9. Самознаев Н.Д. Построение решетки профилей по заданному распределению скоростей на его поверхности. - Труды ЦАГИ, вып. I452, I973.

I0. Пешатов Г.Д., Новоселов Ю.Н. Применение метода случайного поиска для решения обратной задачи аэродинамики. - Авиационная техника, I978, №2.

II. Mangler W. Die Berechnung eines Tragflügelprofiles mit vorgeschriebener Druckverteilung. - Jahrbuch der Deutschen Luftfahrtforschung, 1938.

I2. Kennedy J.L., Marsden D.J. A Potential Flow Design Method for Multicomponent Airfoil Sections. - J. Aircraft. Vol. 15, 1978.

I3. Kennedy J.L. Marsden D.J. The development of high lift singlecomponent airfoil sections. - Aeronautical Quarterly, V.30, N 1, 1979.

I4. Liebeck R.H. On the design of subsonic aerofoils for high lift. - AIAA Paper, 1976, N406.

УДК 533.6.II

А.И.Гамануха, В.И.Холявко

НЕСУЩИЕ СВОЙСТВА ЖЕСТКОГО ДВУХДОЛЬНОГО КРЫЛА ТИПА "ПАРАПЛАНА"

Теория тонкого тела применяется для исследования подъемной силы неплоского треугольного крыла, поперечное сечение которого образовано двумя дугами окружностей. Аналогичные формы наблюдаются на "парапланах", имеющих гибкие несущие поверхности. Результаты настоящих исследований могут быть распространены на нежесткие конфигурации.

Исследуемое крыло и его сечение показано на рис. I. Считаем, что угол атаки α и удлинение крыла в плане λ малы: $\alpha \gg 1$, $\lambda < 1$. Угол атаки определяем в плоскости симметрии крыла относительно корневой хорды. Следуя теории тонкого тела, запишем коэффициент подъемной силы крыла [I] :

$$C_{y_a} = C_{y_a}^{\alpha}(\alpha - \alpha_0), \quad C_{y_a}^{\alpha} = \frac{2m}{\rho S}. \qquad (I)$$

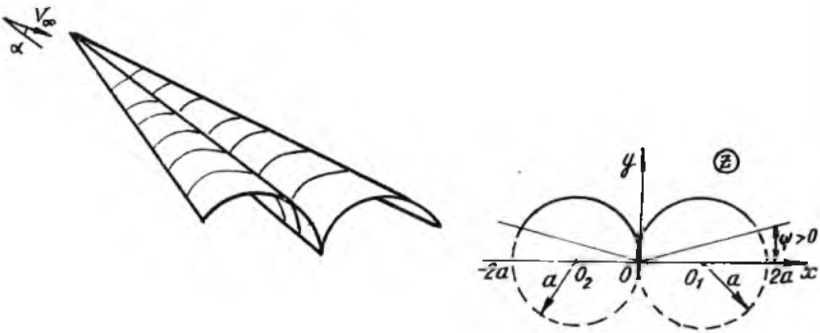

Рис. I. Треугольное крыло и его сечение

Здесь α_0 – угол нулевой подъемной силы;
m – присоединенная масса поперечного сечения крыла по задней кромке, совпадающей с максимальным размахом;
ρ – плотность воздуха;
S – характерная площадь крыла (например, площадь в плане).

Рассмотрим определение величины $C_{y_a}^{\alpha}$. Для этого достаточно изучить обтекание сечения крыла по задней кромке поперечным потоком со скоростью $V_0 = V_\infty \alpha$. Последнее нетрудно получить методом конформного отображения, преобразуя внешность контура сечения крыла в плоскости комплексного переменного Z на внешность единичного круга, расположенного в плоскости ξ.

Зависимость $z = f(\xi)$ может быть построена путем последовательного применения отображений, указанных на рис. 2 (точки контура и соответствующие им точки отображений обозначены одинаковыми цифрами).

Дробно-линейная функция

$$t = \frac{i2a}{z} \qquad (2)$$

переводит дуги окружностей плоскости z в два горизонтальных разреза, расположенных симметрично относительно действительной оси плоскости t (рис.2,б). При этом координаты точек I и 3 уходят в бесконечность, а координаты точек 2 и 4 определяются выражениями $t_{2,4} = tg\,\beta \pm i$. Бесконечно удаленная точка $z=\infty$ переходит в точку $t=0$. Следовательно,

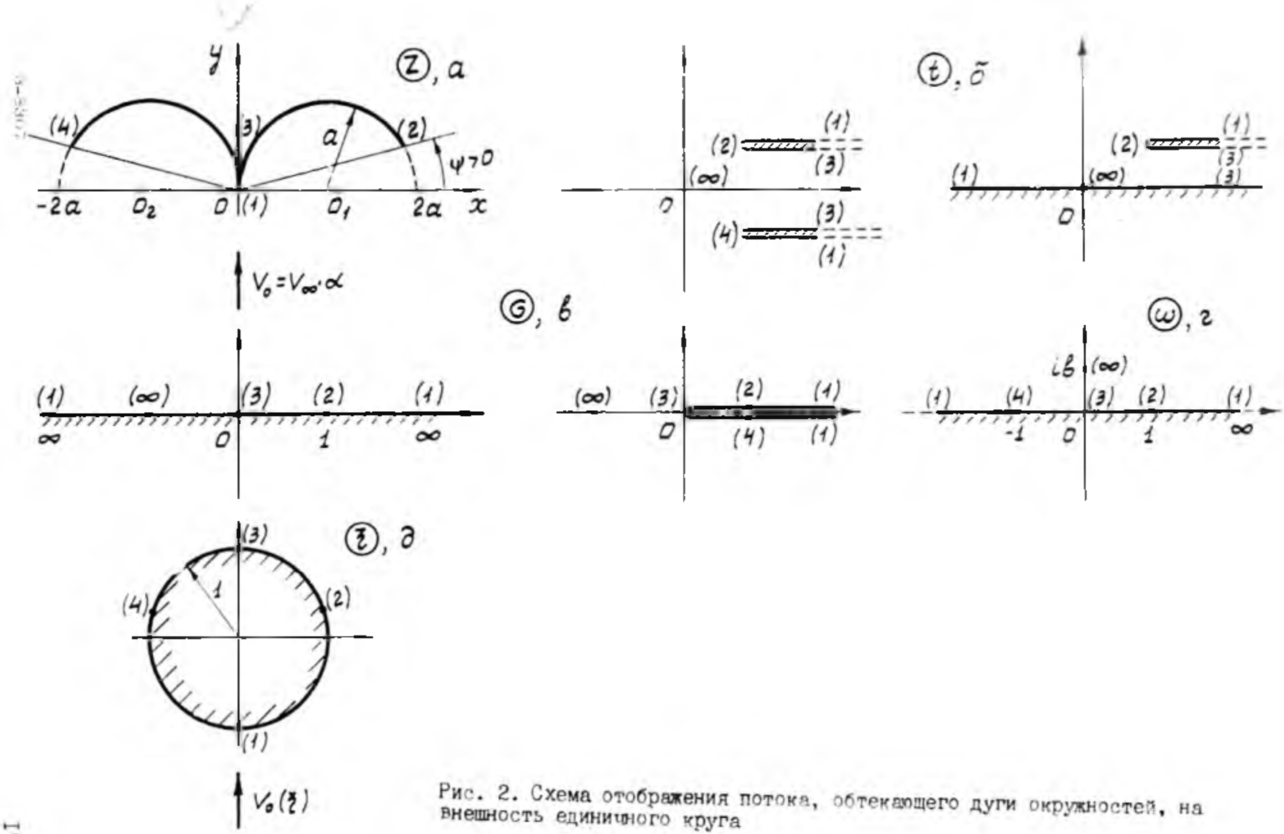

Рис. 2. Схема отображения потока, обтекающего дуги окружностей, на внешность единичного круга

плоскопараллельному потоку, заданному на бесконечности в плоскости z $W_0(z)=-iV_\infty \alpha z$, будет соответствовать в плоскости t течение от диполя с комплексным потенциалом $W_0(t)=\frac{2aV_\infty \alpha}{t}$.

Используя принцип симметрии, преобразуем верхнюю половину течения плоскости t на верхнюю полуплоскость $\Im m\sigma>0$ (рис. 2,в) с помощью формулы Шварца-Кристоффеля, которую при выбранном соответствии точек I, 2 и 3 запишем как

$$t=c\int\sigma^{-1}(\sigma_{-1})d\sigma+D=C(\sigma-\ln\sigma)+D.$$

Определим постоянные C и D. Из сравнения приращений, которые получает функция $t(\sigma)$ при обходе точки $\sigma=0$ в верхней полуплоскости $\Im m\sigma>0$ и координаты t при переходе точки 3 с действительной оси на разрез 2-3 в плоскости t, находим $C=1/\pi$. Условие совпадения точек 2 в плоскости $t(t_2=tg\psi+i)$ и в плоскости $\sigma(\sigma_2=1)$ приводит к следующему значению постоянной D:

$$D=tg\psi+i-\frac{1}{\pi}.$$

Окончательно функция $t(\sigma)$ принимает вид

$$t=\frac{1}{\pi}(\sigma-\ln\sigma)+tg\psi+i-\frac{1}{\pi}. \tag{3}$$

Зависимость $t(\sigma)$ была получена как функция, отображающая верхнюю полуплоскость $\Im m t>0$ с разрезом на верхнюю полуплоскость $\Im m\sigma>0$. Однако согласно принципу симметрии эта функция дает также отображение всей плоскости t с двумя разрезами на всю плоскость σ с разрезом по действительной оси $Re\sigma>0$.

Воспользуемся далее функцией

$$\omega=\sqrt{\sigma}, \tag{4}$$

которая переведет область течения плоскости σ в область течения в верхней полуплоскости $\Im m\omega>0$. При этом бесконечно удаленной точке $z=\infty$ будет соответствовать точка $\omega=ib$, где b – действительное число (рис.2,г). Наконец, совершим дробно-линейное преобразование

$$\xi=-i\frac{\omega+ib}{\omega-ib}, \tag{5}$$

переводящее верхнюю полуплоскость $\Im m\omega>0$ на внешность единичного круга $|\xi|>1$ (рис.2,д).

Собирая вместе отображающие функции (2) – (5), получим зависимость $z=f(\xi)$:

$$z=\frac{i2\pi a}{b^2\left(\frac{\xi-i}{\xi+i}\right)^2+1+2\ln b-\pi tg\psi+2\ln\frac{\xi-i}{\xi+i}}.$$

Из условия соответствия бесконечного удаленных точек $z=\infty$ и $\xi=\infty$ определяем параметр b :

$$b^2+1+\ln b^2-\pi \operatorname{tg}\psi=0. \tag{6}$$

С использованием (6) функция $t=f(\xi)$ принимает окончательный вид

$$t=-i\,2\pi a\left\{b^2\left[\left(\frac{\xi-i}{\xi+i}\right)^2-1\right]+2\ln\frac{\xi-i}{\xi+i}\right\}^{-1}. \tag{7}$$

Как видим, отображающая функция (7) зависит от геометрических параметров поперечного сечения крыла: радиуса дуги a и угла ψ , характеризующего угол поперечного V крыла. Последний параметр входит в формулу (7) не явно, а через постоянную b . Зависимость $b(\psi)$, определяемая формулой (6), построена на рис. 3,а.

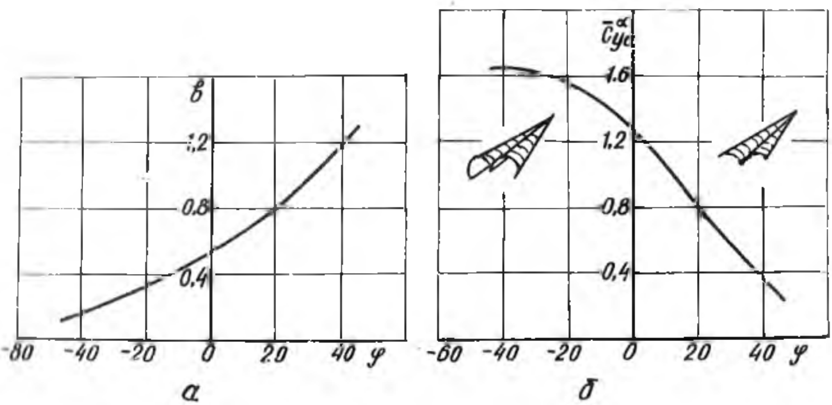

Рис. 3. Зависимость постоянной b (а) и относительного значения производной C_{ya} (б) от угла поперечного $V(\psi^\circ)$

При известной функции $t=f(\xi)$ нетрудно, пользуясь стандартной методикой (например, [2]), получить картину обтекания крыла в различных поперечных сечениях и вычислить гидродинамические параметры течения: распределение скоростей, давления, перепада давления на плоскостях крыла и т.д. Для наших целей достаточно найти присоединенную массу поперечного сечения крыла по максимальному размаху в направлении оси y.

Согласно работе [3] величину присоединенной массы m в направлении оси y вычислим по формуле

$$m = 2\pi\rho A^2(1+ Re B),$$

где коэффициенты A и B определяются из разложения функции $z=f(\xi)$ в окрестности бесконечно удаленной точки.

Из выражения (7) при $\xi\to\infty$ и $Z\to\infty$ получим

$$z = \frac{\pi a}{2(1+b^2)}\left[\xi + \frac{1+10b^2-3b^4}{3(1+b^2)^2}\frac{1}{\xi}+\dots\right] = A\left(\xi+\frac{B}{\xi}+\dots\right)$$

и, следовательно,

$$A=\frac{\pi a}{2(1+b^2)}, \quad B=\frac{1+10b^2-3b^4}{3(1+b^2)^2}.$$

Подставляя значения A и B в формулу для присоединенной массы, будем иметь:

$$m=\frac{2\pi^3\rho a^2(1+4b^2)}{3(1+b^2)^4}. \tag{8}$$

Отсюда с использованием (I) получаем формулу для вычисления производной коэффициента подъемной силы крыла C_{ya}^{α}:

$$C_{ya}^{\alpha}=\frac{4\pi^3(1+4b^2)}{3(1+b^2)^4}\frac{a^2}{S}. \tag{9}$$

Для сравнения несущих свойств различных крыльев целесообразно выразить величину C_{ya}^{α} данной конфигурации в долях величины производной $C_{ya_0}^{\alpha}$ плоского треугольного крыла малого удлинения с размахом, равным 4а, и в качестве характерной площади S принять площадь в плане крыла с ψ =0.
При этом

$$C_{ya_0}^{\alpha}=\frac{\pi\lambda}{2}=8\pi\frac{a^2}{S}$$

и

$$\bar{C}_{ya}^{\alpha}=\frac{C_{ya}^{\alpha}}{C_{ya_0}^{\alpha}}=\frac{\pi^2}{6}\,\frac{1+4b^2}{(1+b^2)^4}. \tag{10}$$

Зависимость (10) показана на рис. 3,б.

В заключение проведем сравнение несущих свойств двухдольного крыла с ψ =0 и однодольного, имеющих одинаковые длины контуров переменных сечений.

Согласно работе [1] величину $\bar{C}_{ya}^{\alpha}$ однодольного жесткого крыла определяем по формуле

$$\bar{C}_{ya}^{\alpha}=1+2\frac{f^2}{L^2}, \tag{11}$$

где f – стрела прогиба,

l – размах.

При равенстве длин контуров поперечных сечений двухдольного (ψ =0) и однодольного крыльев $f=\frac{l}{2}$ и согласно формуле (II) $\bar{C}_{ya}^{\alpha}$ = I,5. С другой стороны, из формулы (I0) при ψ =0 получаем $\bar{C}_{ya}^{\alpha}$ = I,3. Таким образом, величина $\bar{C}_{ya}^{\alpha}$ жесткого однодольного крыла по сравнению с этой же величиной двухдольного крыла оказывается на 15% больше.

Литература

1. Холявко В.И. Аэродинамика неплоского крыла малого удлинения в потоке невязкой жидкости. -В кн: Самолетостроение и техника воздушного флота. – Харьков, I97I, вып. 24.
2. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. – М.: ГИТТЛ,1955, т.I.
3. Нилсен Дж. Аэродинамика управляемых снарядов.М.: Оборонгиз, 1962.

УДК 533.69.0II

В.И.Холявко

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕЛ ПРИ ДВИЖЕНИИ НА МАЛЫХ РАССТОЯНИЯХ ОТ ТВЕРДОЙ ГРАНИЦЫ

Рассмотрим приближенный метод расчета характеристик течения около тел, движущихся на малом расстоянии от твердой границы. Метод основан на разложении потенциала скоростей возмущенного течения в степенной ряд по координате, направленной поперек тонкого слоя жидкости, заключенного между границей течения и нижней поверхностью тела. Пренебрегая возмущенным течением на верхней поверхности, вычисляем аэродинамические характеристики несущих тел и присоединенные массы пластин. Для известных решений полученные результаты совпадают с результатами первого приближения метода сращиваемых асимптотических разложений [I] и квадрупольной теории крыла [2] .

Пусть вторая граница течения совпадает с поверхностью q_3 =0 криволинейной системы координат $q_i(q_1, q_2, q_3)$, а нижняя поверхность тела лежит в плоскости $q_3=q_0$ или незначительно отличается от этой плоскости так, что граничные условия могут быть снесены с поверхности тела на плоскость $q_3=q_0$. Считая, что линейные размеры течения в нап-