

# АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ДВУМЕРНОГО ОПТИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСА ПРИ ДИФРАКЦИИ НА РЕЗОНАНСНОЙ РЕШЁТКЕ

Н.В. Головастиков, Д.А. Быков, Л.Л. Досколович

Институт систем обработки изображений РАН

Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

Получено аналитическое выражение для общего вида преобразования, претерпеваемого огибающей двумерного пространственно-временного оптического импульса при дифракции на резонансной решётке. Теоретические выводы подтверждены результатами численного моделирования дифракции импульса в рамках строгого решения уравнений Максвелла.

Оптические устройства, осуществляющие заданные временные и пространственно-временные преобразования оптических сигналов, представляют большой интерес для широкого спектра приложений, включающих оптическую обработку информации и аналоговые оптические вычисления. Ранее было показано, что резонансные дифракционные структуры могут быть использованы для осуществления как временных, так и пространственных преобразований огибающей оптического импульса [1, 2].

Большой интерес представляет описание пространственно-временных преобразований оптических импульсов (волновых пакетов) на резонансных дифракционных структурах. В работе [3] на основе численного моделирования дифракции двумерного оптического импульса на резонансной дифракционной решётке показано, что структура импульса может претерпевать существенные пространственно-временные изменения. В то же время, в известных работах изменение пространственной и временной структуры импульса, происходящее при дифракции на резонансной структуре, исследовались по отдельности.

В настоящей работе впервые получено аналитическое описание пространственно-временных преобразований формы огибающей двумерного оптического импульса при дифракции на резонансной дифракционной решётке (рис. 1).

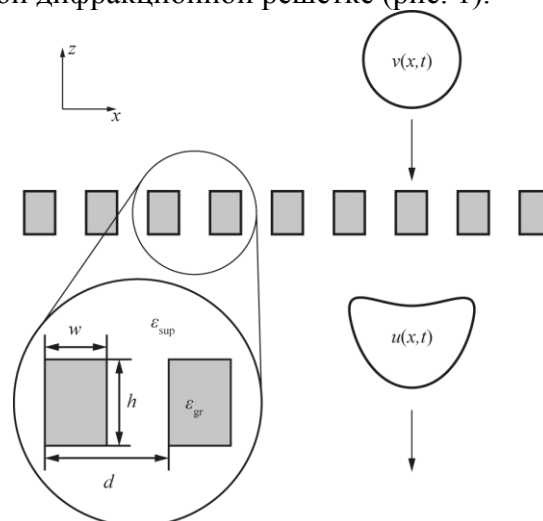


Рисунок 1 — Дифракция импульса на резонансной дифракционной решётке ( $d = 0.5$  мкм,  $h = 0.3$  мкм,  $w = 0.45$  мкм,  $\epsilon_{gr} = 2.4025$ ,  $\epsilon_{sup} = 1$ )

Рассмотрен случай нормального падения оптического импульса с центральной частотой  $\omega_0 = 2.873 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$ , лежащей в окрестности волноводного резонанса дифракционной структуры. Преобразование огибающей импульса описано в терминах

прохождения через линейную систему с передаточной функцией, совпадающей со спектром отражения (пропускания) дифракционной решётки.

На основании дисперсионного соотношения для собственных мод структуры в окрестности частоты волноводного резонанса получена аналитическая аппроксимация спектра пропускания резонансной решётки в виде дробно-рациональной функции двух переменных, соответствующих угловой частоте  $\omega$  и пространственной частоте  $k_x$ :

$$T(k_x, \omega) = \tilde{t} \frac{k_x^2 - \alpha(\omega - \omega_{z,1})(\omega - \omega_{z,2})}{k_x^2 - \beta(\omega - \omega_{p,1})(\omega - \omega_{p,2})}, \quad (1)$$

где  $\tilde{t}$  – нерезонансный коэффициент пропускания (коэффициент пропускания вдали от резонанса);  $\omega_{p,1}$ ,  $\omega_{p,2}$  — комплексные частоты мод структуры (полюсы коэффициента пропускания) при нормальном падении,  $\omega_{z,1}$ ,  $\omega_{z,2}$  — (комплексные) нули коэффициента пропускания при нормальном падении. Коэффициент отражения также может быть представлен в виде, аналогичном (1). При этом знаменатель в представлении для коэффициента отражения будет совпадать со знаменателем в (1).

Полученная передаточная функция является обобщением передаточных функций, описывающих преобразования временных оптических импульсов [1] и пространственные преобразования монохроматических пучков [2].

Отметим, что при  $\beta > 0$  знаменатель уравнения (1) определяет форму дисперсионной кривой в виде гиперболы. Асимптоты гиперболы имеют вид  $\omega = \pm k_x / \sqrt{\beta}$ , что позволяет интерпретировать величину  $v_{gr} = 1/\sqrt{\beta}$  как групповую скорость моды при больших значениях  $k_x$ . Дисперсионная кривая такого вида описывает ряд важных физических эффектов, включающих формирование фотонной запрещённой зоны и существование нечётной моды, которая не может быть возбуждена при нормальном падении (рис. 2). Это соответствует характерной картине расщепления дисперсионных кривых, наблюдающейся в окрестности нормального падения [4]. Ранее полученный результат для пространственно-временного представления спектров пропускания резонансных решёток [5], является более частным и, в частности, не описывает эффект формирования фотонной запрещённой зоны.

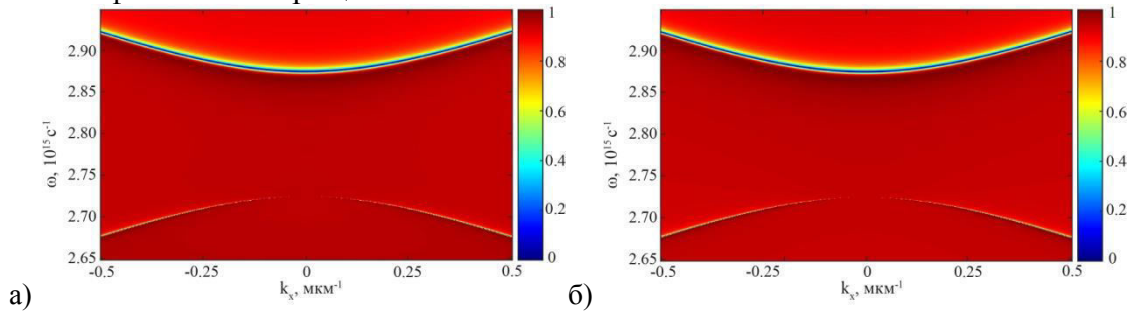


Рисунок 2 — Модуль коэффициента пропускания структуры как функция  $\omega$ ,  $k_x$  при ТЕ-поляризации падающих волн: (а) рассчитанный с использованием метода фурье-мод; (б) рассчитанный с использованием резонансного приближения (1)

С использованием полученной аналитической аппроксимации спектра пропускания решётки в окрестности волноводного резонанса записано дифференциальное уравнение в частных производных гиперболического типа, описывающее преобразование огибающей падающего импульса:

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - p_1 u(x,t) - ip_2 \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + p_3 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \tilde{t} f(x,t), \quad (2)$$

где

$$f(x,t) = \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} - z_1 v(x,t) - iz_2 \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} + z_3 \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2}, \quad (3)$$

$u(x, t)$  – огибающая преобразованного сигнала,  $v(x, t)$  – огибающая падающего сигнала,  $p_1 = -\beta(\omega_{p,1} - \omega_0)(\omega_{p,2} - \omega_0)$ ,  $p_2 = \beta(\omega_{p,1} + \omega_{p,2} - 2\omega_0)$ ,  $p_3 = -\beta$ ,  $z_1 = -\alpha(\omega_{z,1} - \omega_0)(\omega_{z,2} - \omega_0)$ ,  $z_2 = \beta(\omega_{z,1} + \omega_{z,2} - 2\omega_0)$ ,  $z_3 = -\alpha$ . Коэффициенты перед производными в уравнениях (2), (3) определяются параметрами резонансной структуры.

Решая уравнение (2), можно записать выражение для огибающей прошедшего сигнала в виде интеграла свёртки:

$$u(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi, \tau) h(x - \xi, t - \tau) d\xi d\tau, \quad (4)$$

где

$$h(x, t) = \begin{cases} \frac{\tilde{t}}{2\sqrt{\beta}} \cdot \exp\left\{-i \frac{\omega_{p,1} + \omega_{p,2} - 2\omega_0}{2} t\right\} \cdot J_0\left(\frac{\omega_{p,1} - \omega_{p,2}}{2} \sqrt{t^2 - \beta x^2}\right), & t \geq |x|\sqrt{\beta}; \\ 0 & t < |x|\sqrt{\beta}. \end{cases} \quad (5)$$

Решение задачи дифракции импульса на резонансной дифракционной решётке с использованием интеграла свёртки (4) значительно проще, чем непосредственное решение уравнений Максвелла строгим методом фурье-мод: единожды рассчитанные параметры ядра свёртки (5) позволяют промоделировать дифракцию произвольного импульса. Отметим также, что интегрирование в (4) выполняется по области, заключённой внутри двумерного конуса  $t = |x|\sqrt{\beta}$ . Это подтверждает вывод о том, что величина  $v_{gr} = 1/\sqrt{\beta}$  имеет смысл групповой скорости распространения моды в направлении оси  $Ox$ . В предположении, что эта скорость не превосходит скорости света, импульсная характеристика  $h(x, t)$  удовлетворяет релятивистскому условию причинности.

На рис. 3 приведены результаты моделирования дифракции гауссовского импульса на резонансной решётке, полученные по методу фурье-мод (рис. 3б), и с использованием аналитических формул (4), (5) (рис. 3в). Графики на рис. 3б,в демонстрируют высокую степень соответствия вида огибающих, вычисленных с использованием точного и приближённого методов: величина среднеквадратического отклонения не превышает 0.5%.

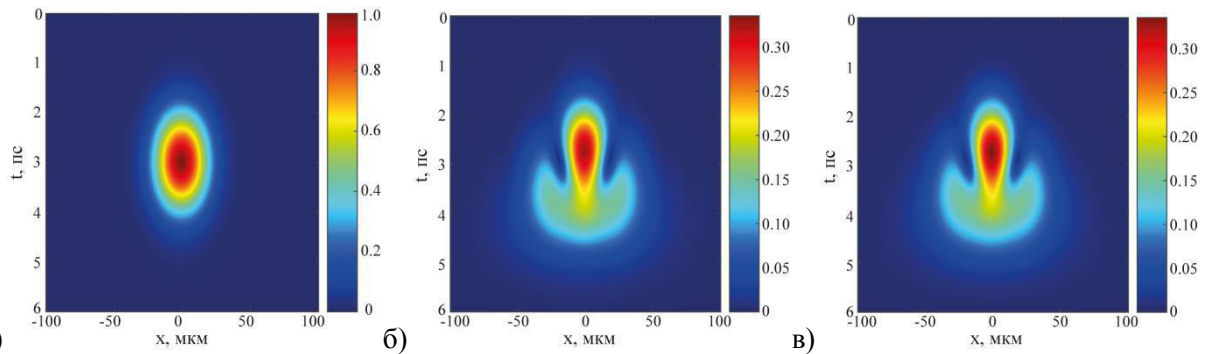


Рисунок 3 — Модуль огибающей импульса: а) падающий импульс, б) прошедший импульс, вычисленный по методу фурье-мод, в) прошедший импульс, вычисленный с использованием аналитического выражения (4), (5)

Представленные результаты могут найти применение при создании новых устройств для преобразования формы оптических импульсов в задачах оптической обработки информации и аналоговых оптических вычислений.

#### Литература

1. Golovastikov N.V., Bykov D.A., Doskolovich L.L., Resonant diffraction gratings for spatial differentiation of optical beams // Quantum Electronics, Vol. 44, pp. 984–988, (2014).
2. Bykov D.A., Doskolovich L.L., Bezus E.A., Soifer V.A., Optical computation of the Laplace operator using phase-shifted Bragg grating // Optics Express, Vol. 22, pp.25084–25092, (2014).
3. Vallius T., Turunen J., Pulse deformations at guided-mode resonance filters // Optics Express, Vol. 10, pp.840–843, (2002).

4. Tikhodeev S.G., Yablonskii A.L., Muljarov E.A. et al., Quasiguided modes and optical properties of photonic crystal slabs // Phys. Rev. B, Vol. 66, pp.045102 (2002).
5. Shipman S.P., Venakides S., Resonant transmission near nonrobust periodic slab modes // Phys. Rev. E, Vol. 71, 026611 (2005).