

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДИФРАКЦИИ ТРЁХМЕРНОГО ОПТИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСА НА БРЭГГОВСКОЙ РЕШЁТКЕ С ДЕФЕКТОМ

Н.В. Головастикова, Д.А. Быков, Л.Л. Досколович

Институт систем обработки изображений РАН, Самара, Россия,
Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет) (СГАУ), Самара, Россия

Получены резонансные аппроксимации спектров отражения и пропускания брэгговской решётки с дефектом как функции угловой частоты и поперечных компонент волнового вектора. На их основе получены аналитические выражения для трёхмерных огибающих отражённого и прошедшего импульсов. Теоретические выкладки подтверждены результатами численного моделирования.

Ключевые слова: брэгговская решётка, оптический резонанс, оптическая обработка информации.

Введение

Оптические устройства, осуществляющие заданные временные и пространственные преобразования оптических сигналов, представляют большой интерес для широкого спектра приложений, включающих полностью оптическую обработку информации и аналоговые оптические вычисления [1]. В качестве оптических элементов, осуществляющих подобные преобразования, были предложены различные варианты резонансных структур, включающие брэгговские решётки с дефектным слоем (БРДС), которые использовались как для дифференцирования и интегрирования огибающей импульса по времени [2–4], так и для дифференцирования и интегрирования профиля монохроматического светового пучка по пространственным координатам [5, 6]. Использование резонансных структур связано с тем, что профиль Фано, описывающий вид коэффициента отражения (пропускания) дифракционной структуры в окрестности резонанса, может аппроксимировать передаточную функцию дифференцирующего (интегрирующего) фильтра. В частности, резонансные свойства БРДС обусловлены возбуждением моды, локализованной в слое дефекта.

В предшествующих работах выполнение временных и пространственных операций над огибающей падающего импульса описывались по отдельности. При описании временных преобразований в [2–4] не учитывалась пространственная структура оптического импульса. При рассмотрении пространственных операций в [5, 6] падающий пучок предполагался монохроматическим. В то же время интерес представляет описание пространственно-временных преобразований оптических импульсов (волновых пакетов) на резонансных дифракционных структурах. Результаты недавних работ авторов [7, 8], в которых рассмотрена дифракция двумерного пространственно-временного импульса на резонансной дифракционной решётке, не допускают прямого обобщения на трёхмерный случай.

В настоящей работе впервые предложено теоретическое описание дифракции трёхмерного оптического импульса на БРДС. С этой целью были получены резонансные

аппроксимации коэффициентов отражения и пропускания БРДС как функции от угловой частоты и поперечных компонент волнового вектора. Показано, что при нормальном падении 3D импульса на БРДС преобразование огибающей импульса может быть описано дифференциальным уравнением гиперболического типа. Проведено численное моделирование дифракции импульса на БРДС методом фурье-мод, результаты которого полностью подтверждают приведённое теоретическое описание.

Огибающая трёхмерного импульса

В работе рассмотрена дифракция трёхмерного оптического импульса, нормально падающего на многослойную дифракционную структуру (рис. 1). Показано, что преобразование огибающей падающего импульса $v(x, y, t)$ на верхней границе решётки в огибающую отражённого (прошедшего) импульса $u_{R,T}(x, y, t)$ на верхней (нижней) границе решётки можно описать в терминах прохождения огибающей через линейную систему. При этом фурье-спектры огибающей падающего импульса $V(k_x, k_y, \omega)$ и огибающей отражённого (прошедшего) импульса $U_{R,T}(k_x, k_y, \omega)$ связаны следующим соотношением:

$$U_{R,T}(k_x, k_y, \omega) = H_{R,T}(k_x, k_y, \omega) V(k_x, k_y, \omega) \quad (1)$$

где $H_{R,T}(k_x, k_y, \omega)$ – передаточная функция линейной системы, совпадающая с комплексным коэффициентом отражения (пропускания) дифракционной структуры:

$$\begin{aligned} H_R(k_x, k_y, \omega) &= R\left(\sqrt{k_x^2 + k_y^2}, \omega + \omega_0\right), \\ H_T(k_x, k_y, \omega) &= T\left(\sqrt{k_x^2 + k_y^2}, \omega + \omega_0\right), \end{aligned} \quad (2)$$

где ω_0 – центральная частота падающего импульса, k_x, k_y – поперечные компоненты волнового вектора. Полученные передаточные функции (2) зависят от угловой частоты и поперечных компонент волнового вектора и являются обобщением передаточных функций, описывающих временные преобразования оптического импульса [4] и пространственные преобразования оптического пучка [5].

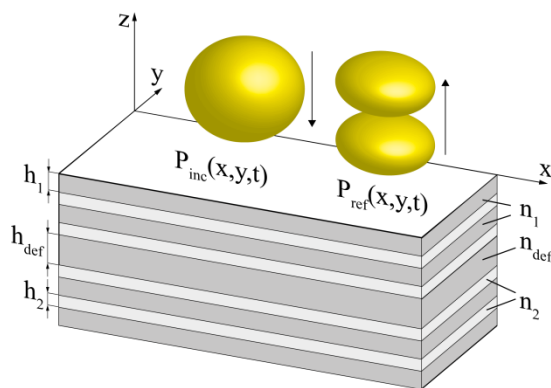


Рис. 1. Геометрия задачи

В дальнейшем считается, что падающий импульс в плоскости $z=0$ поляризован по оси x . Это означает, что огибающая падающего импульса $v(x, y, t)$ соответствует компоненте E_x

электрического поля ($E_y \equiv 0$), а коэффициенты отражения и пропускания $R(k_x, k_y, \omega + \omega_0)$ и $T(k_x, k_y, \omega + \omega_0)$ в (2) представляются через коэффициенты отражения и пропускания для падающих на структуру плоских волн с ТЕ и ТМ поляризациями.

Преобразование огибающей

Описание преобразований, претерпеваемых огибающей падающего импульса (1) при дифракции на БРДС стало возможным после получения резонансного представления для коэффициентов отражения и пропускания решётки. Указанное резонансное представление справедливо в окрестности нормального падения ($k_x = k_y = 0$) и частоты резонанса, соответствующей моде дефектного слоя, и имеет вид:

$$\begin{aligned} R(k_x, k_y, \omega) &= \gamma_R \frac{v_g^2 (k_x^2 + k_y^2) - (\omega - \omega_z^R)(\omega + \omega_z^R)}{v_g^2 (k_x^2 + k_y^2) - (\omega - \omega_p)(\omega + \omega_p^*)}, \\ T(k_x, k_y, \omega) &= \gamma_T \frac{v_g^2 (k_x^2 + k_y^2) - (\omega - \omega_z^T)(\omega + \omega_z^{T*})}{v_g^2 (k_x^2 + k_y^2) - (\omega - \omega_p)(\omega + \omega_p^*)}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $v_g^2 \in \mathbb{R}$, v_g имеет смысл групповой скорости собственной моды структуры, γ_R, γ_T - нерезонансные коэффициенты отражения и пропускания (коэффициенты отражения и пропускания вдали от резонанса). Представления (3) обобщают известные резонансные аппроксимации коэффициентов отражения и пропускания на общий трёхмерный случай. При фиксированной частоте ω выражения (3) переходят в известные аппроксимации коэффициентов отражения и пропускания как функций от k_x в окрестности нормального падения ($k_x = 0$) [5]. При $k_x = 0$ спектры (3) примут известный вид профилей Фано [4].

С учётом (3), удобно представить передаточные функции (2) в виде произведения двух передаточных функций, соответствующих преобразованиям, осуществляемым числителем и знаменателем ПФ $H_{R,T}(k_x, k_y, \omega)$:

$$\begin{aligned} H_{R,T}(k_x, k_y, \omega) &= H_{R,T}^1(k_x, k_y, \omega) \cdot H_{R,T}^2(k_x, k_y, \omega) = \\ &= \gamma_{R,T} \left(v_g^2 (k_x^2 + k_y^2) - (\omega + \omega_0 - \omega_z^{R,T})(\omega + \omega_0 + \omega_z^{R,T*}) \right) \cdot \\ &\cdot \frac{1}{v_g^2 (k_x^2 + k_y^2) - (\omega + \omega_0 - \omega_p)(\omega + \omega_0 + \omega_p^*)} \end{aligned} \quad (4)$$

Применяя обратное преобразование Фурье к уравнению (1) с учётом представления (4), получим дифференциальное уравнение относительно огибающей отраженного (прошедшего) импульса $u_{R,T}(x, y, t)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_{R,T}}{\partial t^2} - v_g^2 \Delta u_{R,T} - 2i \left(\omega_0 - i \operatorname{Im}[\omega_p] \right) \frac{\partial u_{R,T}}{\partial t} + \\ + (\omega_0 - \omega_p)(\omega_0 + \omega_p^*) u_{R,T} = f_{R,T}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$f_{R,T}(x, y, t) = \gamma_{R,T} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - v_g^2 \Delta v - 2i \left(\omega_0 - i \operatorname{Im}[\omega_z^{R,T}] \right) \frac{\partial v}{\partial t} + \right. \\ \left. + \left(\omega_0 - \omega_z^{R,T} \right) \left(\omega_0 + \omega_z^{R,T*} \right) v \right), \quad (6)$$

$\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ — оператор Лапласа по пространственным координатам.

Интересно отметить, что при низкой добротности резонанса БРДС функция $H_{R,T}^2(k_x, k_y, \omega)$ в (4) является плавно изменяющейся и основное влияние на формирование выходного сигнала оказывает система с ПФ $H_{R,T}^1(k_x, k_y, \omega)$ [7], которая выполняет над падающим сигналом преобразование $f_{R,T}(x, y, t)$ (6). Из формулы (6) хорошо видно, что БРДС позволяет оптически реализовать такие важные дифференциальные операции как вычисление оператора Лапласа по пространственным координатам (второе слагаемое в (6)) и вычисление первой производной по времени (третье слагаемое в (6)). Указанные операции могут быть выполнены в отражении, когда $\omega_0 = \omega_z^R$ ($\operatorname{Im}[\omega_z^R] = 0$) [7, 8]. Отметим, что в предшествующих работах выполнение указанных операций рассматривалось по отдельности для монохроматических пучков и временных импульсов, соответственно. В этом смысле формулы (5), (6) являются обобщением указанных пространственных и временных преобразований световых импульсов, рассмотренные в работах [3, 5].

Решение дифференциального уравнения (5) удобно записать в виде свёртки:

$$u_{R,T}(x, y, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{R,T}(\xi, \eta, \tau) \cdot h_{3D}(x - \xi, y - \eta, t - \tau) d\xi d\eta d\tau, \quad (7)$$

где

$$h_{3D}(x, y, t) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi v_g^2} \exp\{i\omega_0 t + \operatorname{Im}[\omega_p]t\} \frac{\cos\left(\operatorname{Re}[\omega_p] \sqrt{t^2 - (x^2 + y^2)/v_g^2}\right)}{\sqrt{t^2 - (x^2 + y^2)/v_g^2}}, & x^2 + y^2 \leq v_g^2 t^2, \\ 0, & x^2 + y^2 \geq v_g^2 t^2, \end{cases} \quad (8)$$

— фундаментальное решение уравнения (5). Отметим, что $h_{3D}(x, y, t)$ — импульсная характеристика линейной системы с передаточной функцией $H_{R,T}^2(k_x, k_y, \omega)$ (4). Полученное решение допускает наглядную физическую интерпретацию. Интегрирование в (7) выполняется по области, заключённой внутри конуса $x^2 + y^2 = v_g^2 t^2$. Эту область можно рассматривать как аналог светового конуса: она включает ту область пространства, возмущение из которой доходит до рассматриваемой точки за время t . При этом величина v_g имеет смысл групповой скорости моды. В предположении, что эта скорость не превосходит скорости света, импульсная характеристика $h_{3D}(x, y, t)$ удовлетворяет релятивистскому условию причинности.

Численное моделирование

Для подтверждения приведённых выкладок предлагаются результаты численного моделирования дифракции оптического импульса на брэгговской решётке с дефектом.

Для моделирования выбрана брэгговская решётка с высокодобротным резонансом (29 слоёв, величина добротности $Q = -\text{Re}[\omega_p] / 2\text{Im}[\omega_p] = 7848,6$). Показатели преломления материалов слоёв, дефекта, материалов над и под структурой определены в виде: $n_1 = 2,4547$ (TiO_2), $n_2 = 1,4446$ (SiO_2), $n_{\text{def}} = n_1$, $n_{\text{sup}} = n_{\text{sub}} = 1$. Толщины слоёв решётки определены так, чтобы решётка имела нулевое отражение на длине волны Брэгга $\lambda_B = 1500\text{нм}$ при угле падения $\theta_0 = 0$. На рис. 2а приведён модуль спектра пропускания решётки $|T(k_x, \omega)|$: рассчитанного методом фурье-мод для ТМ-поляризации ($k_x < 0$) и рассчитанного на основе резонансной аппроксимации (3) ($k_x > 0$). Рис. 2а показывает резкий максимум пропускания, обусловленный возбуждением моды в слое дефекта. Значение комплексной частоты моды $\omega_p = 1255,77 - 0,08i \text{пс}^{-1}$ было рассчитано как полюс матрицы рассеяния структуры при нормальном падении ($k_x = k_y = 0$). Значения остальных параметров: $\omega_c^T = 966,84 + 801,35i \text{пс}^{-1}$, $\gamma_T = 0,99 \cdot 10^{-4}$ и $v_g = 159 \text{мкм/пс}$ были получены в результате оптимизации из условия минимума разности между коэффициентом пропускания, рассчитанными методом фурье-мод, и приближённым выражением (3) в нескольких характерных точках спектра. Относительная среднеквадратичная ошибка (СКО) между спектрами на рис. 2а составляет 2,1%. Для ТЕ-поляризации СКО между спектрами, рассчитанным методом фурье-мод и с использованием резонансной аппроксимации с вышеприведенными параметрами, составляет 2,0%. Аналогичная по величине ошибка получается и при использовании аппроксимации (3) для представления спектров отражения.

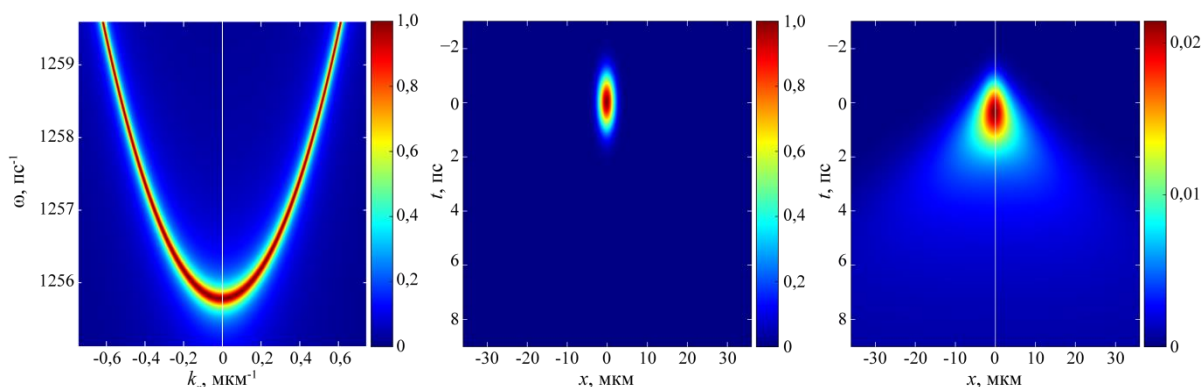


Рис. 2. (а) Спектр пропускания $|T(k_x, k_y = 0, \omega)|$, (б) огибающая падающего импульса $|P_{\text{inc}}(x, y = 0, t)|$,
(в) огибающая прошедшего импульса $|P_{\text{tr}}(x, y = 0, t)|$

В качестве падающего импульса в расчётах использовался импульс гауссовой формы $v(x, y, t) = \exp\left\{-\frac{(x^2 + y^2)}{\sigma^2} - \frac{t^2}{\sigma_t^2}\right\}$. Параметры импульса: $\sigma_t = 1\text{пс}$, $\sigma = 2\text{мкм}$, центральная частота $\omega_0 = 2\pi c / \lambda_B = 1255,77 \text{пс}^{-1}$ (рис. 2б).

На рис. 2в приведено сравнение огибающих прошедшего импульса, рассчитанных двумя способами: с использованием строгого метода фурье-мод ($x < 0$) и с использованием предложенной аналитической модели (7), (8) ($x > 0$). СКО для распределений на рис. 2в составляет 2,2%, что подтверждает высокую точность предложенной модели.

Отметим, что оценка спектров БРДС на основе резонансных представлений (3), а также решение задачи дифракции трехмерного импульса на БРДС с использованием интеграла свёртки (7) значительно проще, чем непосредственное решение уравнений Максвелла строгим методом фурье-мод. Действительно, для вычисления параметров резонансных аппроксимаций (3) и ядра свёртки (8) достаточно строго решить задачу дифракции всего для нескольких пар значений (k_x, k_y, ω) . При этом единожды рассчитанные параметры ядра свёртки (8) позволяют промоделировать дифракцию произвольного импульса.

Полученные результаты могут найти применение при создании новых планарных устройств для оптической обработки информации и аналоговых оптических вычислений. При этом полученное теоретическое описание общего вида преобразования огибающей импульса определяет класс возможных пространственно-временных преобразований трёхмерных импульсов, которые могут быть реализованы с использованием БРДС.

Благодарности

Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда №14-19-00796 и стипендии Президента Российской Федерации молодым ученым и аспирантам (Конкурс СП-2016).

Литература

1. Silva, A. Performing Mathematical Operations with Metamaterials / A. Silva, F. Monticone, G. Castaldi, V. Galdi, A. Alù, N. Engheta // *Science*. – 2014. – Vol. 343. – P. 160-163.
2. Rivas, L.M. Experimental demonstration of ultrafast all-fiber high-order photonic temporal differentiators / L.M. Rivas, S. Boudreau, Y. Park, R. Slavík, S. LaRochelle, A. Carballar, J. Azaña // *Opt. Lett.* – 2009. – Vol. 34. – P. 1792–1794.
3. Kulishov, M. Design of high-order all-optical temporal differentiators based on multiple-phase-shifted fiber Bragg gratings. / M. Kulishov, J. Azaña // *Optics express* – 2007. – Vol. 15(10). – P. 6152-6166.
4. Ngo, N.Q. Design of an optical temporal integrator based on a phase-shifted fiber Bragg grating in transmission / N.Q. Ngo // *Opt. Lett.* – 2007. – Vol. 32. – P. 3020-3022.
5. Bykov, D.A. Optical computation of the Laplace operator using phase-shifted Bragg grating / D.A. Bykov, L.L. Doskolovich, E.A. Bezus, V.A. Soifer // *Opt. Express*. – 2014. – Vol. 22. – P. 25084-25092.
6. Golovastikov, N.V. Spatial optical integrator based on phase-shifted Bragg gratings / N.V. Golovastikov, D.A. Bykov, L.L. Doskolovich, E.A. Bezus // *Optics Communications*. – 2015. – Vol. 338. – P. 457–460.
7. Головастиков, Н.В. Преобразование пространственно-временного оптического импульса резонансной дифракционной решеткой / Н.В. Головастиков, Д.А. Быков, Л.Л. Досколович, В.А. Соيفер // *ЖЭТФ*. – 2015. – Т. 148(5). – С. 899–907.
8. Golovastikov, N. Spatiotemporal pulse shaping using resonant diffraction gratings / N. Golovastikov, D. Bykov, L. Doskolovich // *Optics Letters*. – 2015. – Vol. 40. – P. 3492-3495.