

Алгоритм аппроксимации пучка с заданной интенсивностью модами Эрмита-Гаусса

С. Г. Вологовский¹

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. При оптической передаче информации уплотнение каналов связи может осуществляться за счет суперпозиции нескольких пространственных мод с заданными весами, несущими информацию, в одном пучке на входе передающей системы. Эта задача достаточно эффективно решается средствами дифракционной оптики с привлечением различных методов кодирования. На выходе передающей системы требуется распознавание (детектирование) набора мод, содержащегося в пучке. В этом случае применяются достаточно сложные многопорядковые оптические элементы, позволяющие определить лишь модули коэффициентов. Для восстановления относительных фаз коэффициентов необходима последующая цифровая обработка. В данной работе рассмотрена задача восстановления комплексных коэффициентов суперпозиции мод Эрмита-Гаусса по интенсивности поля в некоторой плоскости перпендикулярной оси распространения на заданном расстоянии с использованием алгоритма Левенберга-Марквардта.

1. Введение

Модой называется световое поле, демонстрирующее инвариантность при распространении в соответствующей среде. Среди мод свободного пространства можно назвать плоские волны и функции Бесселя [1-3]. Гауссовы функции (Лагерра-Гаусса и Эрмита-Гаусса) являются модами оптического волокна с квадратичной зависимостью показателя преломления [4]. Однако гауссовы моды сохраняют свою структуру и в свободном пространстве, изменяясь лишь масштабно. Инвариантность гауссовых пучков к прохождению через оптические линзовые системы востребована во многих приложениях, среди которых захват и оптическое манипулирование микрочастицами [5, 6], лазерное структурирование поверхностей [7-9] и уплотнение каналов передачи информации как в оптических волокнах, так и в свободном пространстве [10-12]. В первых двух приложениях важно качественное формирование заданного распределения интенсивности, которое может искажаться из-за погрешностей юстировки оптической системы, а также импульсного характера лазерного пучка [13, 14]. При оптической передаче информации через турбулентную атмосферу эта проблема еще актуальнее [15-18]. Более того, в этом случае, кроме «смешивания» нескольких мод с заданными весами, несущими информацию, в одном пучке на входе передающей системы, требуется распознавание (детектирование) набора мод, содержащегося в пучке, на выходе системы [19-23]. Если проблема формирования заданной суперпозиции мод, причем с произвольными комплексными коэффициентами, достаточно легко решается средствами дифракционной оптики с привлечением различных методов кодирования [24-26], то для анализа многомодовых

пучков требуются не только более сложные (многопорядковые) оптические элементы [26-30], но и последующая цифровая обработка с целью восстановления относительных фаз коэффициентов [28-32].

В данной работе рассмотрена задача восстановления комплексных коэффициентов суперпозиции мод Эрмита-Гаусса по интенсивности поля в некоторой плоскости (исходной, фокальной или перпендикулярной оси распространения на заданном расстоянии) в точках некоторой сетки, в частности, декартовой.

2. Теоретические сведения

Рассмотрим задачу аппроксимации поперечной интенсивности пучка $I_0(x, y)$ набором некоторых функций $\{\psi_{nm}(x, y)\}_{n, m \in \Omega}$, где Ω - определенное множество индексов. Эту задачу можно формализовать как минимизацию следующего функционала:

$$\sum_{x, y} [I(x, y) - I_0(x, y)]^2 \rightarrow \min \quad (1)$$

где

$$I(x, y) = \sum_{n, m \in \Omega} c_{nm} \psi_{nm}(x, y) \quad (2)$$

Для решения этой задачи лучше всего подходит алгоритм Левенберга-Марквардта [33], который минимизирует сумму квадратов M нелинейных функций N аргументов. Для его работы необходимо вычислять значения интенсивности и её якобиана в каждой точке.

Для вычисления частных производных используем формулу:

$$\begin{aligned} I'_p &= (\psi \cdot \psi^*)'_p = \psi'_p \cdot \psi^* + \psi \cdot (\psi^*)'_p = \psi'_p \cdot \psi^* + \psi \cdot (\psi'_p)^* \\ &= \psi'_p \cdot \psi^* + (\psi'_p \cdot \psi^*)^* = 2 \cdot \text{Re} [\psi'_p \cdot \psi^*]. \end{aligned} \quad (3)$$

Оптимизация начинается с заданной начальной точки (начальных значений оптимизируемых параметров). В результате оптимизации находится некоторый локальный минимум оптимизируемого функционала (1). Алгоритм оптимизации не гарантирует, что это будет глобальный минимум. Поэтому обычно приходится многократно решать задачу поиска минимума для разных начальных значений оптимизируемых параметров. В данной задаче хотя бы легко отличить локальный экстремум от глобального, т.к. СКО глобального минимума равно 0. Пусть найдено глобальное решение задачи. При изменении фазы всех коэффициентов на одинаковое число, получим новый глобальный минимум. Поэтому можно говорить о семействе решений (с точностью до фазы). Наличие семейства решений вместо точечного решения спосочбствует решению поставленной задачи.

Рассмотрим аппроксимацию заданной интенсивности пучка $I_0(x, y)$ модами Эрмита-Гаусса (ЭГ) [34]:

$$\psi_{nm}(x, y) = \sqrt{\frac{2}{\pi 2^{n+m} n! m!}} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_0^2}\right) H_n\left(\frac{x}{\sigma_0}\right) H_m\left(\frac{y}{\sigma_0}\right) \quad (4)$$

где σ_0 - радиус перетяжки Гауссова пучка, $H_n(x)$ - полином Эрмита.

Выражение (4) описывает моды ЭГ для входной плоскости ($z=0$). Тогда функции $\psi_{nm}(x, y)$, участвующие в выражении (2) в зависимости от рассматриваемой оптической системы описываются одной из следующих формул.

1) При распространении в свободном пространстве на расстояние z :

$$\begin{aligned} \psi_{nm}(x, y, z) &= \frac{\sigma_0}{\sigma(z)} \sqrt{\frac{2}{2^{n+m} \pi n! m!}} \exp\left[i(n+m+1)\eta(z)\right] \exp\left[ikz + i\frac{k(x^2 + y^2)}{2R(z)}\right] \times \\ &\times \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2(z)}\right) H_n\left(\frac{x}{\sigma(z)}\right) H_m\left(\frac{y}{\sigma(z)}\right), \end{aligned} \quad (5)$$

где $k=2\pi/\lambda$, λ - длина волны излучения, $\sigma(z) = \sigma_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_R^2}}$ - эффективный радиус пучка,

$z_R = \frac{k\sigma_0^2}{2} = \frac{\pi\sigma_0^2}{\lambda}$ - конфокальный параметр или расстояние Рэлея, на котором происходит

уширение интенсивности пучка в 2 раза по сравнению с размером в перетяжке, $R(z) = z \left(1 + \frac{z^2}{z_R^2}\right)$ -

радиус кривизны волнового фронта, $\eta(z) = \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right)$ - фаза Гои.

2) При фокусировке линзой с фокусным расстоянием f :

$$GH_{nm}^f(x, y) = (-i)^{n+m} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_f^2}\right) H_n\left(\frac{x}{\sigma_f}\right) H_m\left(\frac{y}{\sigma_f}\right) \quad (6)$$

где $\sigma_f = \frac{\lambda f}{\pi\sigma_0}$.

3. Моделирование распространения многомодовых пучков ЭГ

Для расчета тестовых распределений интенсивности выполнено моделирование распространения многомодовых пучков ЭГ по формулам (4)-(6).

Параметры расчета: $\lambda=0,0006$ мм, $\sigma=0,5$ мм, $f=100$ мм, $z1=100$ мм, $z2=500$ мм, $z3=1000$ мм.

Для примера рассмотрим суперпозицию:

$$\psi(x, y) = \psi_{5,3}(x, y) - \psi_{1,4}(x, y) + i \cdot \psi_{2,2}(x, y) \quad (7)$$

В Таблице 1 приведены три одиночные моды ($\psi_{5,3}, \psi_{1,4}, \psi_{2,2}$) и их суперпозиция (7).

Таблица 1. Расчет тестовых распределений интенсивности пучков ЭГ.

	Входное поле (z=0)	Фокальная плоскость	Z1	z2	z3
$\psi_{5,3}$					
$\psi_{1,4}$					
$\psi_{2,2}$					
$\psi(7)$					

Размер области визуализации 0,5×0,5мм для фокальной плоскости и 6×6мм для остальных.

Изображения исходной плоскости рассчитываются по формуле (4), в фокальной плоскости - формула (6), для распространения до плоскостей z1, z2, z3 - формула (5). Легко заметить, что если моды сохраняют изображение интенсивности с точностью до масштаба, то композиция мод ощутимо изменяется при распространении. Для упрощения задачи будем оптимизировать параметры наперед заданного набора мод.

Время расчета сильно увеличивается с ростом числа переменных. Поэтому был выбран поэтапный расчет:

- на первом этапе решаем задачу для одиночных мод, сохраняя полученные композиции мод и их СКО;

- на втором этапе выбираем лучшее решение по СКО среди найденных композиций, новые композиции мод формируются на основе выбранной добавлением одной моды, решаем задачу оптимизации для сформированных композиций;

- повторяем второй этап для 3-х мод, и т.д. пока не получим удовлетворительное решение или не сформируется композиция, содержащая все моды заданного набора.

Цель поэтапной оптимизации заменить длительную полную оптимизацию на ряд оптимизаций с небольшим набором оптимизируемых параметров.

Следует отменить следующие особенности, которые сокращают число этапов:

- 1) моды $\psi_{n,m}$ и $\psi_{m,n}$ всегда оптимизируются совместно, как одна "парная" мода.
- 2) начальное решение коэффициентов для одиночных мод $.0001+i*0.0001$, т.е. псевдо-нуль; дело в том, что для выбранного алгоритма оптимизации в случае если все оптимизируемые параметры точно равны нулю, то все частные производные тоже равны нулю и невозможно выбрать направление оптимизации.
- 3) при добавлении мод к суперпозиции (лучшей на предыдущем этапе) моды добавляются со значениями коэффициентов, найденных на предыдущем этапе.

Таблица 2. Результаты аппроксимации тестовых распределений интенсивности.

	Входное поле (z=0)	Фокальная плоскость	Z1	z2	z3
эталон					
Полная оптимизация	 rms = 0.053984 time :10.49	 rms = 0.108039 time :19.11	 rms = 0.12367 time :13.55	 rms = 0.029853 time :13.77	 rms = 0.145891 time :13.60
Поэтапная оптимизация	 rms = 1.148939e-06 time :79.98 3 этапа	 rms = 7.206084e-09 time :50.06 3 этапа	 rms = 1.136407e-06 time :30.36 3 этапа	 rms = 1.42536e-06 time 4:25.60 7 этапов	 rms = 2.77758e-06 time :27.22 3 этапа

В Таблице 2 приведены результаты аппроксимации. Первая строка таблицы 2 содержит изображения суперпозиции в разных плоскостях. Вторая строка - результаты оптимизации параметров всех мод из заданного набора из "нулевой" начальной точки. А в третьей результаты поэтапной оптимизации. Заданный набор мод включал все моды для которых оба порядка не превышают 5, т.е. 36 мод. Время выдается в формате <минуты>:<секунды>.<доли секунды>, т.е. :19.11 это 19.11 секунд, а 4:25.60 - 4 минуты 25.6 секунд.

Оказалось, такой подход достаточно устойчив. Дело в том, что из решения, найденного на предыдущем этапе, оптимизация выполняется в разных направлениях и из разных точек. Направления определяются набором оптимизируемых параметров, а они различны. Смещения начальной точки достигается за счет добавления мод с найденными на предыдущем этапе значениями коэффициентов. Но наибольший эффект по сокращению числа этапов достигается за счет выделения "парных" мод.

Хорошо заметно, что полная оптимизация качественно уступает поэтапной оптимизации.

При поэтапной оптимизации для данной суперпозиции трех мод требуется не менее трех этапов. Обычно их и хватает. Однако изредка появляются ситуации, когда лучшее решение первого этапа не содержит моду из композиции (случай z2). В этом случае моды распознаваемой композиции добавляются на последующих этапах. После чего требуется еще два-три этапа для уточнения коэффициентов мод.

На графике (рис. 1) показано СКО для разных этапов для плоскостей z2 и z3.

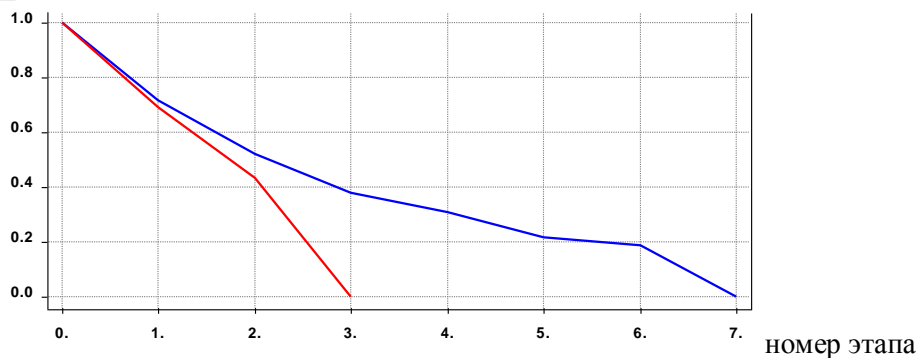


Рисунок 1. Графики СКО для тестовых распределений интенсивности на разных этапах (ось абсцисс) для z2 (синий цвет) и z3 (красный цвет).

Видно, что даже в неудачном случае СКО понижается с каждым этапом и резко падает до 0 при нахождении решения.

Ниже (в Таблице 3) приведены результаты восстановления экспериментальных распределений интенсивности для одиночных мод ($\psi_{1,0}$, $\psi_{1,1}$, $\psi_{2,4}$, $\psi_{3,6}$) и одной "парной" моды ($\psi_{0,5} + \psi_{5,0}$).

При этом выдаются нормы нормированных коэффициентов мод. Коэффициенты нормируются по сумме норм всех коэффициентов. Это допустимо, т.к. умножение всех коэффициентов на одно и то же число изменит интенсивность каждой точки, но не изменит изображение. В то же время нормированные коэффициенты существенно упрощают анализ коэффициентов.

Учитывая, что "парные" моды рассматриваются как одна мода, все моды хорошо распознаются на первом этапе. Дальнейшая оптимизация компенсирует шум и недостатки качества исходных изображений. При этом коэффициенты распознаваемых мод искажаются, но изображение получаемых суперпозиций больше похоже на заданное изображение интенсивности.

Графики СКО для разных этапов аппроксимации экспериментальных изображений (рис. 2) качественно отличается от аппроксимации для тестовых изображений. Если там при достижении глобального минимума СКО опускается практически до 0, то здесь график СКО выполаживается. Для понижения СКО требуется добавление мод более высокого порядка.

Таблица 3. Результаты аппроксимации экспериментальных распределений интенсивности.

	$\psi_{1,0}$	$\psi_{1,1}$	$\psi_{2,4}$	$\psi_{3,6}$	$\psi_{0,5} + \psi_{5,0}$
эксперимен					
Точное решение	 $\ c_{1,0}\ = 1$	 $\ c_{1,1}\ = 1$	 $\ c_{2,4}\ = 1$	 $\ c_{3,6}\ = 1$	 $\ c_{0,5}\ = 0.5$ $\ c_{5,0}\ = 0.5$
1 этап	 rms = 0.202801 $\ c_{1,0}\ = 0.999974$	 Rms = 0.108988 $\ c_{1,1}\ = 1.$	 Rms = 0.197137 $\ c_{2,4}\ = 0.992716$	 Rms = 0.467818 $\ c_{3,6}\ = 0.94913$	 Rms = 0.525438 $\ c_{0,5}\ = 0.500797$ $\ c_{5,0}\ = 0.499203$
3-й этап	 Rms = 0.10229 $\ c_{1,0}\ = 0.958906$	 Rms = 0.067826 $\ c_{1,1}\ = 0.906854$	 Rms = 0.133353 $\ c_{2,4}\ = 0.885726$	 Rms = 0.40859 $\ c_{3,6}\ = 0.760127$	 Rms = 0.186902 $\ c_{0,5}\ = 0.454071$ $\ c_{5,0}\ = 0.470404$
9 этап	 Rms = 0.082152 $\ c_{1,0}\ = 0.59399$	 Rms = 0.057982 $\ c_{1,1}\ = 0.766228$	 Rms = 0.094409 $\ c_{2,4}\ = 0.345644$	 Rms = 0.371692 $\ c_{3,6}\ = 0.492011$	 Rms = 0.122402 $\ c_{0,5}\ = 0.43535$ $\ c_{5,0}\ = 0.433125$

4. Заключение

В данной работе показана эффективность применения поэтапной оптимизации на основе алгоритмом Левенберга-Марквардта в задаче восстановления комплексных коэффициентов суперпозиции мод Эрмита-Гаусса по интенсивности поля в некоторой плоскости перпендикулярной оси распространения на заданном расстоянии. Исследование показали, что сходимость поэтапной оптимизации лучше, чем при оптимизации параметров всех мод. Было отмечено, что выделение "парных" мод сокращает число этапов и улучшает сходимость. При

аппроксимации экспериментальных распределений интенсивности наличие искажений в изображении интенсивности приводит к увеличению числа паразитных мод и искажению коэффициентов основных мод.

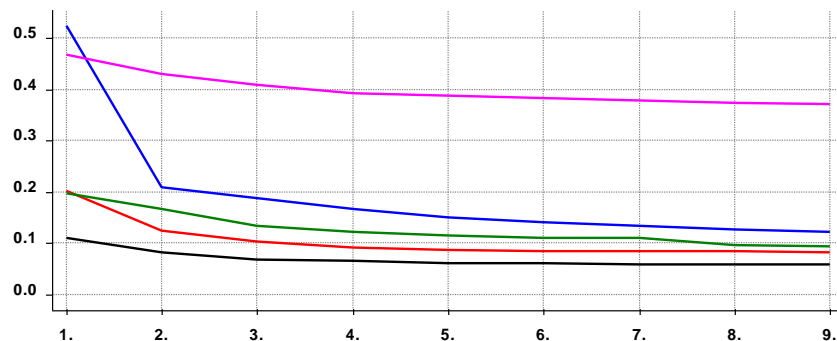


Рисунок 2. Графики СКО для экспериментальных распределений интенсивности на разных этапах для $c_{1,0}$ (красный цвет), $c_{1,1}$ (черный), $c_{3,6}$ (сиреневый), $c_{2,4}$ (зеленый), $c_{0,5} + c_{5,0}$ (синий).

5. Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 18-29-20045 мк). При выполнении исследований активно использовался суперкомпьютер К-100 ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

6. Литература

- [1] Бельский, А.М. Самовоспроизводящиеся пучки и их связь с недифрагирующими пучками // Оптика и спектроскопия. – 1992. – Т. 73, № 5. – С. 947-951.
- [2] McGloin, D. Bessel beams: diffraction in a new light / D. McGloin, K. Dholakia // Contemporary Physics. – 2005. – Vol. 46(1). – P. 15-28.
- [3] Балалаев, С.А. Сравнение свойств гипергеометрических мод и мод Бесселя / С.А. Балалаев, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2007. – Т. 31, № 4. – С. 23-28.
- [4] Adams, M.J. An introduction to optical waveguides – J. Wiley & Sons, Chichester, 1981.
- [5] Dienerowitz, M. Optical manipulation of nanoparticles: a review / M. Dienerowitz, M. Mazilu, K. Dholakia // Journal of Nanophotonics. – 2008. – Vol. 2(1). – P. 021875. DOI: 10.1117/1.2992045.
- [6] Khonina, S.N. DOE-generated laser beams with given orbital angular moment: application for micromanipulation / S.N. Khonina, R.V. Skidanov, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, J. Turunen // Proceedings of SPIE. – 2005. – Vol. 5962. – P. 59622W.
- [7] Ion, J.C. Laser processing of engineering materials: Principles, procedure and industrial applications – Oxford: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005.
- [8] Cheng, J. A review of ultrafast laser materials micromachining / J. Cheng, C. Liu, S. Shang, D. Liu, W. Perrie, G. Dearden, K. Watkins // Optics and Laser Technology. – 2013. – Vol. 46. – P. 88-102.
- [9] Хонина, С.Н. Анализ характеристик параксиальных векторных Гауссовых пучков, влияющих на формирование микроструктур в азополимере / С.Н. Хонина, С.И. Харитонов, С.Г. Волотовский, В.В. Подлипов, Н.А. Ивлиев // Компьютерная оптика. – 2019. – Т. 43, № 5. – С. 780-788. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-5-780-788.
- [10] Berdagué, S. Mode division multiplexing in optical fibers / S. Berdagué, P. Facq // Appl Opt. – 1982. – Т. 21, № 11. – P. 1950-1955. DOI: 10.1364/AO.21.001950.
- [11] Karpeev, S.V. Transverse mode multiplexing by diffractive optical elements / S.V. Karpeev, V.S. Pavelyev, V.A. Soifer, S.N. Khonina, M. Duparre, B. Luedge, J. Turunen // Proc. SPIE. – 2005. – Vol. 5854. – P. 1-12.
- [12] Čelechovský, R. Optical implementation of the vortex information channel / R. Čelechovský, Z. Bouchal // New J Phys. – 2007. – Vol. 9(9). – P. 328. DOI: 10.1088/1367-2630/9/9/328.

- [13] Ларькин, А.С. Формирование мод Эрмита-Гаусса пучка мощного фемтосекундного лазерного излучения с помощью бинарно-фазовых дифракционных оптических элементов / А.С. Ларькин, Д.В. Пушкарев, С.А. Дегтярев, С.Н. Хонина, А.Б. Савельев // Квантовая Электроника. – 2016. – Т. 46, № 8. – С. 733 -737.
- [14] Kuchmizhak, A.A. Multi-beam pulsed-laser patterning of plasmonic films using broadband diffractive optical elements / A.A. Kuchmizhak, A.P. Porfirev, S.A. Syubaev, P.A. Danilov, A.A. Ionin, O.B. Vitrik, Yu.N. Kulchin, S.N. Khonina, S.I. Kudryashov // Optics Letters. – 2017. – Т. 42, № 14. – P. 2838-2841. DOI: 10.1364/OL.42.002838.
- [15] Malik, M. Influence of atmospheric turbulence on optical communications using orbital angular momentum for encoding / M. Malik, M. O’Sullivan, B. Rodenburg, M. Mirhosseini, J. Leach, M.P.J. Lavery, M.J. Padgett, R.W. Boyd // Optics Express. – 2012. – Vol. 20(12). – P. 13195-13200. DOI: 10.1364/OE.20.013195.
- [15] Reddy, A.N.K. Far-field light imaging in the presence of atmospheric turbulence with rotating anti-phase apertures: theoretical investigation / A.N.K. Reddy, P. Verma, S.N. Khonina, M. Hashemi, M. Martinez-Corral // IEEE Proceedings. – 2017. – P. 1008-1012. DOI: 10.1109/ICIT.2017.7915499.
- [16] Porfirev, A.P. Study of propagation of vortex beams in aerosol optical medium / A.P. Porfirev, M.S. Kirilenko, S.N. Khonina, R.V. Skidanov, V.A. Soifer // Applied Optics. – 2017. – Vol. 56(11). – P. E5-15. DOI: 10.1364/AO.56.0000E8.
- [17] Карпеев, С.В. Сравнение устойчивости вихревых пучков Лагерра-Гаусса к случайным флуктуациям оптической среды / С.В. Карпеев, В.Д. Паранин, М.С. Кириленко // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41, № 2. – С. 208-217. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-2-208-217.
- [18] Кириленко, М.С. Исследование устойчивости топологического заряда многокольцевых вихревых пучков Лагерра-Гаусса к случайным искажениям / М.С. Кириленко, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2019. – Т. 43, №4. – С. 567-576. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-4-567-576.
- [19] Khonina, S.N. Phase diffractive filter to analyze an output step-index fiber beam / S.N. Khonina, R.V. Skidanov, V.V. Kotlyar, K. Jefimovs, J. Turunen // Optical Memory and Neural Networks (Allerton Press). – 2003. – Vol. 12(4). – P. 317-324.
- [20] Kaiser, T. Complete modal decomposition for optical fibers using CGH-based correlation filters / T. Kaiser, D. Flamm, S. Schröter, M. Duparré // Opt. Express. – 2009. – Vol. 17(11). – P. 9347-9356.
- [21] Любопытов, В.С. модель полностью оптической системы детектирования параметров распространения мод в оптическом волокне при маломодовом режиме для адаптивной компенсации смещения мод / В.С. Любопытов, А.З. Тлявлин, А.Х. Султанов, В.Х. Багманов, С.Н. Хонина, С.В. Карпеев, Н.Л. Казанский // Компьютерная оптика. – 2013. – Т. 37, № 3. – С. 352-359.
- [22] Kirilenko, M.S. Information transmission using optical vortices / M.S. Kirilenko, S.N. Khonina // Optical Memory and Neural Networks (Information Optics). – 2013. – Vol. 22(2). – P. 81-89. DOI: 10.3103/S1060992X13020069.
- [23] Khonina, S.N. A technique for simultaneous detection of individual vortex states of Laguerre-Gaussian beams transmitted through an aqueous suspension of microparticles / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, V.D. Paraniin // Optics and Lasers in Engineering. – 2018. – Vol. 105. – P. 68-74. DOI: 10.1016/j.optlaseng.2018.01.006.
- [24] Хонина, С.Н. Саморепродукция многомодовых пучков Гаусса-Эрмита / С.Н. Хонина, В.В. Котляр, В.А. Сойфер // Письма в ЖТФ. – 1999. – Т. 25, № 12. – С. 62-69.
- [25] Khonina, S.N. Generation of Gauss-Hermite modes using binary DOEs / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, J. Lautanen, M. Honkanen, J. Turunen // Proceedings of SPIE. – 2000. – Vol. 4016. – P. 234-239.
- [26] Хонина, С.Н. Экспериментальное формирование и селекция мод Гаусса-Эрмита с помощью ДОО // Компьютерная оптика. – 2002. – Т. 23. – С. 15-22.

- [27] Soifer, V.A. Laser beam mode selection by computer generated holograms / V.A. Soifer, M.A. Golub // Boca Raton: CRC Press, 1994. – P. 224.
- [28] Kotlyar, V.V. Coherent field phase retrieval using a phase Zernike filter / V.V. Kotlyar, S.N. Khonina, V.A. Soifer, Y. Wang, D. Zhao // Computer Optics. – 1997. – Vol. 17. – P. 43-48.
- [29] Khonina, S.N. Zernike phase spatial filter for measuring the aberrations of the optical structures of the eye / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, D.V. Kirsh // Journal of Biomedical Photonics Engineering. – 2015. – Vol. 1(2). – P. 146-153.
- [30] Porfirev, A.P. Experimental investigation of multi-order diffractive optical elements matched with two types of Zernike functions / A.P. Porfirev, S.N. Khonina // Proc. SPIE. – 2016. – Vol. 9807. – P. 98070E. DOI: 10.1117/12.2231378.
- [31] D'errico, A. Measuring the complex orbital angular momentum spectrum and spatial mode decomposition of structured light beams / A. D'errico, R. D'amelio, B. Piccirillo, F. Cardano, L. Marrucci // Optica. – 2017. – Vol.4. – P.1350-1357. DOI: 10.1364/OPTICA.4.001350.
- [32] Volyar, A. Measurement of the vortex spectrum in a vortex-beam array without cuts and gluing of the wavefront / A. Volyar, M. Bretsko, Ya. Akimova, Yu. Egorov // Opt. Lett. – 2018. – Vol. 43(22). – P. 5635-5638. DOI: 10.1364/OL.43.005635.
- [33] More, J.J. The Levenberg-Marquardt algorithm: Implementation and theory // Lect. Notes Math. – 1978. – Vol. 630. – P. 105-116.
- [34] Siegman, A.E. Lasers – Universe Science Books, 1986. – P. 642-652.

Algorithm for approximating a beam with a given intensity by Hermite-Gaussian modes

S.G. Vololtovskiy¹

¹Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. In the optical transmission of information, communication channels can be compressed by superposition of several spatial modes (with given weights carrying information) in one beam at the input of the transmitting system. This problem is quite effectively solved by diffraction optics using various coding methods. At the output of the transmitting system, recognition (detection) of a set of modes contained in the beam is required. In this case, rather complex multi-order optical elements are used, which make it possible to determine only the modulus of the coefficients. Subsequent digital processing is required to recover the relative phases of the coefficients. In this paper, we consider the problem of reconstructing the complex coefficients of the superposition of Hermite-Gaussian modes from the field intensity in a certain plane perpendicular to the propagation axis at a given distance using the Levenberg-Marquardt algorithm