

Алгоритм управления манипуляционным роботом в случае негладкой периодической траектории

Н. К. Аксёнова

Самарский национальный исследовательский университет имени С.П. Королёва, 443080, Московское шоссе, 34, Самара, Россия

Аннотация

Рассматривается математическая модель манипуляционного робота, которая описывает его движение по негладкой траектории. Используется интерполяция траектории движения, что дает возможность сократить объем вычислений и позволяет принять в расчет ограничения на движение манипулятора. Для понижения размерности системы используется метод интегральных многообразий. В результате работы получена редуцированная система исследуемого объекта, а также функция управления для модели манипуляционного робота в случае негладкой периодической траектории.

Ключевые слова: математическая модель; манипуляционный робот; интегральное многообразие; сингулярные возмущения; периодическая траектория.

1. Введение

В настоящее время, когда непрерывное совершенствование технологий различных отраслей является основной закономерностью жизни человека, исследования в области робототехники необходимы, а проблемы и вопросы, связанные с исследованиями в столь мало изученной области - весьма актуальны.

Робот-манипулятор – это механизм с электронным управлением, состоящий из нескольких сегментов, который выполняет задачи, взаимодействуя с окружающей средой. Современная индустрия манипуляционных роботов продолжает интенсивно развиваться. Конкуренция со стороны компаний по всему миру продолжает обеспечивать высокий спрос на роботов-манипуляторов. Применение роботов и других средств автоматизации в технологическом процессе позволяет существенно ограничить, или вообще исключить участие в нем человека. Во многих случаях это позволяет получить существенный экономический эффект. Кроме экономического имеет место и социальный эффект, заключающийся в исключении человека из опасных для его здоровья и жизни технологических операций (работа с токсичными веществами, в агрессивных средах, разминирование). Более того, существуют операции, которые не могут быть выполнены человеком - работа в условиях глубокого космического вакуума, на поверхности других планет, подводные работы и т. д. До сих пор происходит огромное ускорение спроса из-за продолжающегося инновационного развития и совершенствования промышленных роботов. К 2014 году в несколько раз произошло увеличение продаж роботов по всему миру.

В данной работе рассматривается математическая модель манипуляционного робота, которая описывает его движение по негладкой периодической траектории. После задания траекторий движения манипулятора, выбирается функция управления, которая дает возможность реализовать желаемое движение с высокой степенью точности. Для решения поставленной задачи используется метод интегральных многообразий [1–3]. Применительно к задачам управления этот метод рассматривался в [4–7].

2. Модель однозвенного манипулятора

Уравнения движения однозвенного манипулятора имеют вид [7–8]:

$$J_1 \ddot{q}_1 + Mgl \sin q_1 + c(\dot{q}_1 - \dot{q}_m) + k(q_1 - q_m) = 0, \quad (1)$$

$$J_m \ddot{q}_m - c(\dot{q}_1 - \dot{q}_m) - k(q_1 + q_m) = u,$$

где J_m – момент инерции двигателя; J_1 – момент инерции звена; M, l – масса звена; l – длина звена; c – коэффициент затухания; k – жесткость. При этом q_1 – угол поворота звена; q_m – угол поворота вала двигателя, а u – управление. На

Задача управления состоит из задачи слежения с обратной связью, в которой желательно, чтобы координата q_1 отслеживала желаемую траекторию $q_d(t)$ так, что $|q_d(t) - q_1(t)| \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Используя малый параметр $\varepsilon = 1/\sqrt{k}$ и следующую замену переменных

$$x_1 = \frac{J_1 q_1 + J_m q_m}{J_1 + J_m}, \quad x_2 = \dot{x}_1, \quad y_1 = q_1 - q_m, \quad y_2 = \varepsilon \dot{y}_1, \quad (2)$$

систему (1) можно привести к виду

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = \frac{Mgl}{J_1+J_m} \sin\left(x_1 + \frac{J_m}{J_1+J_m} y_1\right) + \frac{u}{J_1+J_m}, \quad (3)$$

$$\varepsilon \dot{y}_1 = y_2, \quad \varepsilon \dot{y}_2 = -\left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_m}\right) y_1 - \varepsilon c \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_m}\right) y_2 - \varepsilon^2 \frac{Mgl}{J_1} \sin\left(x_1 + \frac{J_m}{J_1+J_m} y_1\right) - \varepsilon^2 \frac{u}{J_m}. \quad (4)$$

Данная система является сингулярно возмущенной с медленной подсистемой (3) и быстрой подсистемой (4). Пренебрегая всеми членами порядка $O(\varepsilon^2)$ в правой части последнего уравнения, получим независимую подсистему:

$$\varepsilon \dot{y}_1 = y_2, \quad \varepsilon \dot{y}_2 = -\left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_m}\right) y_1 - \varepsilon c \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_m}\right) y_2.$$

Дифференциальная система имеет характеристический полином

$$\varepsilon^2 \lambda^2 + c \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_m}\right) \lambda + \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_m}\right),$$

который обладает комплексными нулями

$$\lambda_{1,2} = -\frac{c}{2} \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_m}\right) \pm \frac{i}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_m}\right) - \varepsilon^2 \frac{c^2}{4} \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_m}\right)^2}.$$

Так как вещественная часть является отрицательной, для анализа модели рассматриваемого манипулятора можно использовать медленное инвариантное многообразие.

3. Построение интегрального многообразия

Построим интегральное многообразие медленных движений для системы (3)-(4), учитывая, что оно допускает разложение по степеням малого параметра. С помощью условия $O(\varepsilon^2)$ подсистемы (4) можно сделать вывод, что медленное инвариантное многообразие может быть найдено в виде

$$y_1 = \varepsilon^2 Y + O(\varepsilon^3) \quad \text{и} \quad y_2 = O(\varepsilon^3), \quad (5)$$

где

$$Y = -\left[\frac{Mgl}{J_1} \sin(x_1) + \frac{u_0}{J_m}\right] \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_m}\right)^{-1},$$

здесь использовали предположение, что $u = u_0 + \varepsilon^2 u_1 + O(\varepsilon^3)$.

Движение на многообразии описывается следующими уравнениями:

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = -\frac{Mgl}{J_1+J_m} \sin\left(x_1 + \varepsilon^2 \frac{J_m}{J_1+J_m} Y\right) + \frac{u_0 + \varepsilon^2 u_1}{J_1+J_m} + O(\varepsilon^3). \quad (6)$$

Угол поворота манипулятора q_1 при этом выражается через новые переменные

$$q_1 = x_1 + \frac{J_m}{J_m+J_1} y_1, \quad (7)$$

$$\text{где} \\ y_1 = \varepsilon^2 Y + O(\varepsilon^3),$$

что позволяет представить систему (6) на медленном интегральном многообразии в виде

$$\ddot{q}_1 - \varepsilon^2 \frac{J_m}{J_m+J_1} \dot{Y} = -\frac{Mgl}{J_1+J_m} \sin(q_1) + \frac{u_0 + \varepsilon^2 u_1}{J_1+J_m} + O(\varepsilon^3). \quad (8)$$

4. Функция управления

Пусть q_d является желаемой траекторией движения манипулятора. Берется медленная составляющая функции управления u , которая записывается в виде суммы $u_0 = (J_1 + J_m)u_d + Mgl \sin q_1$, где $u_d = \ddot{q}_d - a_1(x_1 + q_d) - a_2(\dot{x}_1 + \dot{q}_d)$. Возьмем $\varepsilon = 0$, используя (8) и u_0 и u_d , получим с точностью до порядка $O(\varepsilon^2)$

$$\ddot{q}_1 - \ddot{q}_d + a_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_d) + a_1(q_1 + q_d) = 0, \tag{9}$$

для разности $q_1 - q_d$, поскольку $q_1 = x_1 + O(\varepsilon^3)$ на медленном интегральном многообразии. Уравнение (9) позволит выбрать коэффициенты в функции управления u_d таким образом, чтобы соответствующее управление позволяло достичь желаемой траектории. Пусть, например, $M=1, k=100, l=1, J_1=1, J_m=1, g=9.8, c=2$, при этом $a_1=3, a_2=4$, а желаемая траектория будет иметь вид $q_d = \sin t$, тогда получим следующий закон управления для исходных переменных

$$u = 2u_d + 9.8 \sin(q_1) = 2[-\sin t - 4(\dot{q}_1 - \cos t) - 3(q_1 - \sin t)] + 9.8 \sin(q_1).$$

Управление роботом-манипулятором представляет собой совокупность процессов по перемещению объектов манипулирования, а также выполнение технологических операций с требуемой точностью. Первым этапом работы является определение желаемой траектории движения манипулятора в виде некоторой аналитически описываемой функции. В большинстве случаев манипуляторы движутся не по гладким траекториям, вследствие чего его траектория представляет собой ломаную линию. Так как вычисление производных на углах ломанных затруднительно, для решения этой проблемы используют интерполяцию выбранной траектории полиномами некоторого класса, аппроксимирующих отрезки желаемой траектории манипуляционного робота между узловыми точками (например, прямые, дуги, параболы и т.п.). Но существует вероятность того, что появится проблема, связанная с трудностью вычисления многочлена высокой степени. В связи с этим, для выполнения интерполяции траектории по заданным узловым точкам необходимо выбирать полиномы невысоких степеней или разбивать траекторию движения манипулятора на отдельные участки.

Пусть желаемая траектория движения робота - манипулятора имеет вид

$$q_d = \begin{cases} t, & 0 < t < 1 - \delta \\ a(t - 1)^4 + b(t - 1)^2 + 1, & 1 - \delta < t < 1 + \delta, \\ -t + 2, & 1 + \delta < t < 2 \end{cases} \quad \text{где } \delta = 0.1.$$

$$q = \begin{cases} t, & 0 < t < 1 \\ -t + 2, & 1 < t < 2 \end{cases}$$

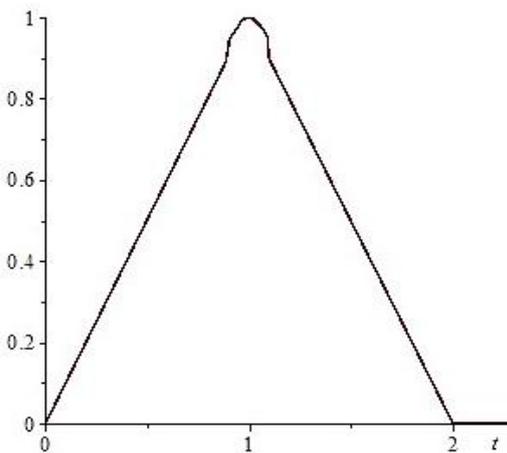


Рис. 1. Траектория q_d .

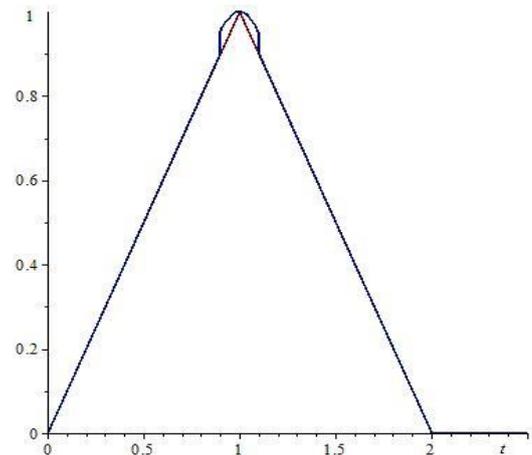


Рис. 2. Траектория q (красный цвет), траектория q_d (синий цвет).

Периодическая траектория графически выглядит следующим образом

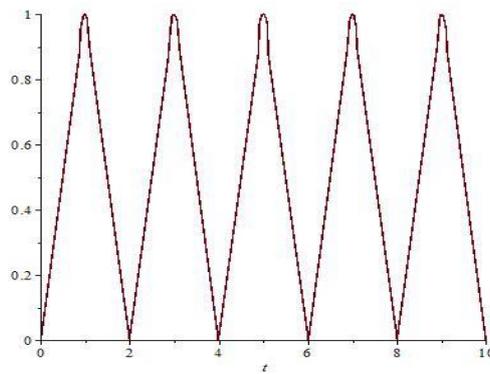


Рис. 3. Периодическая траектория манипулятора q_d^* .

При подстановке траектории q_d^* в систему уравнений движения манипуляционного робота (1), траектория движения будет выглядеть следующим образом

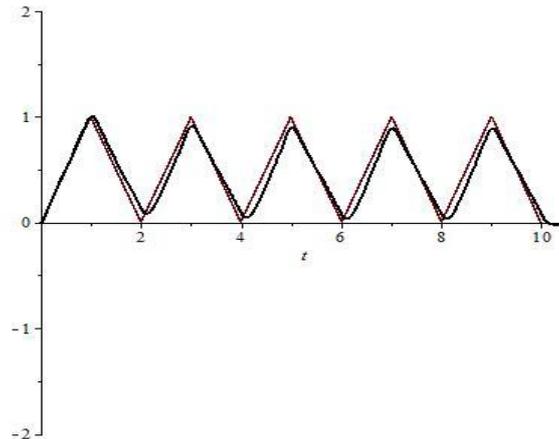


Рис. 4. Траектория движения манипулятора в случае периодической траектории.

5. Заключение

Объектом исследования является модель манипуляционного робота, описывающая движение манипулятора по негладкой траектории. Используется интерполяция траектории движения полиномами, которые аппроксимируют отрезки желаемой траектории манипуляционного робота между узловыми точками, что дает возможность сократить объем и время вычислений, и позволяет принять в расчет ограничения на движение манипулятора. Для понижения размерности системы был использован метод интегральных многообразий.

В результате проделанной работы была получена редуцированная система исследуемого объекта, а также функция управления для графического представления траектории движения модели манипулятора. Предложенный подход показывает, что управление на многообразии обеспечивает движение системы по траектории, достаточно близкой к оптимальной.

Литература

- [1] Shchepakina, E. Singular Perturbations. Introduction to system order reduction methods with applications / E. Shchepakina, V. Sobolev, M. P. Mortell – Berlin: Springer, 2014. – 121 p.
- [2] Соболев, В.А. Редукция моделей и критические явления в макрокинетике: монография / Соболев В.А, Щепакина Е.А. – М. : Физматлит, 2010. – 319 с.
- [3] Strygin, V.V. Effect of geometric and kinetic parameters and energy dissipation on orientation stability of dual-spin satellites / V.V. Strygin, V.A. Sobolev // Cosmic Research. – Nov. 1976. – Vol. 14(3) – P. 331-335.
- [4] Smetannikova, E. Regularization of Cheap Periodic Control Problems / E. Smetannikova, V. Sobolev // Automation and Remote Control. – 2005. – Vol. 66(6) – P. 903-916.
- [5] Mikheev, Yu.V. Asymptotic analysis of digital control systems / Yu. Mikheev, V. Sobolev, E.M. Fridman // Autom. Remote Control. – 1988. – Vol. 49(9) – P. 1175-1180.
- [6] Sobolev, V.A. Singular perturbations in linearly quadratic optimal control problems / V.A. Sobolev // Autom. Remote Control. – 1991. – Vol. 52(2) – P. 180-189.
- [7] Ghorbel, F. Integral manifolds of singularly perturbed systems with application to rigid-link flexible-joint multibody systems / F. Ghorbel, M.W. Spong // Int. J. of Non-Linear Mechanics. – 2000. – Vol. 35 – P. 133-155.
- [8] Spong, M.W. Modeling and control of elastic joint robots / M.W. Spong // J. of Dynamic Systems, Measurement and Control. – 1987. – Vol. 109(4) – P. 310-319.