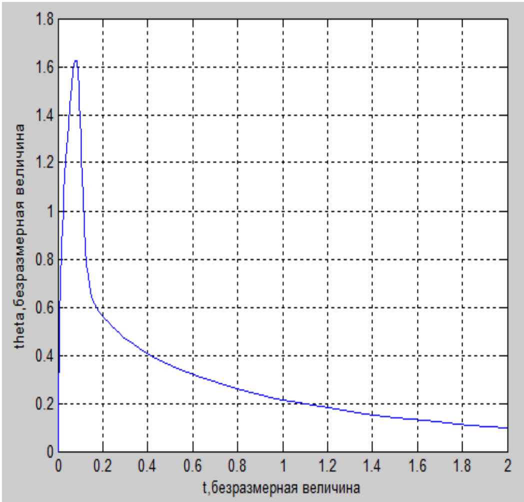

Рисунок 2.Температура газа в случае критического режима: $\varepsilon_1 = \varepsilon_1^*, \gamma = 0.01, \varepsilon_1 = 2.2, \varepsilon_2 = 0.8, \beta = 0.05, \psi = 0.19$.

На рисунках 3,4 приведены результаты численного исследования системы (5)-(6) для безопасного и взрывного процессов.

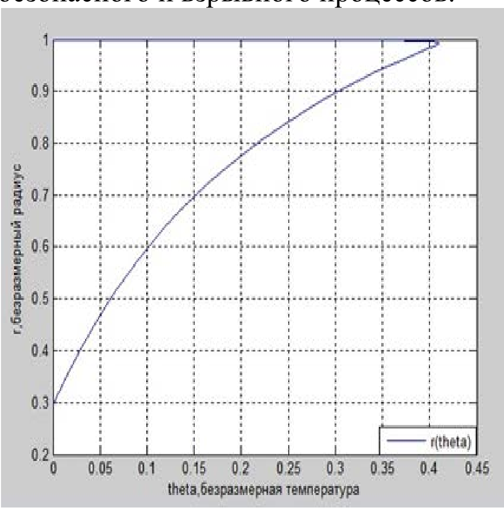

Рисунок 3.Траектория системы в случае медленного режима: $\varepsilon_1 > \varepsilon_1^*, \gamma = 0.01, \varepsilon_1 = 3.5, \varepsilon_2 = 0.8, \beta = 0.05, \psi = 0.19$.

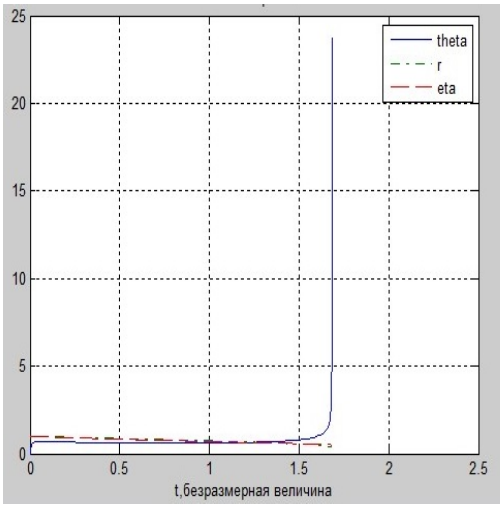

Рисунок 4. Температура газа в случае теплового взрыва: $\varepsilon_1 < \varepsilon_1^*, \gamma = 0.01, \varepsilon_1 = 2.1, \varepsilon_2 = 0.8, \beta = 0.05, \psi = 0.19$.

3. Заключение

Учет малых возмущений и применение асимптотических методов геометрической теории сингулярных возмущений позволил установить существование порогового (критического) режима, который играет роль водораздела между областями безопасных медленных режимов и взрывных процессов, и получить условия протекания критического режима в аналитической форме.

4. Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Самарской области в рамках научного проекта № 16-41-630529 и Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках программы повышения конкурентоспособности Самарского университета (2013–2020).

5. Литература

[1] Sazhin, S. Droplets and Sprays / S. Sazhin. – London: Springer, 2014 – 345 p.
[2] Goldfarb, I. Liquid Drop Effects on Self-Ignition of Combustible Gas / I. Goldfarb, V. Gol’dshtein, I. Shreiber, A. Zinoviev // Proceedings of the 26th Symposium (International) on Combustion. – 1996. – P. 1557-1563.
[3] Sazhin, S.S. Orderreductionof anon-lipschitzian modelofmonodispersespray ignition /S.S. Sazhin, E. Shchepakina, V. Sobolev // Mathematical and Computer Modelling. – 2010. Vol. 52(3-4). –P. 529-537.
[4] Agataeva, A.Zh. Critical conditions of ignition of fuel spray containing liquid fuel droplets / A.Zh. Agataeva, E.A. Shchepakina // CEUR Workshop Proceedings. – 2016. – Vol. 1490. – P. 484-492.
[5] Strygin, V.V. Effect of geometric and kinetic parameters and energy dissipation on orientation stability of satellites with double spin / V.V. Strygin, V.A. Sobolev // Cosmic Research. – 1976. – Vol. 14(3). – P. 331-335.
[6] Щепакина, Е.А. Интегральные поверхности со сменой устойчивости и траектории-утки / Е.А. Щепакина, В.А. Соболев // Известия РАЕН. Математика. Математическое моделирование. Информатика и управление. – 1997. – Т. 1, № 3. – С. 151-175.
[7] Горелов, Г.Н. Сингулярно возмущенные модели горения / Г.Н. Горелов, В.А. Соболев, Е.А. Щепакина. – Самара: СамВен, 1999. – 185 с.
[8] Щепакина, Е.А. Критические условия самовоспламенения в пористой среде / Е.А. Щепакина // Химическая физика. – 2001. – Т. 20, № 7. – С. 3-9.

Analysis of the threshold phenomena in a dynamic model of a fuel spray ignition

A.Zh. Agataeva[1]

[1]Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. The analysis of threshold phenomena in the dynamic model of ignition and burning of a fuel spray is investigated. A threshold phenomenon means as a sharp change in the dynamics of the chemical reaction. For modeling and analysis of threshold phenomenaa geometric approach based on the theory of integral manifolds of a singularly perturbed systems is used.

Keywords: combustion theory, fuel spray, threshold phenomena, thermal explosion, singular perturbations, integral manifold.