

7. Абрамович Г.Н. Теория турбулентных струй. М., Физматгиз, 1960.
8. Гоман В.Г. Распространение веерной турбулентной струи вдоль плоской и вогнутой поверхностей твердого тела, ИЖ, 1968, 14, № 5.

Е.М. Смирнов

КОНИЧЕСКАЯ РАДИАЛЬНО-ЩЕЛЕВАЯ ТУРБУЛЕНТНАЯ СТРУЯ, ИСТЕКАЮЩАЯ ИЗ ИСТОЧНИКА КОНЕЧНОГО РАДИУСА

Л.Г. Лойцянский в работе [1] рассмотрена задача о конической радиально-щелевой струе, вытекающей из источника бесконечно малых размеров. При этом был исследован случай слабой закрутки струи. Решение, полученное для ламинарной струи, с помощью гипотезы постоянства турбулентной вязкости обобщалось на случай турбулентной струи. А.С. Гиневский работы [2, 3], получил решение задачи о ламинарной и турбулентной незакрученной веерной струе, истекающей из кольцевого источника конечного радиуса. Веерная струя, именуемая также (в отличие от конической радиально-щелевой) просто радиально-щелевой, представляет собой частный случай конической струи с углом полураствора на выходе из сопла $\alpha_0 = \pi/2$. В работе В.Г. Шахова [4] решение [2] обобщалось на случай слабозакрученной веерной струи.

Ниже приводится приближенное решение задачи о турбулентной слабозакрученной конической радиально-щелевой струе несжимаемой жидкости, вытекающей из источника конечного радиуса. Схема течения представлена на рисунке. Щель предполагается бесконечно узкой, таким образом, решение справедливо на основном участке реальной струи. Решение задачи получено на основе метода интегральных соотношений.

Введем ортогональную систему координат x, y, φ , где x отсчитывается от источника вдоль контура меридионального сечения поверхности, являющейся геометрическим местом точек с максимальными значениями скорости в поперечных сечениях струи, ось y направлена по нормали к контуру, а φ отсчитывается вокруг оси симметрии струи. Будем считать известной зависимость $z_m(x)$, где z_m — расстояние точки, принадлежащей поверхности максимальных скоростей, до

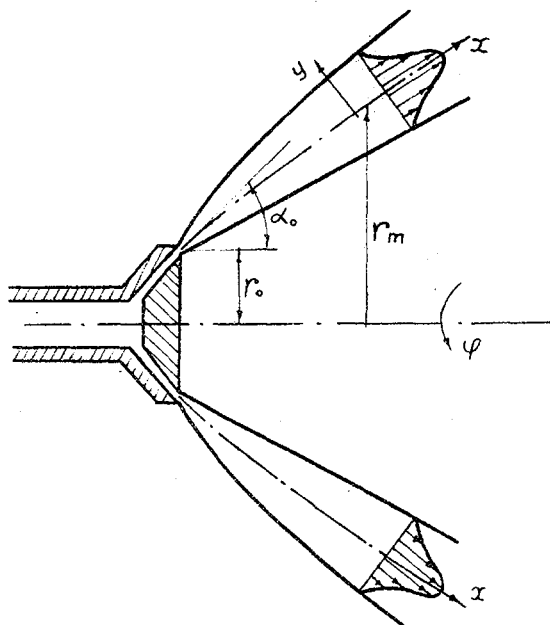


Схема течения в конической радиально-целевой струе

оси симметрии струи. В частности, если струя распространяется с постоянным углом полураствора $\alpha = \alpha_0$, то

$$z_m(x) = z_0 + x \sin \alpha_0, \quad (1)$$

где z_0 - радиус кольцевого источника.

Предположим, что характерная толщина струи значительно меньше радиуса кривизны контура меридионального сечения поверхности максимальных скоростей и радиуса поперечной кривизны поверхности

z_m . В этом случае уравнения пограничного слоя изобарической слабозакрученной струи в принятых координатах имеют вид

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_1}{\partial y}; \quad (2)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{u w}{z_m} \frac{dz_m}{dx} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_2}{\partial y}. \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{u}{z_m} \frac{dz_m}{dx} = 0. \quad (4)$$

Здесь u , v , w - составляющие скорости в направлении координатных линий x , y , z ; τ_1 , τ_2 - составляющие напряжения трения в направлении координатных линий x , y ; ρ - плотность жидкости.

Граничные условия:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial y} = v = 0 & \quad \text{при } y = 0 \\ u = w = 0 & \quad \text{при } y = \pm \infty \end{aligned} \quad (5)$$

Примем на основании работы [1] одинаковый профиль для составляющих скорости u и w :

$$\frac{u}{u_m} = f(\eta_1); \quad \frac{w}{w_m} = f(\eta_2); \quad (6)$$

$$\eta_1 = \frac{y}{\delta_1}; \quad \eta_2 = \frac{y}{\delta_2}; \quad f(\eta) = \frac{1}{ch^2(0,88\eta)}, \quad (7)$$

где u_m , w_m - максимальные значения скоростей u и w ; δ_1 , δ_2 - значения y , при которых $u = \frac{1}{2}u_m$ и $w = \frac{1}{2}w_m$.

Пользуясь гипотезой постоянства турбулентной вязкости поперёк струи, а также предположением о слабой закрутке, выражения для составляющих напряжения турбулентного трения запишем в виде

$$\tau_1 = \rho \kappa \delta_1 u_m \frac{\partial u}{\partial y}; \quad \tau_2 = \rho \kappa \delta_1 u_m \frac{\partial w}{\partial y},$$

где κ - эмпирическая постоянная.

Принимая во внимание (6), получим

$$\tau_1 = \rho \kappa u_m^2 \frac{df(\eta_1)}{d\eta_1}; \quad \tau_2 = \rho \kappa u_m w_m \frac{\delta_1}{\delta_2} \frac{df(\eta_2)}{d\eta_2}. \quad (8)$$

Для нахождения зависимостей $u_m(x)$, $w_m(x)$, $\delta_1(x)$, $\delta_2(x)$ необходимо иметь четыре интегральных соотношения. Преобразовывая уравнения (2), (3) с помощью уравнения (4), получим

$$\frac{\partial(z_m u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(z_m u v)}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial(z_m \tau_1)}{\partial y}; \quad (9)$$

$$\frac{\partial(z_m u^3)}{\partial x} + \frac{\partial(z_m u^2 v)}{\partial y} = \frac{2}{\rho} \left[\frac{\partial(z_m u \tau_1)}{\partial y} - z_m \tau_1 \frac{\partial u}{\partial y} \right]; \quad (10)$$

$$\frac{\partial(z_m^2 u w)}{\partial x} + \frac{\partial(z_m^2 v w)}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial(z_m^2 \tau_2)}{\partial y}; \quad (11)$$

$$\frac{\partial(z_m^2 u w^2)}{\partial x} + \frac{\partial(z_m^2 v w^2)}{\partial y} + u w^2 z_m \frac{dz_m}{dx} = \frac{2}{\rho} \left[\frac{\partial(z_m^2 w \tau_2)}{\partial y} - z_m^2 \tau_2 \frac{\partial w}{\partial y} \right]; \quad (12)$$

Интегрируя (9) - (12) поперёк пограничного слоя струи с учётом (5), получим соответственно

$$2\pi\rho z_m \int_{-\infty}^{\infty} u^2 dy = I; \quad (13)$$

$$\frac{d}{dx} (z_m \int_{-\infty}^{\infty} u^3 dy) + 2z_m \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tau_1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial y} dy = 0; \quad (14)$$

$$2\pi\rho z_m^2 \int_{-\infty}^{\infty} u w dy = L; \quad (15)$$

$$\frac{d}{dx} (z_m^2 \int_{-\infty}^{\infty} u w^2 dy) + z_m \frac{dz_m}{dx} \int_{-\infty}^{\infty} u w^2 dy + 2z_m^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tau_2}{\rho} \frac{\partial w}{\partial y} dy = 0. \quad (16)$$

Здесь $I = const$ - количество движения, а $L = const$ - главный момент количества движения струи.

Используя (6) и (8), приведём интегральные соотношения (13) - (16) к виду

$$z_m \delta_1 u_m^2 = \frac{I}{2\pi\rho\alpha_1}; \quad (17)$$

$$\frac{d}{dx} (z_m u_m^3 \delta_1 \alpha_2) + 2\alpha_3 z_m u_m^3 = 0; \quad (18)$$

$$z_m^2 \delta_2 u_m w_m = \frac{L}{2\pi\rho f_1(\varepsilon)}. \quad (19)$$

$$\frac{d}{dx} \left[z_m^2 u_m w_m^2 \delta_2 f_2(\varepsilon) \right] + z_m \frac{dz_m}{dx} u_m w_m^2 \delta_2 f_2(\varepsilon) + 2 \kappa z_m^2 u_m w_m^2 \varepsilon a_3 = 0. \quad (20)$$

Здесь

$$a_1 = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(\eta) d\eta; \quad a_2 = \int_{-\infty}^{\infty} f^3(\eta) d\eta; \quad a_3 = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{df(\eta)}{d\eta} \right]^2 d\eta; \quad (21)$$

$$\varepsilon = \frac{\delta_1}{\delta_2}, \quad f_1(\varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} f\left(\frac{\eta}{\varepsilon}\right) f(\eta) d\eta, \quad f_2(\varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} f\left(\frac{\eta}{\varepsilon}\right) f^2(\eta) d\eta.$$

Из уравнения (18) с учётом (17) получим

$$\frac{du_m}{u_m^3} = - \frac{4\pi \kappa \rho}{I} \left(\frac{a_1 a_3}{a_2} \right) z_m dx.$$

Интегрируя полученное выражение в пределах от 0 до x и от $u_m = \infty$ до u_m , будем иметь

$$\frac{1}{u_m^2} = \frac{8\pi \kappa \rho}{I} \left(\frac{a_1 a_3}{a_2} \right) \int_0^x z_m dx.$$

Таким образом, изменение продольной скорости u_m определяется формулой

$$u_m = \left(\frac{a_2 I}{8\pi \kappa \rho a_1 a_3} \right)^{1/2} \left(\int_0^x z_m dx \right)^{-1/2}. \quad (22)$$

Из уравнения (17), используя (22), найдем

$$\delta_1 = \frac{4\pi a_3}{a_2} z_m^{-1} \int_0^x z_m dx. \quad (23)$$

Зависимости $\delta_2 = \delta_2(x)$, $w_m = w_m(x)$ легко определяются в предположении, что $\varepsilon = 1$, и, как следствие, $f_1(\varepsilon) = a_1$, $f_2(\varepsilon) = a_2$. В этом случае

$$\delta_2 = \frac{4\pi a_3}{a_2} z_m^{-1} \int_0^x z_m dx \quad (24)$$

и, подставляя значения (22), (24) в равенство (19), имеем

$$w_m = \left(\frac{a_2 L^2}{8\pi \kappa \rho a_1 a_3 I} \right)^{1/2} z_m^{-1} \left(\int_0^x z_m dx \right)^{-1/2}. \quad (25)$$

Выполнение интегрального соотношения (20) легко проверить непосредственной подстановкой в него полученных выражений (22), (24), (25).

Подставим в качестве примера в (22) - (25) зависимость $z_m(\bar{x})$, определяемую формулой (1). Интегрируя и производя преобразования, получим

$$u_m = \frac{1}{z_0} \left(\frac{a_2 I}{4\pi x \rho a_3} \right)^{1/2} (\bar{x}^2 \sin \alpha_0 + 2\bar{x})^{-1/2}; \quad (26)$$

$$\theta_1 = \theta_2 = \frac{2x a_3 z_0}{a_2} \frac{\bar{x}(2 + \bar{x} \sin \alpha_0)}{1 + \bar{x} \sin \alpha_0}; \quad (27)$$

$$w_m = \frac{1}{z_0^2} \left(\frac{a_2 L^2}{4\pi x \rho a_3 I} \right)^{1/2} (1 + \bar{x} \sin \alpha_0)^{-1} (\bar{x}^2 \sin \alpha_0 + 2\bar{x})^{-1/2}, \quad (28)$$

где $\bar{x} = x/z_0$. Вычисляя значения a_1 , a_2 , a_3 по формулам (21) для функции $f(\eta)$, определяемой выражением (7), будем иметь

$$a_1 = 1,214; \quad a_2 = 1,516; \quad a_3 = 0,938.$$

При $\bar{x} \gg 1$ (это условие равносильно случаю $z_0 \rightarrow 0$) из (26) - (28) следует

$$u_m \sim \frac{1}{x}, \quad \theta_1 = \theta_2 \sim x, \quad w_m \sim \frac{1}{x^2},$$

что получено ранее в работе [1].

Для значения $\alpha_0 = \pi/2$, отвечающего случаю веерной струи, (26) - (28) при замене $\bar{x} = x$, - 1 приводятся к выражениям, согласующимся с результатами работ [2-4]. Числовые коэффициенты, входящие в эти выражения, в конечном счёте определяются значением эмпирической постоянной x , которая выбирается из условия наилучшего совпадения расчётных характеристик с данными эксперимента. Так, воспользовавшись результатами исследования [5], получим для незакрученной веерной струи $x = 0,0563$. Найденное значение можно использовать для расчета в первом приближении течения в слабозакрученной конической радиально-целевой струе.

В практике используются также конические струи, вытекающие из радиальной щели, характеризуемой полярным углом $\beta < 2\pi$, так называемые "неполные" радиально-щелевые струи. Для расчёта характеристик таких струй в меридиональных сечениях, не слишком близких к краям струи, можно воспользоваться выражениями (22)-(25), если заменить в них 2π на β .

ЛИТЕРАТУРА

1. Лойцянский Л.Г. Радиально-щелевая струя в пространстве, заполненном той же жидкостью. Труды ЛПИ, № 5, 1953.
2. Гиневский А.С. Радиально-щелевая струя, истекающая из кольцевого источника конечного диаметра. "Промышленная аэродинамика", вып. 23, 1962.
3. Гиневский А.С. Метод интегральных соотношений в теории турбулентных струйных течений. "Промышленная аэродинамика", вып. 27, 1966.
4. Шахов В.Г. Слабозакрученная радиально-щелевая струя, истекающая из кольцевого источника конечного диаметра. ИФЖ, 16, №3, 1969.
5. Поляков Е.И. Экспериментальное исследование симметричных турбулентных струй. ЖТФ, 30, № 10, 1960.

В.Ф. Сивиркин, Ю.В. Мосеев, Н.М. Рогачев, А.Е. Жуковский,
А.П.Алешин, С.А.Паялка

ИССЛЕДОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЕННОЙ СТРУИ, СОВМЕЩЕННОЙ СО СТОЛБОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ

Плазменные струи, совмещенные со столбом электрической дуги, широко используются при плазменной резке, плавке, сварке металлов и других технологических процессах, работы [1,2,3]. Интерес к ним обусловлен еще и тем, что процессы взаимодействия дуги со свободной струей во многих чертах напоминают процессы, протекающие в каналах многих типов плазмотронов.

В настоящее время имеется мало работ, посвященных исследова-