# Алгоритм сужения области отклонения конечных траекторных параметров при перелёте на геостационарную орбиту с двигателями малой тяги

В.В. Салмин<sup>1</sup>, А.С. Четвериков<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. В статье рассматривается задача управления при перелёте на орбиту межорбитальных транспортных геостационарную аппаратов с электрореактивными двигательными установками малой тяги. Проводится анализ влияния на конечные траекторные параметры возмущающих факторов различного рода, в том числе наличие систематической ошибки при реализации тяги электрореактивных двигателей. Разработан алгоритм сужения области отклонения конечных траекторных параметров при перелёте на геостационарную орбиту с помощью двигателей малой тяги, включающий в себя алгоритм формирования номинальных программ управления вектором тяги и алгоритм уточнения величины тяги, создаваемой электрореактивной двигательной установкой, на основе измерений фактического периода обращения.

#### 1. Введение

В настоящее время актуальной проблемой является повышение эффективности транспортных операций по выведению полезных нагрузок на геостационарную орбиту (ГСО).

Одним из возможных решений этой проблемы является использование электроракетных двигателей малой тяги, высокая скорость истечения рабочего тела которых обеспечивает значительно меньший расход рабочего тела по сравнению с двигателем на химическом топливе. Однако перелёты с малой тягой достаточно продолжительны.

На сегодняшний день существуют различные проекты межорбитальных транспортных аппаратов (МТА) с электрореактивной двигательной установкой (ЭРДУ) малой тяги, причём предполагается многоразовое их использование. Подобные проектные проработки проводятся в РКК «Энергия», исследовательском центре имени М.В. Келдыша [1 - 4].

Аппараты такого типа имеют значительные размеры и, соответственно, массовоинерционные характеристики, что существенно затрудняет процесс управления движением.

В процессе полёта на аппарат действуют различные возмущающие силы и моменты, которые будут приводить к значительным отклонениям фактической траектории полёта от номинальной. Необходимо периодически корректировать программу управления движением с целью обеспечения заданной точности выведения на целевую орбиту.

#### 2. Постановка задачи

Пусть вектор состояния характеризуется четырьмя параметрами: значениями большой полуоси A, эксцентриситета e, наклонения i, долготы  $\lambda$ , определяющей положение космического

Алгоритм сужения области отклонения конечных траекторных параметров при перелёте на геостационарную орбиту с двигателями малой тяги

аппарата (КА) на орбите, т.е.  $X = \{A, e, i, \lambda\}$ . Тогда конечное состояние описывается вектором  $X_K = \{A_K, e_K, i_K, \lambda_K\}^T$ . В результате действия различных возмущений на этапе выведения в конечной точке траектории будем иметь вектор отклонения конечного состояния  $\Delta X_K = \{\Delta A_K, \Delta e_K, \Delta i_K, \Delta \lambda_K\}^T$ , который будет составлять некоторую область *G*.

Целью управления на участке выведения на ГСО с помощью двигателей малой тяги является сужение области *G* до области *G*<sub>д</sub> – допустимая область отклонений параметров вектора состояния, удовлетворяющая заданной точности выведения.

Решение задачи управления строится в два этапа:

- 1) формирование алгоритма, позволяющего перевести вектор отклонения конечного состояния  $\Delta X_K$  в некоторую область *G*', в которой один или несколько компонентов вектора  $\Delta X_K$  удовлетворяют заданной точности (например, отклонение по наклонению  $\Delta i_K$ ) (рисунок 1);
- формирование законов управления и алгоритмов сужения области G' до области G<sub>μ</sub>, где все компоненты вектора ΔX<sub>K</sub> удовлетворяют заданной точности.
- В данной статье рассматривается решение задачи управления на первом этапе.



**Рисунок 1.** Алгоритм управления с прогнозом конечного состояния и идентификацией возмущающих факторов.

### 3. Анализ влияния возмущающих факторов

В данной работе принималось, что направление вектора тяги задаётся только углом  $\psi$  между трансверсалью и вектором тяги. В этом случае проекции реактивного ускорения на оси орбитальной системы координат будут равны:

$$a_T = \frac{P}{M} \cos \psi$$
,  $a_S = 0$ ,  $a_W = \frac{P}{M} \sin \psi$ 

Где *Р* – тяга двигателей малой тяги, *М* – текущая масса КА, *a<sub>T</sub>*, *a<sub>S</sub>*, *a<sub>W</sub>* – трансверсальная, радиальная и бинормальная составляющие реактивного ускорения соответственно.

Программа управления углом  $\psi$  при перелёте на ГСО задаётся следующим образом [5]:

$$\psi(V_X, u) = \psi_m(V_X) \operatorname{sign}(\operatorname{cos} u)$$
(1)

где  $\psi_m(V_X)$  – амплитуда периодических колебаний угла  $\psi$ .

Для моделирования изменения траекторных параметров использовались уравнения в равноденственных элементах с учётом действия возмущающих ускорений от несферичности гравитационного поля Земли, действия гравитационных полей Луны, Солнца и светового давления, а также учитывались исполнительные ошибки в величине вектора тяги.

Производилась серия расчётов траекторий возмущённого движения МТА с ЭРДУ для оптимальной программы управления (1). При этом рассматривался случай, когда действуют

Алгоритм сужения области отклонения конечных траекторных параметров при перелёте на геостационарную орбиту с двигателями малой тяги

только возмущения гравитационного поля Земли, лунно-солнечные возмущения, и случай, когда возникают исполнительные ошибки при реализации тяги ЭРДУ.

Стартовая масса МТА принималась равной 20 т. Скорость истечения рабочего тела c считалась равной 25 км/с. Высота начальной круговой орбиты – 800 км, наклонение – 51,6<sup>0</sup>, начальное реактивное ускорение  $a_0$  принималось равным 0,0006 м/с<sup>2</sup>.

На рисунках 2 и 3 представлены области отклонений конечных траекторных параметров в плоскостях  $\Delta A_K - \Delta i_K$  и  $\Delta A_K - \Delta e_K$  для случая действия возмущений гравитационного поля Земли и лунно-солнечных возмущений.

При учёте возмущений от гравитационных полей Земли, Луны, Солнца и светового давления отклонения по большой полуоси составляют порядка 60 – 70 км, по наклонению – до 0,20. Отклонения по эксцентриситету составляют до 3,0×10<sup>3</sup>.

Проводилось численное моделирование траекторного движения МТА с ЭРДУ при перелёте на ГСО при условии, что величина тяги ЭРДУ реализуется с некоторой систематической ошибкой  $\delta P$  (рисунки 4 и 5). Опыт использования электрореактивных двигателей в космосе показывает, что отклонение величины тяги (систематическая ошибка) относительно номинального значения (формуляра) составляет от -2,5% до +4,5% [6].

Из рисунков 4 и 5 видно, что при наличии систематической ошибки в реализации тяги ЭРДУ в пределах от – 2,5% до +4,5% ошибки конечного значения среднего радиуса орбиты могут составлять порядка нескольких тысяч километров, а ошибки конечного значения наклонения орбиты – порядка нескольких градусов.

Таким образом, результаты расчётов показывают, что действия на МТА с ЭРДУ возмущений различного рода, в первую очередь, от неточности реализации величины тяги приводят к значительным отклонениям конечных траекторных параметров.







**Рисунок 3.** Область отклонений конечных траекторных параметров в плоскости  $\Delta A_{k} - \Delta e_{k}$ .

Секция: Математическое моделирование физико-технических процессов и систем Алгоритм сужения области отклонения конечных траекторных параметров при перелёте на геостационарную орбиту с двигателями малой тяги







**Рисунок 5.** Область отклонений конечных траекторных параметров в плоскости  $\Delta A_{k} - \Delta e_{k}$ .

# 4. Алгоритм сужения области отклонения конечных траекторных параметров при перелёте на геостационарную орбиту с помощью уточнения величины тяги и коррекции программы управления

Рассмотрим задачу перевода вектора отклонения конечного состояния ΔXК в область G'.

Если не удаётся заранее построить точную модель действующих возмущений, существенно изменяющихся в процессе полёта, целесообразно применять многошаговые алгоритмы управления с прогнозом конечного состояния и идентификацией возмущающих факторов (рисунок 1).

Введём следующую модель возмущений

$$\upsilon = \upsilon(t, x, \sigma, \xi(t, x))$$

Здесь  $\sigma = {\sigma_1, ..., \sigma_m}$  - вектор уточняемых параметров модели возмущений, а символом  $\xi(t, x)$  обозначена совокупность величин, входящих в выражение для вектор-функции v и доступных измерению.

Номинальная траектория рассчитывается по заданным начальным условиям и принятой априорной модели возмущений.

Поскольку на КА действуют возмущения (возмущающие ускорения, возмущения вектора реактивного ускорения), отличающиеся от принятой априорной модели, математическую модель движения следует периодически приводить в соответствие с измеренными ошибками вектора фазовых координат. Так как в настоящее время разработаны достаточно точные модели возмущений гравитационного поля Земли, лунно-солнечных возмущений, то уточнению подлежит величина реактивного ускорения. В качестве уточняемых параметров выступает величина тяги ЭРДУ.

Секция: Математическое моделирование физико-технических процессов и систем Алгоритм сужения области отклонения конечных траекторных параметров при перелёте на геостационарную орбиту с двигателями малой тяги

После этого строится прогнозируемая траектория. Если прогнозируемый вектор  $x_{np}^{i}(t_{K})$  не принадлежит области допустимых  $X_{K}$ , то следует построить новую программу управления  $\psi = \psi^{i}(t)$ . Настройка алгоритма коррекции управления производится из условия минимума прогнозируемого конечного промаха, но так, чтобы  $x_{np}^{i}(t_{K}) \in X_{K}$ .

Уточнение фактической величины тяги проводится согласно выражению

$$P^{i} = P_{HOM} \left( 1 + \frac{\Delta T_{\Omega}^{i}}{T_{\Omega}^{pacy}} \right)$$

где  $T_{\Omega}^{pacy}$  - оскулирующий период обращения на мерном пассивном участке;  $\Delta T_{\Omega}^{i}$  - отклонение оскулирующего периода обращения от расчётного значения. Коррекция программы управления (1) производится за счёт обновления модулирующей функции  $\psi_m(V_X)$ .

# 5. Моделирование траекторного движения МТА с ЭРДУ при перелёте на ГСО с проведением уточнения величины тяги

Примеры результатов моделирования траекторного движения МТА с ЭРДУ при перелёте на ГСО с проведением уточнения величины тяги приведены в таблицах 1 и 2 в зависимости от числа коррекций *N*. Область *G* ' ограничивалась по наклонению:  $|\Delta i_{\kappa}| \leq 0.1^{\circ}$ .

В таблицах 1 и 2 приняты обозначения:  $T_M^i$  – моторное время или продолжительность i – го активного участка,  $T_{\Sigma}$  – суммарное время перелёта,  $t_{\Pi}$  – продолжительность пассивного участка, на котором производится уточнение величины тяги ЭРДУ.

уточнением величины тяги ( $t_{\Pi} = 1$ сутки, $\partial P = 0,005$ ( $P_{\phi a \kappa m} = 12,06$ H)).									
N	Тяга и продолжительность <i>i</i> -го активного участка			$\sum T_M^i$ ,	$T_{\Sigma}$ . сутки	$\Delta A_K$ ,	$\Delta i_K,$	$\Delta e_{\kappa}$	$V_{XK}$ ,
	i	Р <sup><i>i</i></sup> , Н	$T_{M}^{\ i}$ , сутки	сутки	-2, -j	КМ	град	- K	км/с
1	0	12	63,278	125 640	126 640	135 /	0.21	0.002	7 500
	1	12,114	62,371	125,049	120,049	155,4	0,21	0,002	7,390
2	0	12	63,278	125,889	127,889	37,4	0,07	0,002	7,607
	1	12,114	31,186						
	2	12,072	31,425	_					

**Таблица 1.** Результаты моделирования движения МТА с ЭРДУ при перелёте на ГСО с уточнением величины тяги ( $t_{II} = 1$  сутки,  $\delta P = 0,005$  ( $P_{dakm} = 12,06$  H)).

**Таблица 2.** Результаты моделирования движения МТА с ЭРДУ при перелёте на ГСО с уточнением величины тяги ( $t_{II} = 1$  сутки,  $\delta P = 0.035$  ( $P_{\phi a \kappa m} = 12.42$  H)).

N	Тяга и продолжительность i-го активного участка		$\sum T^{i}_{M}$ ,	$T_{\Sigma}$ . сутки	$\Delta A_K$ ,	$\Delta i_{K}$ ,	$\Delta e_{\kappa}$	$V_{XK}$ ,	
	i	<i>Р</i> <sup><i>i</i></sup> , Н	$T_{M}^{\ i}$ , сутки	сутки	-2, •)	КМ	град	K	км/с
1	0	12	63,278	120,413	121,413	870,3	1,59	0,003	7,475
	1	12,825	57,135						
2	0	12	63,278	121,995	123,995	133,2	0,30	0,002	7,589
	1	12,825	28,567						
	2	12,530	30,150						
3	0	12	63,278	122,164	125,164	60,8	0,19	0,005	7,602
	1	12,825	28,567						
	2	12,530	15,075						
	3	12,518	15,244						
4	0	12	63,278	122,221	126,221	44,4	0,08	0,003	7,606
	1	12,825	28,567						
	2	12,530	15,075						
	3	12,518	7,622						
	4	12,514	7,679						

Секция: Математическое моделирование физико-технических процессов и систем Алгоритм сужения области отклонения конечных траекторных параметров при перелёте на геостационарную орбиту с двигателями малой тяги

## 6. Заключение

Разработан алгоритм сужения области отклонения конечных траекторных параметров при перелёте на геостационарную орбиту с помощью двигателей малой тяги, который включает в себя алгоритм формирования номинальных программ управления вектором тяги и алгоритм уточнения величины тяги, создаваемой ЭРДУ, на основе измерений фактического периода обращения. Результаты моделирования траекторного движения МТА с ЭРДУ при перелёте на ГСО показали, что алгоритм уточнения величины тяги и коррекции программы управления позволяет сузить область отклонения конечных траекторных параметров, уменьшив на порядок ошибки по большой полуоси и переведя МТА на околоэкваториальную орбиту.

## 7. Литература

- [1] Лопота, В.А. Космическая миссия поколений XXI века // Полет. 2010. Т. 7. С. 3-12.
- [2] Коротеев, А.С. Ядерный космос России // Новости космонавтики. 2010. Т. 20, № 2(325). С. 44-47.
- [3] Легостаев, В.П. Перспективы и эффективность применения космических ядерноэнергетических установок и ядерных электроракетных двигательных установок / В.П. Легостаев, В.А. Лопота, В.В. Синявский // Космическая техника и технологии. – 2013. – Т. 1. – С. 4-15.
- [4] Легостаев, В.П. Луна шаг к технологиям освоения Солнечной системы / В.П. Легостаев, В.А. Лопота М.: РКК «Энергия», 2011. 584 с.
- [5] Салмин, В.В. Оптимизация траекторий и параметров межорбитальных транспортных аппаратов с двигателями малой тяги / В.В. Салмин, С.А. Ишков // Космические исследования. 1989. Т. 27, № 1. С. 42-53.
- [6] Борисенко, А.А. Анализ работы электроракетных двигателей в составе двух телекоммуникационных космических аппаратов «Ямал-200» / А.А. Борисенко, М.А. Канищева, В.М. Мурашко, Е.В. Обухов, А.Н. Попов, Н.Н. Севастьянов, А.В. Соколов, Ю.И. Сухов // Космонавтика и ракетостроение. 2013. Т. 70, № 1. С. 51-57.

# Algorithm for narrowing of the region of the final trajectory parameters deflection during the flight to geostationary orbit with low thrust engines

V.V. Salmin<sup>1</sup>, A.S. Chetverikov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

**Abstract.** The article deals with the problem of control during the flight to the geostationary orbit of interorbital transport vehicles with low-thrust electric propulsion systems. The analysis of the influence on the final trajectory parameters of disturbing factors of various kinds, including the presence of a systematic error in the implementation of electric propulsion thrust. An algorithm for narrowing the area of deviation of the final trajectory parameters during the flight to geostationary orbit using low-thrust engines has been developed, which includes an algorithm for forming nominal programs for controlling the thrust vector and an algorithm for refining the amount of thrust created by an electric propulsion system, based on measurements of the actual period of circulation.