

# Аналитическая модель дифракции света на многослойных неоднородных голографических ФПМ-ЖК дифракционных структурах

В.О. Долгирев

Томский государственный университет систем управления  
и радиоэлектроники  
Томск, Россия  
vital2@mail.ru

С.Н. Шарангович

Томский государственный университет систем управления  
и радиоэлектроники  
Томск, Россия  
shr@tusur.ru

**Аннотация**—В данной работе представлены аналитические решения для передаточных функций частотно-угловых спектров световых пучков при их дифракции на многослойных неоднородных голографических дифракционных структурах в фотополимерных композициях с жидкими кристаллами, имеющих плавную оптическую неоднородность по толщине слоев.

**Ключевые слова**— МНГДС, ФПМ-ЖК, дифракция.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Многослойные неоднородные голографические дифракционные структуры (МНГДС) представляют из себя набор голографических дифракционных решеток (ГДР), разделенных однородными промежуточными слоями [1-3]. Данные структуры интересны селективными свойствами, обусловленными интерференцией волн, восстановленной из каждой решетки. Они имеют огибающую контура селективности, как у одиночных голограмм и состоят из набора локальных максимумов. Их количество и ширина зависят от ширины слоев, их количества и расстояния между ними. Такие структуры могут найти широкое применение в оптических системах связи, например в качестве оптических спектральных фильтров [3].

В работе [3] была продемонстрирована возможность управления дифракционными характеристиками МНГДС с помощью внешнего электрического поля. Управление достигалось за счет наличия жидких кристаллов (ЖК) в составе с фотополимерным материалом (ФПМ). Чувствительность ЖК к электрическим воздействиям позволяет изменять его пространственную ориентацию, меняя тем самым условия распространения электромагнитных волн.

Однако, в работе [3] был рассмотрен случай, при котором ЖК капсулированы полимером (КПЖК) и при воздействии внешнего электрического воздействия среда с ГДР оставалась однородной по глубине и, как следствие, поворот директора капсул ЖК был так же однороден. При повышенном же содержании ЖК (>90%) в процессе формирования ГДР происходит концентрация молекул жидкого кристалла между слоями полимера, в которых ориентация молекул ЖК определяется границами образца. Среда становится плавно-оптически неоднородной, что приводит к неравномерному повороту директора ЖК по глубине.

Таким образом, целью данной работы является разработка аналитической модели дифракции света на МНГДС в условиях оптической неоднородности ФПМ-ЖК слоев.

## 2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИФРАКЦИИ СВЕТА НА МНГДС В ФПМ-ЖК

При большой концентрации молекул ЖК при формировании ГДР их ориентация определяется границами образца и описывается уравнением Фредерикса [4]:

$$\frac{1}{\xi_E(E)} \left( \frac{d_n}{2} + y \right) = \int_0^{\varphi(\mathbf{r}, E)} (\sin^2 \varphi_m(\mathbf{r}, E) - \sin^2 \varphi)^{-1/2} d\varphi, \quad (1)$$

где  $\varphi_m(\mathbf{r}, E)$  и  $\varphi(\mathbf{r}, E)$  – максимальный угол и угол поворота директора ЖК от оси  $y$  (по глубине слоя с ГДР),  $\xi_E(E) = \sqrt{(4\pi K) / (E^2 \Delta \varepsilon)}$  – электрическая когерентная длина,  $K$  – коэффициент упругости ЖК,  $d_n$  – толщина дифракционного слоя,  $n$  – номер слоя.

Как видно из рис. 1, угол поворота директора ЖК, при воздействии внешнего поля, различен по глубине дифракционного слоя, что в итоге обуславливает оптическую неоднородность среды.

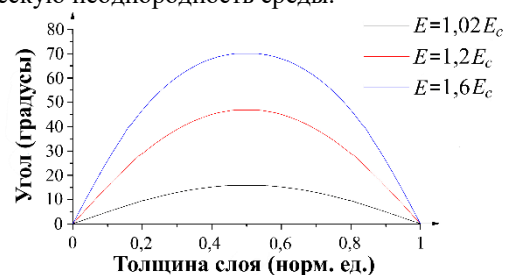


Рис. 1. Зависимость угла поворота напряжения электрического поля

В случае брэгговской дифракции световых пучков на МНГДС в оптически неоднородных слоях ФПМ-ЖК (рис. 2), амплитуды взаимодействующих волн определяются системами уравнений связанных волн (УСВ) в частных производных [4]:

$$N_{r_0}^{m,n} \cdot \nabla E_0^{m,n} = -i C_1^{m,n} \cdot n_1^{m,n} \cdot E_1^{m,n} \cdot \exp \left[ +i \Theta_n^m \right],$$

$$N_{r_1}^{m,n} \cdot \nabla E_1^{m,n} = -i C_0^{m,n} \cdot n_1^{m,n} \cdot E_0^{m,n} \cdot \exp \left[ -i \Theta_n^m \right],$$

где  $C_j^{m,n}(E)$  – коэффициенты связи;  $j = 0, 1$ ;  $n_1^{m,n}(\mathbf{r}, \tau)$  – показатель преломления первой гармоники,  $m = o, e$ ,

$\Theta_n^m(\mathbf{r}) = \Delta K^{m,n} y + t_y^n y^2 / 2$  – интегральная фазовая расстройка,  $\Delta K^{m,n}$  – составляющая вектора  $\Delta K^{m,n}(\mathbf{r})$  при  $\mathbf{r} = 0$ , а  $t_y^n$  определяется как [4]:

$$t_y^n = k_0^{e,n} \left[ (\mathbf{y}_0 \cdot \mathbf{N}_0^{e,n}) (\mathbf{y}_0 \cdot \nabla n_0^{e,n}) - (\mathbf{y}_0 \cdot \mathbf{N}_1^{e,n}) (\mathbf{y}_0 \cdot \nabla n_1^{e,n}) + \frac{(\mathbf{y}_0 \cdot \mathbf{m}_0^{e,n}) (\mathbf{m}_0^{e,n} \cdot \nabla n_0^{e,n}) - (\mathbf{y}_0 \cdot \nabla n_1^{e,n}) (\mathbf{m}_1^{e,n} \cdot \nabla n_1^{e,n})}{(\mathbf{N}_{r0}^{e,n} \cdot \mathbf{y}_0)} - \frac{(\mathbf{y}_0 \cdot \nabla n_1^{e,n}) (\mathbf{m}_1^{e,n} \cdot \nabla n_1^{e,n})}{(\mathbf{N}_{r1}^{e,n} \cdot \mathbf{y}_0)} \right], \quad (2)$$

где  $\mathbf{m}_j^{e,n}$  – базисный орт голографа,  $\nabla n_{0,1}^{e,n}$  – изменения показателя преломления.

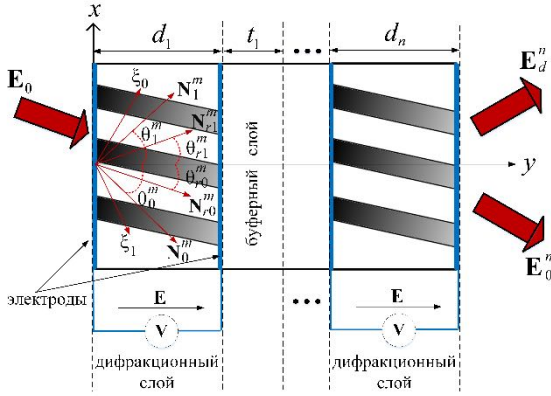


Рис. 2. Схема дифракции света на МНГДС в ФПМ-ЖК

Для решения УСВ в частных производных необходимо произвести аппроксимацию параметра интегральной фазовой расстройки  $\Theta_n^m(\mathbf{r})$  для каждого слоя МНГДС с ФПМ-ЖК функцией вида [4]:

$$\Theta_n(y_n, E) = \Theta_{n-1} + a_n(E) y_n + b_n(E) y_n^2, \quad (3)$$

где  $a_n$  и  $b_n$  – коэффициенты аппроксимации,  $\Theta_{n-1}$  – значение расстройки на предыдущем слое.

Тогда пространственные распределения световых полей для 0-го и 1-го дифракционного порядка на выходе МНГДС будут определяться выражениями:

$$\mathbf{E}_1^n(\eta) = \mathbf{e}_1^{o,n} E_1^{o,n}(\eta) \exp[-i \int_0^d \mathbf{k}_1^{o,n} d\mathbf{r}] + \mathbf{e}_1^{e,n} E_1^{e,n}(\eta) \exp[-i \int_0^d \mathbf{k}_1^{e,n} d\mathbf{r}],$$

$$\mathbf{E}_0^n(\xi) = \mathbf{e}_0^{o,n} E_0^{o,n}(\xi) \exp[-i \int_0^d \mathbf{k}_0^{o,n} d\mathbf{r}] + \mathbf{e}_0^{e,n} E_0^{e,n}(\xi) \exp[-i \int_0^d \mathbf{k}_0^{e,n} d\mathbf{r}],$$

где  $\mathbf{e}_j^{m,n}$  – векторы поляризации,  $\xi_0 = \xi$ ,  $\xi_1 = \eta$ ,  $\xi_0$  и  $\xi_1$  – апертурные координаты.

Для описания преобразования плоских световых волн в многослойных средах воспользуемся матричным методом. Для этого перейдем от амплитудных распределений частотных Фурье-компонент дифрагирующих пучков к их угловым спектрам:

$$E_j^e(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} E_j^e(l) \exp[ik_j^e l \theta] dl,$$

где  $l = \xi_0, \xi_1$ , а угол  $\theta$  характеризует направление плосковолновых компонент  $E_j^e(\theta)$  относительно волновых нормалей.

В результате процесс преобразования частотно-угловых спектров (ЧУС) взаимодействующих световых пучков для необыкновенных волн на выходе МНГДС представится в виде:

$$\mathbf{E}^{e,n} = \mathbf{T}^n \cdot \mathbf{E}_0, \quad (4)$$

где  $\mathbf{T}^n = \mathbf{T}^{e,n} \cdot \mathbf{A}^{e,n-1} \cdot \mathbf{T}^{e,n-1} \cdot \dots \cdot \mathbf{A}^{e,1} \cdot \mathbf{T}^{e,1}$  – матричная

передаточная функция всей МНГДС,  $\mathbf{E}^{e,n} = \begin{bmatrix} E_0^{e,n}(\omega, \theta) \\ E_1^{e,n}(\omega, \theta) \end{bmatrix}$ ,

$\mathbf{T}^{e,n} = \begin{bmatrix} T_{00}^{e,n}(\omega, \theta) & T_{10}^{e,n}(\omega, \theta) \\ T_{01}^{e,n}(\omega, \theta) & T_{11}^{e,n}(\omega, \theta) \end{bmatrix}$  – матричная передаточная

функция,  $\mathbf{E}_0 = \begin{bmatrix} E_0(\omega, \theta) \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{A}^{e,n}$  – матрица перехода для

промежуточного слоя из [3].

Компоненты матрицы  $\mathbf{T}^{e,n}$  определяются как [4]:

$$T_{00}^{e,n} = -\frac{C_0^e C_1^e d_n^{2+1}}{4v_1 v_0} \int_{-1}^1 \exp[\delta m'(1-y) + \delta^2 n'(1-y)^2] \times \\ \times \Phi\left(\frac{d'}{b'} + 1, 2; b' \delta^2 \frac{v_1}{v_0} (1-y^2)\right) dy \cdot (1+y),$$

$$T_{10,01}^{e,n} = -i \frac{C_{1,0}^e d_n^{2+1}}{2v_{0,1}} \int_{-1}^1 \exp[\delta m'(1-y) + \delta^2 n'(1-y)^2] \times \\ \times \Phi\left(\frac{d'}{b'}, 1; b' \delta^2 \frac{v_1}{v_0} (1-y^2)\right) dy,$$

$$T_{11}^{e,n} = -\frac{C_0^e C_1^e d_n^{2+1}}{4v_1 v_0} \int_{-1}^1 \exp[\delta m(1-y) + \delta^2 n(1-y)^2] \times \\ \times \Phi\left(\frac{d'}{a} + 1, 2; a \delta^2 \frac{v_1}{v_0} (1-y^2)\right) dy \cdot (1+y),$$

где все обозначения приведены в [4].

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе представлена аналитическая модель дифракции света на пропускающих электрически управляемых МНГДС в ФПМ-ЖК с учетом плавной оптической неоднородности вдоль глубины решеток. Полученные передаточные функции описывают эволюцию ЧУС световых пучков при их дифракции на МНГДС.

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках программы стратегического академического лидерства «Приоритет-2030».

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Pen, E.F. Properties of multilayer nonuniform holographic structures / E.F. Pen, M. Yu. Rodionov // Quantum Electronics. – 2010. – Vol. 40(10). – P. 919-924.
- [2] Nordin, G.P. Photopolymer-based stratified volume holographic optical elements / G.P. Nordin, A.R. Tanguay // Optics Letters. – 1992. – Vol. 17(23). – P. 1709-1711.
- [3] Шарангович, С.Н. Исследование дифракции света на многослойных неоднородных голографических дифракционных структурах в фотополимерных жидкокристаллических композициях / С.Н. Шарангович, В.О. Долгирев // Изв. РАН. Сер. Физ. – 2022. – Т. 86, № 1. – С. 35-41.
- [4] Ноздреватых, Б.Ф. Векторная модель дифракции световых пучков на электрически управляемой фотополимерно-жидкокристаллической дифракционной решетке / С.Н. Шарангович, С.В. Устюжанин, Б.Ф. Ноздреватых // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2007. – Т. 2, № 16. – С. 192-197.