3. Ган Л. Инструментальные средства автоматизации проектирования, обеспечивающие параллельную работу над проектами // Электроника, 1990, том 38, N7, с.58-61

4. Малиньяк Л. Дальнейшее расширение функциональных возможностей САПР // Электроника, 1991, том 64, N5, с.15-21.

5. Костелло Д.Б. Следующее десятилетие развития САПР-электроники: общее ускорение процессов проектирования //Электроника, 1993 том 40, N11/12, с.44-46

6. Стюарт Д. Как добиваться эффективного выполнения проектов при параллельной раработке //Электроника, 1993, том 41, N18, с.24-25.

МЕДИАННЫЙ МЕТОД ОЦЕНИВАНИЯ АВТОКОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА, ПОДВЕРГНУТОГО НЕРАВНОМЕРНОЙ ДИСКРЕТИЗАЦИИ

Л.С. Зеленко

При решении широкого круга технических задач и в научных исследованиях приходится сталкиваться со случайными процессами (СП) самой различной природы, а также с проблемами определения их вероятностных характеристик (ВХ) и обеспечения заданной точности оценивания. В научных исследованиях такие проблемы часто возникают при обработке экспериментальных данных, в технике - в задачах контроля состояния и функционирования сложных динамических систем. При обработке предпочтение обычно отдаётся цифровым методам из-за присущих им преимуществ (в первую очередь, эффективность) и быстрого развития вычислительной техники [3]

В подавляющем большинстве случаев предполагается, что СП $X(t)$ представлен последовательностью равноотстоящих друг от друга отсчётов $X(t_i)$. Вместе с тем в последние годы наблюдается повышенный интерес исследователей к анализу СП с неравномерной дискретизацией (НРД) (см. рис.1), так как во многих областях науки и техники существуют задачи, когда значения СП находятся друг от друга на произвольном (чаще всего случайном) расстоянии. Это - практические задачи тех научных направлений, где получение "равномерных" отсчётов практически невозможно (например. радиотехника, автоматическое управление, акустика и океанология. геофизика и т.п.).

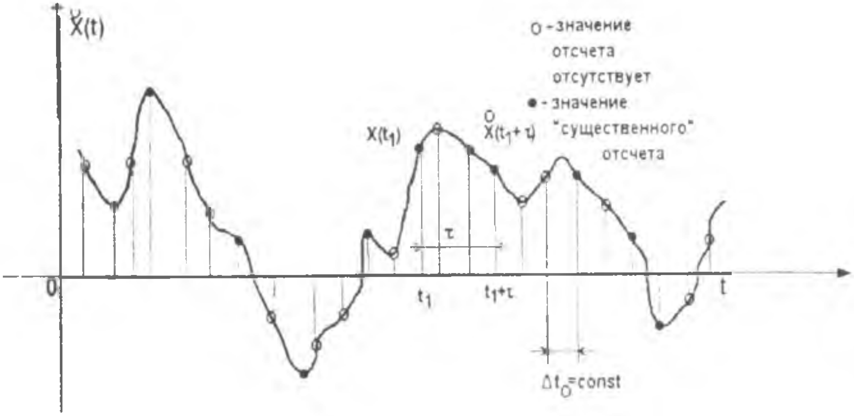

Рис. 1.

Возможность применения современных средств вычислительной техники в прикладных исследованиях, наличие мощного и развитого математического аппарата исследования (теория случайных функций и математическая статистика) позволяют исследователю успешно решать задачи оценивания ВХ СП.

Эффективным средством теоретического и экспериментального исследований СП, подвергнутых как равномерной, так и неравномерной дискретизации, является корреляционная теория.

На сегодняшний день накоплено множество методов оценивания корреляционных функций (КФ), достаточно подробно освещенных в литературе. Классическим (базовым) методом оценивания КФ следует считать мультипликативный (метод перемножения), так как в этом случае оценивание осуществляется в соответствии с адекватным алгоритмом и в получении оценок КФ непосредственно участвуют сами отсчёты. Кроме того, многие другие методы в той или иной мере используют элементы мультипликативного метода.

Формально корреляционная функция СП X(t) определяется как

$$K_x(\tau) = M\left\{\overset{\circ}{X}(t) \cdot \overset{\circ}{X}(t+\tau)\right\} = S_d \overset{\circ}{X}(t)\overset{\circ}{X}(t+\tau) \quad (1)$$

где M{o} - оператор математического ожидания,

$\overset{\circ}{X}(t)$ - центрированное значение СП,

S_d - идеальный оператор усреднения (d = N - объем выборки).

Стремление к максимальному упрощению процедур оценивания КФ СП и повышению точности оценивания применяемых алгоритмов привело к необходимости разработки новых алгоритмов оценивания КФ.

В работе предлагается медианный метод оценивания КФ, когда в качестве оценки ординаты КФ используется медиана, тогда оператором усреднения можно пренебречь. Медиана, как оценка выборочного среднего, достаточно употребима при нахождении математического ожидания, дисперсии, функции распределения [1]. Однако при нахождении оценок ординат КФ СП, подвергнутых различным видам дискретизации, медиана ранее не применялась.

Медиана является *робастной* (устойчивой к распределению) оценкой среднего значения выборки [3], и именно свойство робастности определяет преимущества этой оценки перед другими, использовавшимися до сих пор в теории оценивания КФ.

При использовании медианы обработка сводится к использованию аппарата порядковых статистик вариационного ряда случайных величин [2]

$$X_{(1)} \le X_{(2)} \le X_{(3)} \le \ldots \le X_{(k-1)} \le X_{(k)} \le X_{(k+1)} \le \ldots \le X_{(N)} \quad (2)$$

где $X_{(1)} = \min\{X_1, \ldots X_N\}$, $X_{(N)} = \max\{X_1, \ldots X_N\}$.

Медианой последовательности (2) является средний по значению член ряда и обозначается med.

Применив понятие медианы к вычислению ординат КФ, заменим ряд случайных величин (2) рядом произведений их значений в соответствии с алгоритмом (1). Получим набор случайных последовательностей вида

$$\overset{\circ}{X}_1 \overset{\circ}{X}_{1+J},\ \overset{\circ}{X}_2 \overset{\circ}{X}_{2+J},\ \overset{\circ}{X}_3 \overset{\circ}{X}_{3+J},\ \ldots,\ \overset{\circ}{X}_i \overset{\circ}{X}_{i+J}, \ldots,\ \overset{\circ}{X}_{n-J} \overset{\circ}{X}_n, \quad (3)$$

$$J = \overline{0, L-1}$$

и упорядочим их по возрастанию/убыванию. Получим набор из J вариационных рядов (J - номер ординаты КФ СП, L - число ординат КФ):

$$\Psi^J_{(1)} \le \Psi^J_{(2)} \le \ldots \le \Psi^J_{(k-1)} \le \Psi^J_{(k)} \le \Psi^J_{(k+1)} \le \ldots \le \Psi^J_{(N)}, \; J = \overline{0, L-1} \qquad (4)$$

где $\Psi^J_{(i)}$ - i-ая порядковая статистика J-го вариационного ряда - равна произведению пары отсчетов СП X(t), расположенных на расстоянии $\tau = J\Delta t_0$ друг от друга $\left(\Psi^J_i = \dot{X}_i \dot{X}_{i+J}, \; i = \overline{1,N}\right)$. Для каждого полученного вариационного ряда необходимо найти медиану (в соответствии с алгоритмами табл. 1), которая и будет определять оценку значения J-ой ординаты корреляционной функции $\left(K_*(J)\right)$.

Выбор лучшего из алгоритмов производится на основе результатов исследования погрешностей оценивания в зависимости:

- от объёма выборки N, при этом необходимо помнить, что и быстродействие алгоритма ухудшается при увеличении N (за счёт роста числа сравнений при сортировке исходной последовательности);
- от закона распределения случайной последовательности (4) (в случае нормального распределения достаточно близкой оценкой к математическому ожиданию является оценка вида 3.1 , а в случае равномерного распределения - оценка вида 2.1 (см. табл.1)).

Как показали исследования, для получения наилучших оценок ординат КФ необходимо использовать алгоритмы со специально выбранными рангами (3.1-3.3 табл.1) или модификации алгоритма, использующего центральные порядковые статистики (1.4 табл. 1).

В литературе, посвященной вопросам построения и использования медианных оценок [1], предлагаются ранги вида 3.1, 3.2 табл.1, однако, данные рекомендации касаются в основном нормальных и других симметричных распределений, и напрямую их использовать невозможно при оценивании ординат КФ. При исследовании законов распределения последовательностей вида (4) оказалось, что они близки к нормальному, поэтому в работе предлагаются в качестве рангов следующие: $med_x = 0.5\left(X_{(k1)} + X_{(k2)}\right)$, где

$k_1 = [0.85N]$, $k_2 = [0.15N]$

$k_1 = [0.80N]$, $k_2 = [0.20N]$

$k_1 = [0.83N]$, $k_2 = [0.17N]$

Таблица 1

Алгоритмы оценивания медианы

Название алгоритма	№ п / п	Запись алгоритма
ЦПС-оценки (центральные порядковые статистики со спец. выбранными рангами)	1.1	$Med = X_{(o)}$
	1.2	$Med = X_{(o+1)}$
	1.3	$Med = 0.5\left(X_{(o-1)} + X_{(o)}\right)$
	1.4	$Med = 1/3\left(X_{(k1)} + X_{(o)} + X_{(k2)}\right)$
		$k_1 = [0.9N],\ k_2 = [0.1N]$
КПС-оценки (крайние порядковые статистики)	2.1	$Med = 0.5\left(X_{(1)} + X_{(N)}\right)$
	2.2	$Med = 0.5\left(X_{(j)} + X_{(N-j+1)}\right)$
ВРМ-оценки (со спец. выбранными рангами и множителями)		$Med = 0.5\left(X_{(k1)} + X_{(k2)}\right)$
	3.1	$k_1 = [0.73N],\ k_2 = [0.27N]$
	3.2	$k_1 = [0.75N],\ k_2 = [0.25N]$
	3.3	$k_1 = [0.85N],\ k_2 = [0.15N]$

ЛИТЕРАТУРА

1. Микро-ЭВМ в информационно-измерительных системах /С.М. Перевёртин, Н.И.Гаранин, Ю.Н.Костин, И.И Миронов/.- М.: Машиностроение, 1987.- 248 с., ил.

2. Хьюбер П. Робастность в статистике.- М.: Мир,1984 - 303 с.

3. Зеленко Л.С. Методы, алгоритмы и программное обеспечение корреляционного анализа неэквидистантных временных рядов. Диссерт. ... канд.техн.наук.- Самара : 1994.- 225 с.