ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В БАЛЛИСТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

В.Т. Волов, Д.Б. Волов

Введение

Баллистические устройства применяются в научных исследованиях при изучении процессов плазмо- и фотохимии, при исследованиях способов накачки твердотельных лазеров и т.д. [1], [2].

В настоящее время решены задачи расчета теплоэнергетических параметров для однопоршневого плазмотрона, различных ствольных систем с диафрагмами, двухстадийных плазмотронов и подобных им систем.

1. Постановка задачи

Требуется на основе единого алгоритмического подхода построить математическую модель, позволяющую рассчитать динамику работы и термодинамические характеристики в каждой внутренней точке двухстадийного плазмотрона. При этом следует проследить динамику второго дифференциала энтропии и построить графики параметров в фазовых плоскостях.

Расчеты и экспериментальные данные показывают [3], что подобные системы можно разбить на секции – ограниченные стенками части пространства, в которых параметры газа допустимо принять одинаковыми во всех точках в фиксированный момент времени. Каждая секция имеет J входов и выходов для массообмена, стенки секции проницаемы для радиационного теплообмена, причем взаимодействие осуществляется как между стенками, так и с окружающей средой. Поэтому, если есть теплообмен с окружающей средой, имеет смысл обозначить эту среду как 0-секцию.

Рассматриваемый подход может быть распространен на любые газовые термодинамические системы, в которых соблюдаются следующие условия:

1) скорость движения газа в секции значительно меньше звуковой (скорость изменения параметров внутри секции много меньше скорости распространения возмущения по секции);

2) характерные времена межсекционных процессов много больше времени прохода звуковой волны по секциям.

2. Разработка алгоритма расчета

Ранее было показано [3], что рабочий газ в плазмотроне в рассматриваемых условиях ведет себя как идеальный с уравнением состояния $\mathbf{p=\rho RT}$, $\mathbf{p}$ – давление газа, ρ - плотность, $\mathbf{R}$ – газовая постоянная, $\mathbf{T}$ – температура. Изменение параметров газа в отдельной секции определяется законами сохранения массы и энергии. Согласно уравнению расхода:

$$\frac{dm_i}{dt} = \sum_j G_{ij} + \sum_k g_{ki},$$

где $\mathbf{t}$ - время; $\mathbf{m_i}$ - масса газа в $\mathbf{i}$-й секции, $\mathbf{G_{ij}}$ - расход газа в $\mathbf{i}$-й секции через $\mathbf{j}$-е отверстие, $\mathbf{g_{ki}}$ - источники массы внутри секции; $\mathbf{k}$ - свободный индекс.

В каждой из секций возможны превращения полной энергии, в общем случае сводящиеся к подведению (или отводу) тепла извне. Запишем уравнение энергии для i-й секции:

$$\frac{dE_i}{dt} = \sum_j H_{ij} G_{ij} + \sum_k q_{ki},$$

где $\mathbf{H_{ij} = c_{pi} T_i}$ - энтальпия газа; $\mathbf{dE_i = d(m_i c_{vi} T_i) + p_i dV_i}$ - изменение полной энергии газа в секции; $\mathbf{q_{ki}}$ - источники энергии внутри в секции; $\mathbf{c_p}$ и $\mathbf{c_v}$ - теплоемкости газа при постоянном давлении и объеме соответственно.

Стенки секции могут эволюционировать (при этом изменяется объем секции). Пусть количество стенок, определяющих изменение объема секции, равно $\mathbf{L}$. Уравнения движения стенок:

$$m_{li}\frac{d^2x_{li}}{dt^2}=\sum_j F_{lj}+\sum_k F_{lki},$$

где m_{li} - массы поршней или движущихся стенок секции; x_{li} - координаты узлов стенок системы; F_{lj} - силы, действующие на элементы стенок со стороны секций; F_{kli} - внутренние силы в стенке l (например, силы трения). Через систему уравнений движения стенок можно определить объем секции: $V_i=f(x_{li},\sigma_{li})$, σ_{li} - площадь стенки. Эту систему можно представить как систему первого порядка, если ввести L переменных $w_{li}=dx_{li}/dt$.

Как было сказано ранее, в секции имеется J отверстий. Расход газа G через каждое такое отверстие с сечением S определяется по формуле [4]:

$$\begin{cases} G=\rho^*a^*S\left(\dfrac{2}{\gamma+1}\right)^{1/2}\left(1-\dfrac{\gamma-1}{\gamma+1}\lambda^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}\lambda, & 0\le\lambda\le 1,\\ G=\rho^*a^*S\left(\dfrac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}, & \lambda>1,\end{cases}$$

$$\lambda=\sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\left(1-\left(\frac{p_H}{p^*}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)},$$

где λ - приведенная скорость [4], знак "*" относится к параметрам торможения, "$_H$" - к атмосферным параметрам, γ - показатель адиабаты. Причем газ может как втекать из секций с большим давлением, так и вытекать в секции с меньшим давлением.

Если представить систему уравнений в переменных **T**, ρ, **V**, (**V** - объем), то:

$$m_{li}\frac{d^2x_{li}}{dt^2}=\sum_j F_{lj}+\sum_k F_{lki},\qquad l=1,L,$$

$$\frac{d\rho_i}{dt}=\frac{1}{V_i}\sum_j G_{ml}-\frac{\rho_i}{V_i}\frac{dV_i}{dt}+\frac{1}{V_i}\sum_k g_{ki}, \tag{1}$$

$$\frac{dT_i}{dt}=\frac{1}{V_i}\sum_j\left[\frac{\rho_m}{\rho_i}\left(\frac{c_{pm}}{c_{vi}}T_m-T_i\right)G_{ml}\right]-(\gamma_i-1)\frac{T_i}{V_i}\frac{dV_i}{dt}-\frac{1}{c_{vi}\rho_iV_i}\sum_k q_{ki},$$

где

$$G_{ml}=-\rho_ma_mS_{ml}\begin{cases}\left(\dfrac{2}{\gamma_m+1}\right)^{\frac{\gamma_m+1}{2(\gamma_m-1)}}, & p_l<p_mk_m\\ \sqrt{\dfrac{2}{\gamma_m-1}\left(1-\left(\dfrac{\rho_lT_l\mu_m}{\rho_mT_m\mu_l}\right)^{\frac{\gamma_l-1}{\gamma_m}}\right)}\left(\dfrac{\rho_lT_l\mu_m}{\rho_mT_m\mu_l}\right)^{\frac{\gamma_m+1}{\gamma_m}}, & p_mk_m\le p_l<p_m\end{cases}$$

$$m,l=\begin{cases}i,j, & p_i>p_j,\\ j,i, & p_i\le p_j,\end{cases}\quad,\ a_m=-a_l$$

где **k**, **l**, **m** - свободные индексы. Если нет специальных ограничивающих устройств (клапанов), то $S_{ij}=S_{ji}$.

3. Построение математической модели

Рассмотрим полученную систему (1) применительно к двухстадийному плазмотрону (рис.1). Первоначально в камере низкого давления (КНД) находится толкающий газ (воздух) под некоторым давлением p_{01} (до 200атм). Положение тяжелого поршня 1 и легкого 2 (рис.1) строго фиксированы. В легком поршне имеется перепускное сопло диаметром d_2, а вдув газа в выходную камеру осуществляется через сопло диаметром d_c. В стволе плазмотрона находится рабочий газ под давлением $\mathbf{p}_0$. Здесь и далее индекс 0 относится к начальным условиям.

После перепуска толкающего газа в ствол плазмотрона тяжелый поршень приходит в движение, сжимая рабочий газ. Как показывают эксперименты [2], легкий поршень вследствие инерции остается на месте вплоть до подхода тяжелого поршня. В это время осуществляется перепуск газа из пространства между поршнями в область за вторым поршнем и последующее дожатие обоими поршнями.

Необходимо рассчитать характеристики рабочего газа (температуру, давление, плотность) в процессе сжатия и определить законы движения поршней. Выделим 4 секции: 1 - секцию КНД, 2 - секцию между первым и вторым поршнем, 3 - секцию за вторым поршнем плазмотрона и 4 - секцию выходной камеры.

Для первой секции уравнение расхода и уравнение энергии непосредственно интегрируются (адиабатный процесс). Тогда:

$$\frac{d\rho_2}{dt} = \frac{G_{23}}{V_2} - \frac{\rho_2}{V_2}\frac{dV_2}{dt},$$

$$\frac{d\rho_3}{dt} = \frac{G_{32}}{V_3} + \frac{G_{34}}{V_3} - \frac{\rho_3}{V_3}\frac{dV_3}{dt},$$

$$\frac{d\rho_4}{dt} = \frac{G_{43}}{V_4},$$

$$\frac{dT_2}{dt} = \frac{1}{V_2}\frac{\rho_m}{\rho_2}\left(\frac{c_{pm}}{c_{v2}}T_m - T_2\right)G_{23} - (\gamma_2 - 1)\frac{T_2}{V_2}\frac{dV_2}{dt} - \frac{q_2}{c_{v2}\rho_2 V_2}, \qquad (2)$$

$$\frac{dT_3}{dt} = \frac{1}{V_3}\frac{\rho_m}{\rho_3}\left(\frac{c_{pm}}{c_{v3}}T_m - T_3\right)G_{32} + \frac{1}{V_3}\frac{\rho_m}{\rho_3}\left(\frac{c_{pm}}{c_{v3}}T_m - T_3\right)G_{34} - (\gamma_3 - 1)\frac{T_3}{V_3}\frac{dV_3}{dt} - \frac{q_3}{c_{v3}\rho_3 V_3},$$

$$\frac{dT_4}{dt} = \frac{1}{V_4}\frac{\rho_m}{\rho_4}\left(\frac{c_{pm}}{c_{v4}}T_m - T_4\right)G_{43} - \frac{q_4}{c_{v4}\rho_4 V_4},$$

$$m_{p1}\frac{d^2x_1}{dt^2} = R_0\frac{\pi D^2}{4}\left[\frac{M_{01}T_{01}(V_{01}/V_1)^{\gamma_1 - 1}}{\left(V_{01} + \frac{\pi D^2}{4}(x_1 - l_{p1}/2)\right)\mu_1} - \frac{\rho_2 T_2}{\mu_2}\right] - (F_{fr1}),$$

$$m_{p2}\frac{d^2x_2}{dt^2} = R_0\frac{\pi D^2}{4}\left[\frac{\rho_2 T_2}{\mu_2} - \frac{\rho_3 T_3}{\mu_3}\right] - (F_{fr2}).$$

где элементы $\mathbf{q}$ рассчитаны по методике [5], $\mathbf{F}_{fr}$ – силы трения, $\mathbf{R}_0$ – универсальная газовая постоянная; μ - молярные массы, индексы 01 относятся к начальным условиям в первой секции. Система, аналогичная (2), для двухстадийного плазмотрона впервые была получена В.М. Шмелевым и Н.Я. Василиком (ИХФ г. Москва).

На рис.2,3 приведены графики изменения температуры газа и объема секций по времени. Расчет выполнен при $\mathbf{T}_0$= 300К, ρ_0=1.29кг/м^3, начальном давлении толкающего газа 40атм.

На рис.4,5 показаны те же характеристики в фазовой плоскости. Видно, что параметры во второй и третьей секциях находятся в противофазе.

Что касается 2-го дифференциала энтропии, то он всюду отрицателен, что свидетельствует об устойчивости системы:

$$\delta^2 S = \delta T^{-1} \Delta E + \delta\left(pT^{-1}\right)\delta V .$$

Его производная по времени A в фазовой плоскости показана на рис.6.

Заключение

Рассмотренная в данной работе математическая модель позволила рассчитать характеристики рабочего газа в двухстадийном баллистическом плазмотроне и определить 2-й дифференциал энтропии. Показано, что устройство при заданных начальных условиях имеет устойчивое решение и это связано с динамикой приращения энтропии в процессе.

Список литературы

1. Dowling J.A., Shumsky J., Eckerman J., Schelier R.E. A Demonstration of Laser Pumping Using a Compress Gas Light Source.// Appl. Physics Letters, 1968, V.12. № 5. P.184.
2. Марголин А.Д., Василик Н.Я., Шмелев В.М. и др. Баллистические плазмотроны с многостадийным нагревом// Тез. докл. первого Всесоюзного симпозиума по радиационной плазмодинамике. - М.: Энергоатомиздат, 1989. С. 33.
3. Волов Д.Б. Теплоэнергетические характеристики вихревой камеры баллистического плазмотрона: Дис.... канд. тех. наук. М.,1998. 158с.
4. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1976. 888 с
5. В.Т.Волов, Д.Б. Волов, Ю.Л.Ратис. Построение схемы расчета переноса излучения для задач радиационной газовой динамики// Изд-во РАН: Журнал вычислительной математики и математической физики. Т.38. №11. М.,1998.

Иллюстрации к статье В.Т. Волова, Д.Б. Волова
Термодинамические процессы в баллистических системах

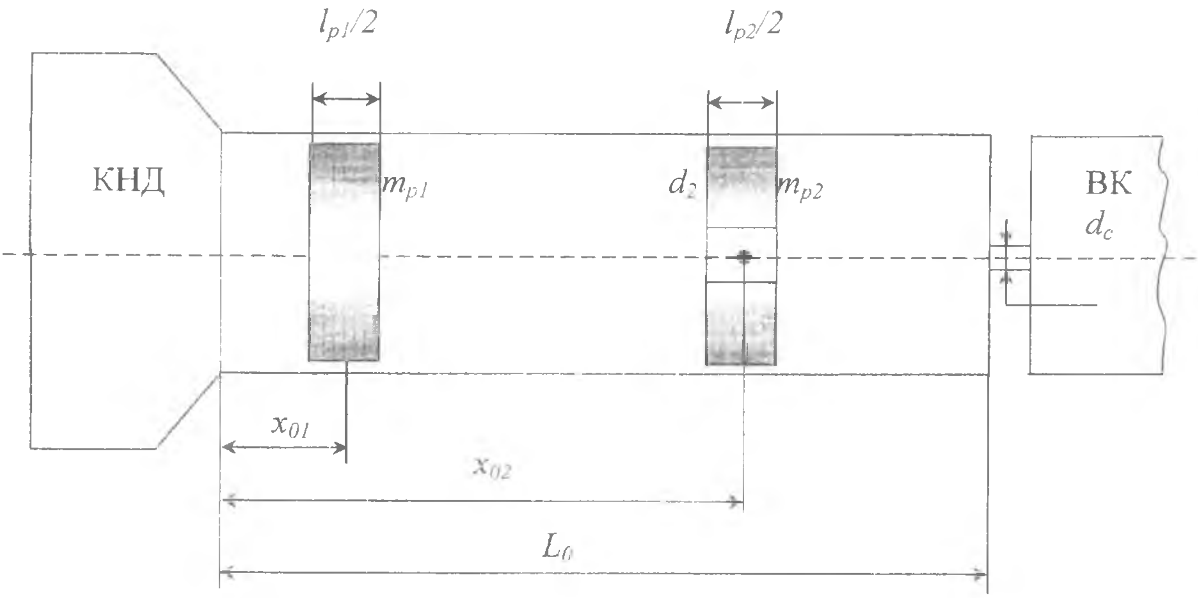

Рис.1. Схема двухстадийного баллистического плазмотрона

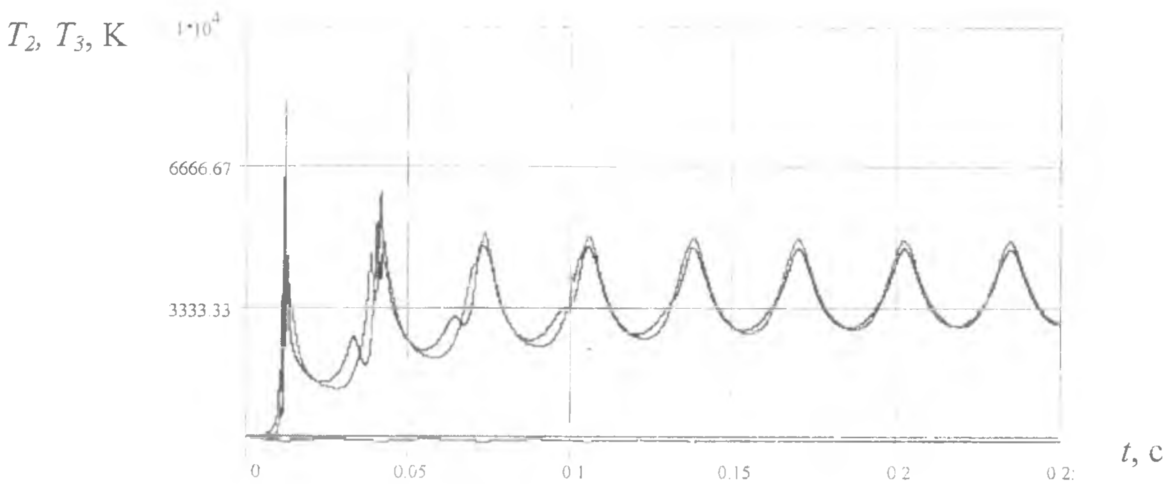

Рис.2. Изменение температуры во второй (сплошная) и третьей (штриховая) секциях

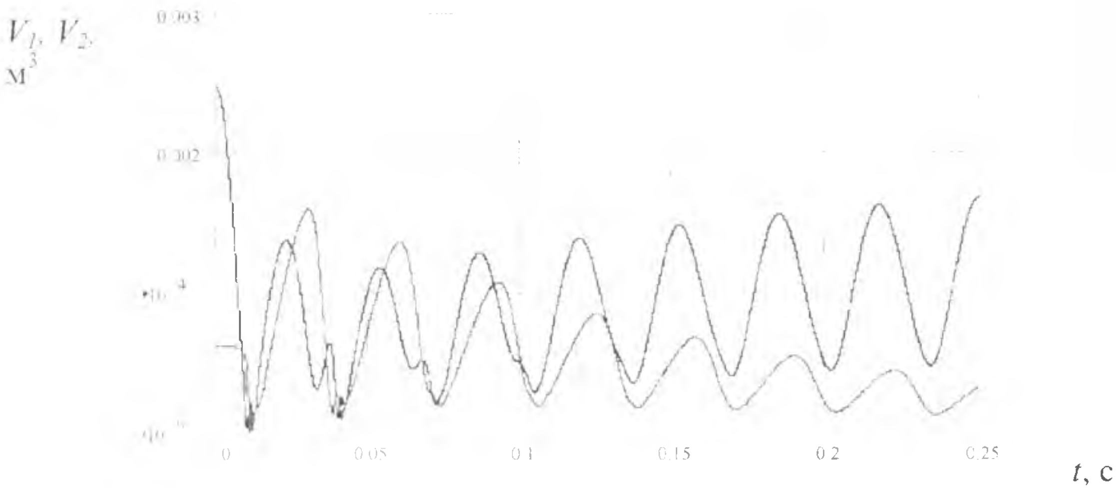

Рис.3. Изменение объема второй (сплошная) и третьей (штриховая) секций

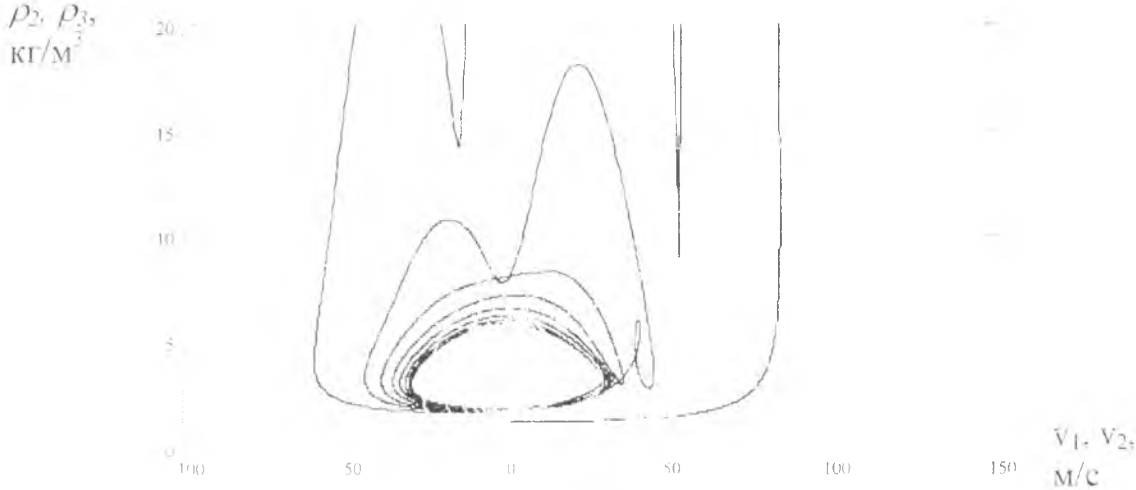

Рис.4. Плотность во второй (черная) и третьей (серая) секциях в фазовой плоскости

Рис.5. Температура во второй (черная) и третьей (серая) секциях в фазовой плоскости

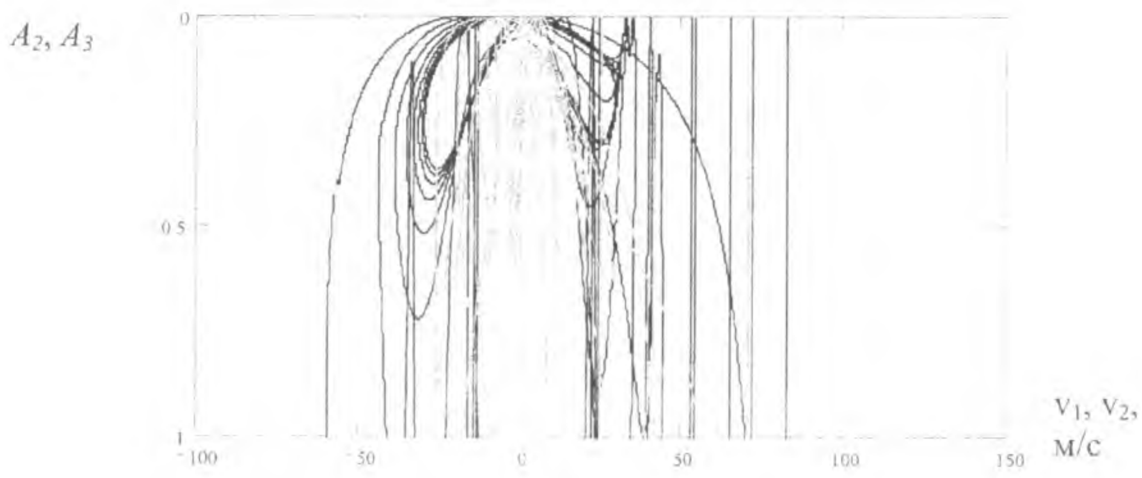

Рис.6. Параметр A во второй (черная линия) и третьей (серая линия) секциях