

# Алгоритм контроля устойчивости разделения сигналов для объектов с изменяющимися характеристиками

В.А. Засов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Самарский государственный университет путей сообщения, Свободы 2-В, Самара, Россия, 443066

**Аннотация.** Предложен алгоритм контроля устойчивости решения обратной задачи выделения отдельных сигналов из аддитивной смеси нескольких сигналов, предназначенный для объектов с изменяющимися, в зависимости от некоторого вектора параметров, характеристиками. Рассматривается вариант алгоритма для объектов, изменения характеристик которых описываются детерминированными функциями. Особенностью предложенного алгоритма является его предварительное обучение, позволяющее существенно уменьшить вычислительную сложность и время контроля устойчивости за счет построения границы сингулярности, разделяющей пространства устойчивых и неустойчивых решений. Приведены результаты компьютерного моделирования предложенного алгоритма.

## 1. Введение

Разделение сигналов - это решение задачи выделения отдельных сигналов из аддитивной смеси нескольких сигналов, поступающих в точки измерения от различных источников, недоступных для прямых измерений.

Задача разделения сигналов относится к классу обратных задач, которые в общем случае могут быть некорректными. Из свойства некорректности задачи разделения сигналов следует, что её решение может быть неустойчивым [1]. Для существования устойчивого решения задачи необходимо, чтобы параметры объекта, описываемого моделью образования сигналов (параметрами смешивающей матрицы  $\mathbf{H}$  [1]), удовлетворяли ряду априорных ограничений [2,3].

В реальных условиях функционирования объектов принятые при разработке алгоритмов разделения сигналов априорные ограничения могут быть нарушены. Это приводит неустойчивым и поэтому непригодным для практических приложений результатам решения задачи.

В настоящее время для контроля устойчивости решения обратной задачи разделения сигналов применяются методы основанные на использовании чисел обусловленности  $cond(\mathbf{H})$  [4] и матричной нормы  $\|\Delta\mathbf{H}\|_2$  [5] смешивающей матрицы  $\mathbf{H}$ , метод сингулярных направлений [6], алгоритм вычисления сингулярных интервалов и сравнение с заданными интервалами устойчивого разделения [7]. Эти методы и алгоритм эффективны для статических объектов, параметры и характеристики которых практически не изменяются в процессе функционирования, либо медленно изменяются из-за непостоянных условий внешней среды, износа и т.п.

Для динамических объектов с изменяющимися в процессе работы характеристиками применение в практических приложениях рассмотренных методов и алгоритма [7] неэффективно из-за их высокой вычислительной сложности. Действительно, в этом случае для каждого из множества изменяющихся состояний объектов необходимо производить сложные и времязатратные вычисления для контроля устойчивости, что существенно ограничивает применение этих методов и алгоритма в системах реального времени.

Поэтому разработка алгоритмов контроля устойчивости решения задачи разделения сигналов для объектов с изменяющимися характеристиками является актуальной задачей.

## 2. Объект исследования

Для формализованной постановки задачи рассмотрим математическую модель образования сигналов в объектах, которую представим в виде линейной многомерной системы, имеющей  $N$  входов и  $M$  выходов. Входными сигналами модели являются сигналы  $s_n(k)$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ , выходными сигналами  $x_m(k)$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$ .

Математическая модель образования сигналов описывается уравнениями дискретной свертки (1), где  $m$ -ый наблюдаемый сигнал представляет собой аддитивную смесь искаженных каналами сигналов источников [1], т.е.

$$x_m(k) = \sum_{n=1}^N \sum_{g=0}^{G-1} h_{mn}(g, \mathbf{I}) s_n(k-g), \quad (1)$$

где  $h_{mn}(g, \mathbf{I})$  - элемент  $N \times M$  смешивающей матрицы  $\mathbf{h}(g, \mathbf{I})$  импульсных характеристик каналов,  $g = 0, \dots, G-1$  и  $k = 0, \dots, K-1$  - число отсчетов импульсных характеристики каналов и сигналов соответственно.

В общем случае решение обратной задачи разделения сигналов источников есть решение (1) и может быть представлено в виде:

$$\hat{s}_n(k) = \sum_{m=1}^M \sum_{g=0}^{G-1} w_{nm}(g, \mathbf{I}) x_m(k-g), \quad (2)$$

где  $w_{nm}(g, \mathbf{I})$  - импульсные характеристики разделяющих фильтров, образующие разделяющую матрицу  $\mathbf{w}(g, \mathbf{I})$ , которая является равной или близкой (в случае некорректности) по тому или иному критерию матрице, обратной матрице  $\mathbf{h}(g, \mathbf{I})$ .

В частотной области уравнение (2) можно записать в виде

$$\hat{\mathbf{S}}(\omega) = \mathbf{W}(\omega, \mathbf{I}) \mathbf{X}(\omega),$$

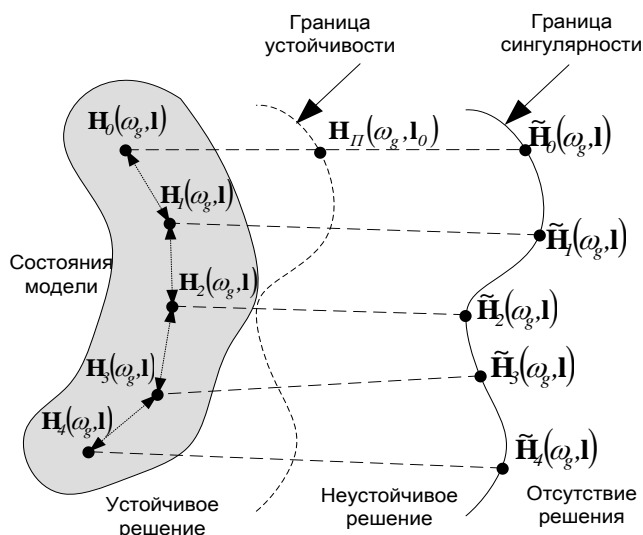
где  $\mathbf{W}(\omega, \mathbf{I}) \cong \mathbf{H}^{-1}(\omega, \mathbf{I})$ .

В качестве параметров, определяющих устойчивость решения задачи, предлагается использовать сингулярные интервалы параметров смешивающей матрицы  $\mathbf{H}(\omega, \mathbf{I})$  (модели образования сигналов), алгоритмы вычисления которых приведены в [7].

Положим, что текущее состояние математической модели однозначно определяется вектором состояния  $\mathbf{I}$ , параметры которого определяют текущие характеристики объекта. Например, в системах мобильной связи параметры  $\mathbf{I}$  задают расстояния мобильного приемника до базовых передатчиков, в системах виброакустической диагностики эти параметры задают взаимное положение узлов механизмов, определяемое углом поворота вала и т.п. Таким образом, импульсные характеристики каналов  $h_{mn}(g, \mathbf{I})$  модели образования сигналов изменяются в зависимости от некоторого вектора  $\mathbf{I}$  [1,7], параметры которого определяются датчиками на объекте, измеряющими перемещения, углы поворота, расстояния, координаты и др.

В процессе функционирования, как показано на рисунке 1, состояния объекта (его характеристики) изменяются и принимают значения, соответствующие значениям вектора

состояния  $\mathbf{l}_0, \mathbf{l}_1, \mathbf{K}, \mathbf{l}_d$ . Область возможных состояний математической модели описывается дискретным множеством  $\mathbf{H}_0(\omega_g, \mathbf{l}_0), \mathbf{K}, \mathbf{H}_d(\omega_g, \mathbf{l}_d)$ , которое, положим, является ограниченным и конечным. Положим также, что априори известна матрица максимально допустимых интервалов изменения параметров  $\Delta \mathbf{H}_{max}(\omega_g, \mathbf{l})$  для каждого конкретного состояния объекта, задаваемого вектором параметров  $\mathbf{l}$ . На рисунке 1 область, выделенная серым цветом, отображает заданный априорными ограничениями максимально допустимый интервал изменения параметров объекта.



**Рисунок 1.** Графическое представление объекта с изменяющимися характеристиками.

Рассмотрим объекты, для которых элементы множества  $\mathbf{H}_0(\omega_g, \mathbf{l}_0), \dots, \mathbf{H}_d(\omega_g, \mathbf{l}_d)$ , определяющего возможные состояния математической модели объекта, и параметры вектора  $\mathbf{l}$  связаны функциональной зависимостью. Для дальнейших исследований выделим две группы объектов. В объектах первой группы изменение характеристик описываются детерминированными функциями, например, это системы радиосвязи, в которых мобильные приемники перемещаются по определенным маршрутам - автодорогам, железнодорожному пути. В объектах второй группы изменение характеристик описываются случайными функциями.

Целью работы является разработка алгоритма контроля устойчивости решения задачи разделения сигналов на основе вычисления сингулярных интервалов и отличающегося от известного алгоритма [1,7] расширенными функциональными возможностями, позволяющими осуществлять контроль устойчивости разделения сигналов для объектов с изменяющимися характеристиками.

### 3. Алгоритм контроля устойчивости разделения сигналов для объектов, изменения характеристик которых описываются детерминированными функциями

Алгоритм контроля устойчивости разделения сигналов на основе вычисления сингулярных интервалов для объектов, изменение характеристик описываются детерминированными функциями, состоит из двух этапов - обучения и контроля, включающих следующие шаги.

Шаг 1. Определяется возможная траектория изменения состояний объекта, соответствующих значениям вектора состояний  $\mathbf{l}_0, \mathbf{l}_1, \mathbf{K}, \mathbf{l}_d$ , т.е. область возможных состояний модели описывается дискретным множеством  $\mathbf{H}_0(\omega_g, \mathbf{l}_0), \mathbf{K}, \mathbf{H}_d(\omega_g, \mathbf{l}_d)$ .

Шаг 2. Вычисляются нормы  $\|\mathbf{H}(\omega_g, \mathbf{l})\|_E$  смешивающих матриц для различных состояний объекта и определяются параметры вектора  $\mathbf{l}$ , для которых матричные нормы отличаются на

заданную величину  $\gamma$ . Таким образом, фиксируются такой список состояний объектов, для которых изменение характеристик является существенным и необходимо производить контроль устойчивости.

Шаг 3. Для определенных на шаге 2 состояний объекта и выбранного вида возмущений: абсолютных, относительных, критических или их сочетаний, по предложенному в [1,7] алгоритму вычисляются: сингулярные матрицы  $\tilde{\mathbf{H}}(\omega_g)$ , задающие границу сингулярности, ограничивающую область устойчивых решений; матрицы сингулярных интервалов параметров модели  $\Delta\tilde{\mathbf{H}}(\omega_g)$  от исходного состояния  $\mathbf{H}(\omega_g)$  до сингулярного  $\tilde{\mathbf{H}}(\omega_g)$ ; пороговые матрицы  $\mathbf{H}_\Pi(\omega_g, \mathbf{I}_0), \mathbf{K}, \mathbf{H}_\Pi(\omega_g, \mathbf{I}_a)$ ; матрицы  $\Delta\tilde{\mathbf{H}}_R(\omega_g)$  и  $\Delta\tilde{\mathbf{H}}_s(\omega_g, \mathbf{I})$  интервалов параметров соответственно устойчивого и неустойчивого разделения сигналов. Параметры перечисленных матриц и параметры соответствующих им векторов состояний  $\mathbf{I}$  записываются в базу данных.

Шаг 4. Для каждого определенного на шаге 2 состояния объекта осуществляется проверка условия:

$$|\Delta\mathbf{H}_{\max}(\omega_g, \mathbf{I})| \leq |\Delta\tilde{\mathbf{H}}_R(\omega_g, \mathbf{I})|. \quad (3)$$

Таким образом проверяется: попадает ли модель с априори заданной матрицей  $\Delta\mathbf{H}_{\max}(\omega_g, \mathbf{I})$  максимально допустимых интервалов изменения параметров в область устойчивости, задаваемой матрицей  $\Delta\tilde{\mathbf{H}}_R(\omega_g, \mathbf{I})$ . Если условие (3) не выполняется, выдается сообщение, что устойчивое разделение сигналов в объекте невозможно, представленную математическую модель использовать нельзя.

На шаге 4 завершается этап обучение алгоритма, в результате которого вычисляются и запоминаются в базе данных параметры границ сингулярности и устойчивости в зависимости от параметров вектора  $\mathbf{I}$ , т.е. функция, определяющая границу устойчивости разделения сигналов при изменении характеристик объекта. Этап обучения реализуется в свободном времени с усреднением измеряемых параметров смешивающих матриц  $\mathbf{H}(\omega, \mathbf{I})$  и позволяет получить модель объекта. Эта модель применяется далее на втором этапе, содержание которого описывается шагом 5 алгоритма, для регулярного в реальном времени контроля устойчивости разделения сигналов при эксплуатации объекта.

Шаг 5. Для каждого зафиксированного на шаге 2 состояния объекта производится проверка следующего условия устойчивого разделения

$$|\Delta\mathbf{H}_{\text{возм}}(\omega_g, \mathbf{I})| < |\Delta\tilde{\mathbf{H}}_R(\omega_g, \mathbf{I})|, \quad (4)$$

в котором матрица  $\Delta\mathbf{H}_{\text{возм}}(\omega_g, \mathbf{I})$  интервалов возмущений параметров определяется как

$$\Delta\mathbf{H}_{\text{возм}}(\omega_g, \mathbf{I}) = \mathbf{H}_{\text{изм}}(\omega_g, \mathbf{I}) - \mathbf{H}(\omega_g, \mathbf{I}),$$

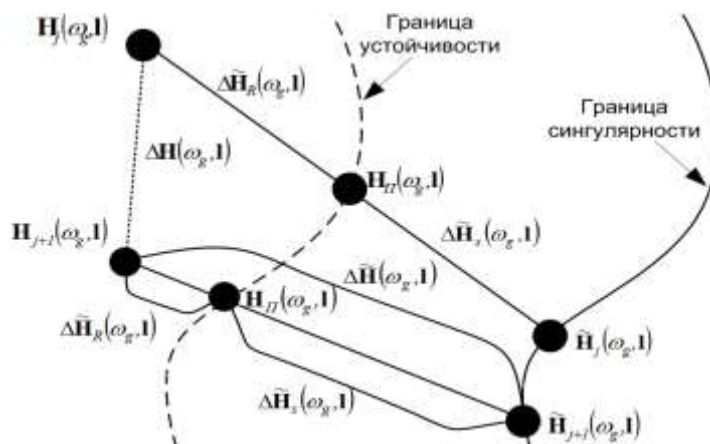
где  $\mathbf{H}(\omega_g, \mathbf{I})$  и  $\mathbf{H}_{\text{изм}}(\omega_g, \mathbf{I})$  соответствуют матрицам параметров модели и объекта на частоте  $\omega_g$  при определенном векторе состояния  $\mathbf{I}$ . Для таких же векторов состояния  $\mathbf{I}$  из базы данных считываются для контроля (4) матрицы  $|\Delta\tilde{\mathbf{H}}_R(\omega_g, \mathbf{I})|$  интервалов параметров устойчивого разделения сигналов. Если условие (4) не выполняется, то устойчивое разделение сигналов для частоты  $\omega_g$  не гарантируется.

Условие устойчивого разделения сигналов можно также представить в виде:

$$|\Delta\mathbf{H}_{\text{возм}}(\omega_g, \mathbf{I})| < \min |\Delta\tilde{\mathbf{H}}_{\min}(\omega_g, \mathbf{I})|, \quad (5)$$

где  $\min |\Delta\tilde{\mathbf{H}}_{\min}(\omega_g, \mathbf{I})|$  - модуль минимального сингулярного интервала матрицы  $\tilde{\mathbf{H}}(\omega_g)$ .

Графическая интерпретация предложенного алгоритма приведена на рисунке 2.



**Рисунок 2.** Графическая интерпретация алгоритма контроля устойчивости разделения сигналов.

Таким образом, в предложенном алгоритме временные ограничения (требования реального времени) накладываются только на шаг 5 алгоритма, который несложен и сводится только к сравнению интервалов возмущений параметров объекта и интервалов параметров устойчивого разделения сигналов, т.е. проверке условий (4) или (5). Это расширяет возможности применения алгоритма для объектов с динамично изменяющимися характеристиками. Сложные вычисления матриц интервалов параметров устойчивого разделения сигналов выносятся за ограничения реального времени и производятся в свободном времени на этапе обучения при построении модели объекта, обновление которой редки и осуществляются только при изменениях объекта.

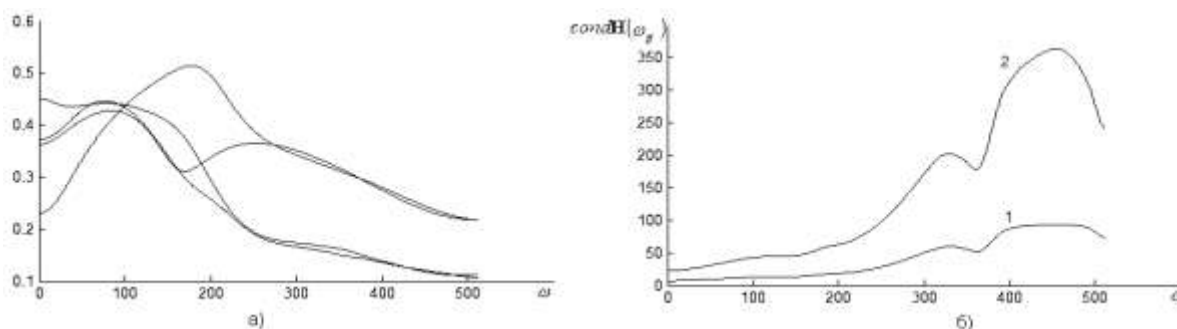
#### 4. Результаты моделирования

Рассмотрим мониторинг заданного объекта железнодорожной инфраструктуры, включающего путь, контактную сеть, поездную радиосвязь и др. специализированными вагонами-лабораториями.

Положим, что модель образования сигналов в системе технологической связи с двумя передатчиками (на станциях) и двумя мобильными приемниками (в вагонах) описывается смешивающей матрицей  $M = N = 2$  с частотно-зависимыми каналами. Амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) каналов изменяются при перемещении по железнодорожному пути приемников относительно передатчиков. Пример измеренных АЧХ каналов связи для определенной путевой координаты приведен на рисунке 3(а). Для определенных путевых координат приемников изменением АЧХ каналов моделируются устойчивое и неустойчивое разделение сигналов, подтверждаемое числом обусловленности смешивающей матрицы  $cond\mathbf{H}(\omega_g, \mathbf{I})$  (рисунки 3(б-1) и 3(б-2) соответственно).

На этапе обучения для участка пути 75 км были вычислены и записаны в базе данных параметры границ сингулярности и устойчивости в зависимости путевой координаты, изменяемой с шагом 1 км, т.е. определена функция, задающая границу устойчивости разделения сигналов. Далее, на этапе контроля для всех значений путевых координат для возмущаемых случайным образом АЧХ каналов производилась проверка условия (5) устойчивого разделения.

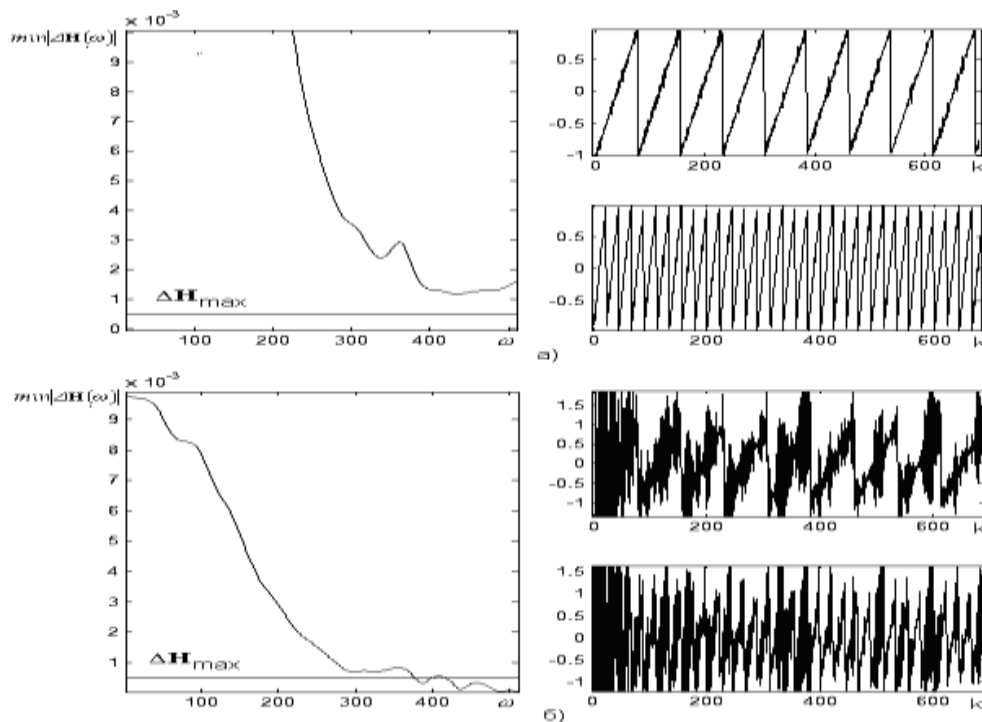
На этапе обучения для участка пути 75 км были вычислены и записаны в базе данных параметры границ сингулярности и устойчивости в зависимости путевой координаты, изменяемой с шагом 1 км, т.е. определена функция, задающая границу устойчивости разделения сигналов. Далее, на этапе контроля для всех значений путевых координат для возмущаемых случайным образом АЧХ каналов производилась проверка условия (5) устойчивого разделения сигналов.



**Рисунок 3.** а) АЧХ каналов матрицы  $\mathbf{H}(\omega_g, \mathbf{1})$ ; б) зависимость  $cond\mathbf{H}(\omega_g, \mathbf{1})$  от частоты.

Моделирование показало, что время контроля устойчивости разделения сигналов для каждой из координат (состояний объекта) не превышает 6 сек., что позволяет производить контроль при скорости движения приемников до 100 км/час, а не статике, как при использовании алгоритма [7]. Это расширяет функциональные возможности алгоритма.

Достоверность результатов контроля предложенным алгоритмом подтверждается сравнением с результатами контроля известным алгоритмом [7], приведенными на рисунке 4.



**Рисунок 4.** Проверка алгоритма контроля устойчивости: а) определено устойчивое и б) неустойчивое разделение сигналов [7].

Моделирование показало, что результаты контроля для координат устойчивого и неустойчивого разделения сигналов в работе [7] и результаты контроля для таких же условий, полученные в предложенном алгоритме практически совпадают. Это доказывает преимущество предложенного обобщенного варианта алгоритма относительно ранее опубликованного его варианта [7].

## 5. Основные выводы

Разработан алгоритм контроля устойчивости решения задачи разделения сигналов на основе вычисления сингулярных интервалов и отличающийся расширенными функциональными

возможностями, позволяющими осуществлять контроль устойчивости разделения сигналов для объектов, изменения характеристик которых описываются детерминированными функциями.

Введение обучения в предложенный алгоритм значительно уменьшает время контроля устойчивости, что позволяет применять алгоритм в системах реального времени.

Компьютерное моделирование подтверждает эффективность предложенных решений.

## 6. Литература

- [1] Засов, В.А. Алгоритмы и вычислительные устройства разделения и восстановления сигналов в многомерных динамических системах: монография / В.А. Засов – Самара: Издательство Самарского университета путей сообщения, 2013. – 233 с.
- [2] Кравченко, В.Ф. Цифровая обработка сигналов и изображений в радиофизических приложениях / В.Ф. Кравченко – М.: Физматлит, 2007. – 544 с.
- [3] Cichocki, A. Adaptive blind signal and image processing: Learning algorithms and applications / A. Cichocki, Sh. Amari – John Wiley & Sons, Ltd, 2002. – 555 p.
- [4] Деммель, Дж. Вычислительная линейная алгебра. Теория и приложения / Дж. Деммель – М.: Мир, 2001. – 430 с.
- [5] Тыртышников, Е.Е. Матричный анализ и линейная алгебра / Е.Е. Тыртышников – М.: Физматлит, 2007. – 480 с.
- [6] Петров, Ю.П. Как получать надежные решения систем уравнений / Ю.П. Петров – СПб.: Издательство БХВ-Петербург, 2009. – 176 с.
- [7] Zasov, V.A. Modeling and investigating the stability of a solution to the inverse problem of signal separation / V.A. Zasov, Ye.N. Nikonorov // CEUR-WS Proceedings. – 2017. – Vol. 1904. – P. 78-84.

# Algorithm for Verification the Stability of Signal Separation for Objects with Changing Characteristics

V.A. Zasov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Samara State Transport University, Svobody Street 2B, Samara, Russia, 443066

**Abstract.** This paper proposes an algorithm for verification the stability of a solution to the inverse problem of extracting individual signals from an additive mixture of several signals, intended for objects with changing characteristics, depending on a certain vector of parameters. A variant of the algorithm is considered for objects whose changes in characteristics are described by deterministic functions. A feature of the proposed algorithm is its preliminary training, which can significantly reduce the computational complexity and stability control time by constructing a singularity boundary separating the spaces of stable and unstable solutions. The results of computer simulation of the proposed algorithm are presented.