

3D-Моделирование распространения мод Гаусса-Эрмита

М.М.Карпова

Самарский национальный исследовательский университет
 им. академика С.П. Королева
 Самара, Россия
 lamarricane@gmail.com

Аннотация — Для моделирования распространения параксиальных оптических пучков в свободном пространстве используется преобразование Френеля и, как правило, результаты отображаются в двухмерном виде. В данной работе была построена трёхмерная модель прохождения мод Гаусса-Эрмита на заданном интервале распространения.

Ключевые слова — *изоповерхности, моды Гаусса-Эрмита, преобразование Френеля, преобразование Фурье.*

1. ВВЕДЕНИЕ

Модой называется световое поле, демонстрирующее инвариантность при распространении в соответствующей среде. Так, Бесселевы функции являются модами свободного пространства, а гауссовы функции, например, Гаусса-Эрмита (ГЭ) являются модами резонаторов [1], а также оптического волокна с квадратичной зависимостью показателя преломления [2]. Моды высокого порядка, а также многомодовые пучки позиционируются как структурированное лазерное излучение [3], которое востребовано в различных приложениях, включая оптический захват и манипулирование микрочастицами [4, 5], кодирование и уплотнение каналов передачи информации [6], лазерное взаимодействие с веществом [7].

Возможность эффективного формирования многомодовых лазерных пучков с заданными свойствами дополнительно расширяет спектр применения лазерных пучков в различных приложениях. Известны различные подходы к формированию этих пучков, однако наиболее эффективными являются средства дифракционной оптики [8,9].

Для детального анализа особенностей распространения сложных структурированных пучков удобным средством являются возможности 3D моделирования и визуализации [10].

В данной работе рассматриваются моды Гаусса-Эрмита:

$$\psi_{n,m}(x, y, z = 0) = \exp\left[-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_0^2}\right] H_n\left(\frac{x}{\sigma_0}\right) H_m\left(\frac{y}{\sigma_0}\right), \quad (1)$$

где σ – эффективный радиус, $H_{n,m}(x,y)$ – полиномы Эрмита.

Изначально строится одномерное изображение пучка (отображающее интенсивность с помощью амплитуды и фазы), затем при получении корректных данных при построении можно получить двумерную модель, представляющую собой срез вдоль оптической оси. Полученные срезы объединяются в массив данных, по которым строится трехмерная модель в виде изоповерхности (поверхность, которая представляет точки постоянного значения), с помощью которой можно более наглядно изучить свойства пучков.

М.С.Кириленко

Самарский национальный исследовательский университет
 им. академика С.П. Королева
 Самара, Россия
 areatangent@gmail.com

Особую важность представляет применение изоповерхностей, т.к. они являются популярной формой визуализации для наборов объемных данных, поскольку их можно визуализировать с помощью простой полигональной модели, которую можно очень быстро нарисовать на экране. И такой метод применяется во многих сферах, от гидродинамики до медицины (визуализация внутренних органов, костей или других структур). Многие другие дисциплины, которые интересуются трехмерными данными, часто используют изоповерхности для получения информации о фармакологии, химии, геофизике и метеорологии.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Дальнейшие результаты моделирования были реализованы с помощью математического языка программирования Octave.

Для моделирования будем рассматривать моду Гаусса-Эрмита порядка (2, 3). На рис. 1 представлен вид моды во входной области.

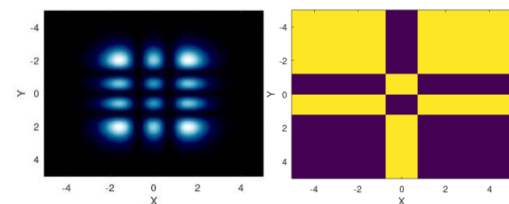


Рис. 1. Изображение амплитуды и фазы моды Гаусса-Эрмита соответственно в изначальном виде

Далее мода проходит через преобразование Френеля (рис. 2):

$$E(\xi, \eta, z) = \frac{1}{i\lambda z} e^{ikz} \iint f(x, y) e^{i\frac{k}{2z}[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2]} dx dy. \quad (2)$$

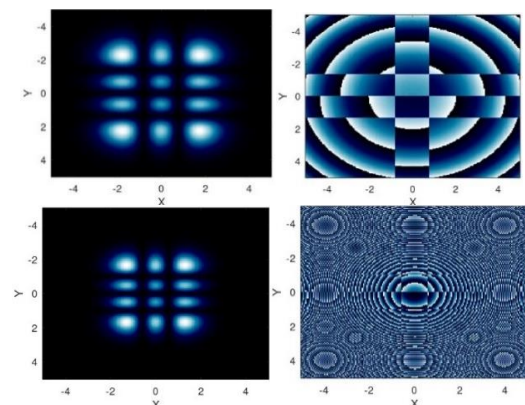


Рис. 2. Изображение амплитуды и фазы моды Гаусса-Эрмита после прохождения через преобразование Френеля. Изменения изображений происходит с увеличением дальности распространения z . На первой строке $z = 2$ м, на второй $z = 20$ м

Численная реализация такого преобразования может быть сведена к использованию быстрого преобразования Фурье (БПФ).

Для последующего трехмерного построения результаты преобразования Френеля фиксируются на разных участках оптической оси с определенным шагом в диапазоне от 2 до 20 метров и записываются в матрицу, изображение которой можно наблюдать далее на рис. 3. и на рис. 4. Также в таблице I приведено сравнение времени, затраченного на моделирование, в зависимости от числа слоев.

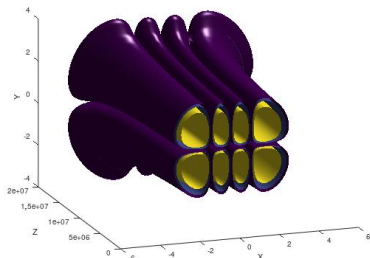


Рис. 3. 3D модель распространения моды Гаусса-Эрмита (1,3)

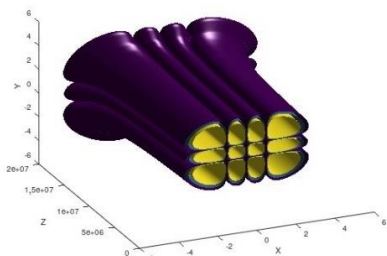


Рис. 4. 3D модель распространения моды Гаусса-Эрмита (2,3)

Таблица I. СРАВНЕНИЕ ВРЕМЕНИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ОТ КОЛИЧЕСТВА СЛОЕВ

Моделирование многослойных изоповерхностей	Номер моды	Кол-во слоев	Время
	(1,3)	1	5,291
		2	8,958
		3	9,188
		4	11,148
		5	12,732
		6	15,265
	(2,3)	1	7,591
		2	7,924
		3	10,813
		4	14,383
		5	15,633
		6	16,930

Был выбран оптимальный шаг дискретизации вдоль оптической оси Z равный 0,9 м, так как при сильном увеличении качество получаемой изоповерхности не будет сильно меняться. При этом вычисления будут проходить быстрее. Если уменьшить шаг

дискретизации, модель будет рассчитываться гораздо быстрее, но с куда меньшей точностью. Также не менее важно выбирать оптимальный шаг дискретизации при моделировании двумерного преобразования Френеля, так как из этих двумерных матриц в дальнейшем собирается изоповерхность.

На 3D модели можно наглядно наблюдать, что с увеличением дальности распространения мода сужается и становится четче, но при этом сохраняет свою структуру.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе было успешно проведено моделирование прохождения моды Гаусса – Эрмита, а также построено трёхмерное изображение её распространения на основе использования изоповерхностей. Представленный подход может быть использован не только для построения мод Гаусса-Эрмита, но и других пучков, включая как моды, так и произвольные параксиальные пучки. Если пучок не является параксиальным, то преобразование Френеля потребуется заменить на более общее (например, основанное на разложении по плоским волнам), при этом для 3D-моделирования также можно будет использовать изоповерхности. Однако, скорость моделирования будет существенно ниже, если преобразование не может быть реализовано через алгоритм БПФ.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Li, S. Adaptive free-space optical communications through turbulence using self-healing Bessel beams / S. Li, J. Wang // *Sci. Rep.* – 2017. – Vol. 7. – 43233.
- [2] Forbes, A. Structured light / A. Forbes, M. de Oliveira, M. R. Dennis // *Nat. Photonics.* –2021. – Vol. 15. – P. 253–262.
- [3] Khonina, S. N. Recognition of polarization and phase states of light based on the interaction of nonuniformly polarized laser beams with singular phase structures / S. N. Khonina, A. P. Porfirev, S.V. Karpeev // *Opt. Express.* –2019. – Vol. 27(13). – P. 18484 – 18492.
- [4] Chen, Y. F. Laser transverse modes of spherical resonators: a review / Y. F. Chen, C. C. Lee, C. H. Wang, M. X. Hsieh // *Chinese Optics Letters.* –2020. – Vol. 18(9). – 91404.
- [5] Khonina, S.N. Mirror and circular symmetry of autofocusing beams / S.N. Khonina // *Symmetry.* – 2021. – Vol. 13. – 1794.
- [6] Khonina, S.N. Bessel beam: Significance and applications – A progressive review / S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy, S.V. Karpeev, M.A. Butt // *Micromachines.* – 2020. – Vol. 11. – 997. DOI: 10.3390/mi11110997.
- [7] Khonina, S.N. Modern Types of Axicons: New Functions and Applications / S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy, P.A. Khorin, M.A. Butt // *Sensors.* – 2021. – Vol. 21. – 6690.
- [8] Porfirev, A.P. Multi-plane photophoretic trapping of airborne particles with a multi-linear optical trap / A.P. Porfirev, S.A. Fomchenkov, D.P. Porfiriev, S.N. Khonina, S.V. Karpeev // *Optik.* – 2022. – Vol. 7. – 271.
- [9] Khonina, S.N. Vortex beams with high-order cylindrical polarization: features of focal distributions / S.N. Khonina // *Applied Physics B.* – 2019. – Vol. 125. – 100.
- [10] Khonina, S.N. Harnessing of inhomogeneously polarized Hermite–Gaussian vector beams to manage the 3D spin angular momentum density distribution / S.N. Khonina, A.P. Porfirev // *Nanophotonics.* – 2022. – Vol. 11(4). – P. 697–712.