ЭФФЕКТИВНОЕ КОСВЕННОЕ НАЛОГООБЛОЖЕНИЕ

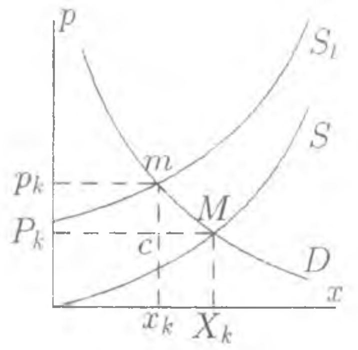
Б.А. Горлач, Т.В. Жирнова

На примере двух осредненных типов рыночных товаров проведен анализ косвенного налогообложения среднестатистического потребителя. Оптимизация налогообложения обеспечивается требованием максимума лагранжиана, в котором целевой функцией является потребительская прибыль.

При определении косвенных налогов будем считать, что спрос на товары определяет среднестатистический потребитель, денежные средства которого полностью затрачиваются на покупку товаров.

Пусть товары, приобретаемые на рынке, разбиты по некоторым признакам на $\mathbf{n}$ групп. Количество товаров, приобретаемых потребителем в $\mathbf{k}$-й группе $(\mathbf{k}=\overline{1,\mathbf{n}})$, равно $\mathbf{x}_k$ (до введения налога $\mathbf{X}_k$). Среднестатистическая цена товара $\mathbf{k}$-й группы, до введения налога $\mathbf{t}_k$ на продажу товара равная $\mathbf{P}_k$, после введения налога определится равенством

$$\mathbf{p}_k = \mathbf{P}_k(1+\mathbf{t}_k). \tag{1}$$



Обратимся к изображенным на рисунке кривым спроса $\mathbf{D}$ и предложения $\mathbf{S}$ ($\mathbf{S}_t$ - кривая предложения после введения налога на продажу).

Введение налога $\mathbf{t}_k$ на продажу приведет к повышению цены на $\mathbf{k}$-й товар (1), что переместит кривую предложения в положение $\mathbf{S}_t$. Точка равновесия спроса и предложения переместится из положения $\mathbf{M}(\mathbf{X}_k;\mathbf{P}_k)$ в положение $\mathbf{m}(\mathbf{x}_k;\mathbf{p}_k)$.

Площадь $\mathbf{u}_k$ треугольника $\mathbf{Mmc}$, ограниченного кривой спроса $\mathbf{D}$ и прямыми $\mathbf{x}=\mathbf{x}_k$ и $\mathbf{p}=\mathbf{P}_k$, численно равна потере потребительской прибыли, называемой "дополнительным бременем" [1]. Для известной функции потребления $\mathbf{p}_k(\mathbf{x}_k)$ и заданных $\mathbf{X}_k$ и $\mathbf{P}_k$ потеря потребительской прибыли определится как интеграл с переменным нижним пределом:

$$\mathbf{u}_k = \int_{\mathbf{x}_k}^{\mathbf{X}_k} \mathbf{p}_k d\mathbf{x}_k - \mathbf{P}_k(\mathbf{X}_k - \mathbf{x}_k). \tag{2}$$

Суммируя отрицательные значения $\mathbf{u}_k$ для всех $\mathbf{k}=\overline{1,\mathbf{n}}$ (знак "минус" символизирует обращение потери в прибыль), придем к функции

$$\mathbf{U} = -\sum_{k=1}^{n} \mathbf{u}_k, \tag{3}$$

которую необходимо максимизировать.

Если от каждого потребителя запланировано получать доход $\mathbf{R}$, то финансовое ограничение можно записать в виде

$$\mathbf{F}=\sum_{k=1}^{n}\mathbf{t}_k\mathbf{P}_k\mathbf{x}_k-\mathbf{R}=\mathbf{0}. \tag{4}$$

Под знаком суммы стоит произведение налогового вычета $\mathbf{t}_k\mathbf{P}_k$ с каждого приобретаемого в количестве $\mathbf{x}_k$ потребителем $\mathbf{k}$ -го товара. Для решения оптимизационной задачи

$$\begin{cases}\mathbf{U}\to\mathbf{max},\\ \mathbf{F}=\mathbf{0}\end{cases} \tag{5}$$

составим ее лагранжиан [2]

$$\Lambda=\mathbf{U}+\lambda\mathbf{F}, \tag{6}$$

где λ - неопределенный множитель Лагранжа.

Задача (6) будет решена, если обеспечить равенство нулю частных производных от Λ по всем независимым координатам и параметру λ.

Принимая стоимости товаров $\mathbf{p}_k$ за независимые координаты, указанные равенства запишем в виде

$$\frac{\partial\Lambda}{\partial\mathbf{p}_k}=\mathbf{0},\quad(\mathbf{k}=\overline{\mathbf{1},\mathbf{n}});\qquad\frac{\partial\Lambda}{\partial\lambda}=\mathbf{0}. \tag{7}$$

Второе из равенств (7) приводит к уравнению (4). Что касается первого из этих равенств, то его преобразуем с учетом соотношений

$$\frac{\partial}{\partial\mathbf{t}_k}=\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}_k}\frac{\partial\mathbf{p}_k}{\partial\mathbf{t}_k}=\mathbf{P}_k\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}_k}\quad\text{или}\quad\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}_k}=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{P}_k}\frac{\partial}{\partial\mathbf{t}_k}.$$

Подставляя в первое равенство (7) соотношения (2) - (4) и (6), получим

$$\frac{\partial\Lambda}{\partial\mathbf{p}_k}=\frac{\partial\mathbf{U}}{\partial\mathbf{p}_k}+\lambda\frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\mathbf{p}_k}=\mathbf{P}_k(1+\mathbf{t}_k)\frac{\partial\mathbf{x}_k}{\partial\mathbf{p}_k}-\mathbf{P}_k\frac{\partial\mathbf{x}_k}{\partial\mathbf{p}_k}+\lambda\left(\mathbf{P}_k\mathbf{x}_k+\mathbf{P}_k\mathbf{t}_k\frac{\partial\mathbf{x}_k}{\partial\mathbf{p}_k}\right)$$

или

$$\frac{\partial\Lambda}{\partial\mathbf{p}_k}=\left[\mathbf{t}_k\frac{\partial\mathbf{x}_k}{\partial\mathbf{p}_k}+\lambda\left(\mathbf{x}_k+\mathbf{t}_k\frac{\partial\mathbf{x}_k}{\partial\mathbf{p}_k}\right)\right]\mathbf{P}_k.$$

Отсюда после деления на $\mathbf{x}_k\mathbf{p}_k$ и группировки слагаемых придем к соотношению

$$-\frac{\mathbf{t}_k}{\mathbf{x}_k}\frac{\partial\mathbf{x}_k}{\partial\mathbf{t}_k}=\frac{\lambda}{\mathbf{1}+\lambda}. \tag{8}$$

Имея в виду зависимость для эластичности функции спроса $\mathbf{E}_k$ $\mathbf{k}$ -той продукции [3]:

$$\mathbf{E}_k=-\frac{\mathbf{p}_k}{\mathbf{x}_k}\frac{\partial\mathbf{x}_k}{\partial\mathbf{p}_k}=-\frac{\mathbf{1}+\mathbf{t}_k}{\mathbf{t}_k}\frac{\partial\mathbf{x}_k}{\partial\mathbf{t}_k} \tag{9}$$

перепишем равенства (8) в виде

$$\frac{\mathbf{t}_k}{\mathbf{1}+\mathbf{t}_k}\mathbf{E}_k=\frac{\lambda}{\mathbf{1}+\lambda}. \tag{10}$$

Правые части всех $\mathbf{n}$ равенств (10) одинаковы для всех $(\mathbf{k}=\overline{\mathbf{1},\mathbf{n}})$, следовательно, и левые части этих равенств должны быть равны. Отмеченное позволяет записать $(\mathbf{n}-\mathbf{1})$ уравнение

$$\frac{\mathbf{t}_1}{\mathbf{1}+\mathbf{t}_1}\mathbf{E}_1=\frac{\mathbf{t}_2}{\mathbf{1}+\mathbf{t}_2}\mathbf{E}_2=\ldots=\frac{\mathbf{t}_n}{\mathbf{1}+\mathbf{t}_n}\mathbf{E}_n. \tag{11}$$

Эти уравнения вместе с (4)

$$\mathbf{t}_1\mathbf{x}_1\mathbf{P}_1+\mathbf{t}_2\mathbf{x}_2\mathbf{P}_2+\ldots+\mathbf{t}_n\mathbf{x}_n\mathbf{P}_n=\mathbf{R} \tag{12}$$

образуют при известных зависимостях $x_k(t_k)$, или связанных с ними зависимостях $X_k(p_k)$, замкнутую систему n уравнений с n неизвестными t_k

Определение функциональных зависимостей спроса от цены $X_k(p_k)$ (функций спроса) для конкретного рынка представляет собой самостоятельную задачу и требует, как правило, проведения обширных статистических экспериментов. Не располагая данными таких экспериментов, рассмотрим, тем не менее, пример расчета оптимальных налогов, задаваясь не противоречащими здравому смыслу функциями спроса.

Соображения здравого смысла и данные литературных источников говорят о том, что функции спроса должны представлять собой убывающие, положительно определенные функции, вогнутые в сторону начала координат.

Для упрощения последующих вычислений и для придания им обозримости ограничимся рассмотрением двух групп товаров, сгруппированных по некоторому признаку. Например, группа 1 представляет собой товары первой необходимости, а группа 2 - второй (товары роскоши). Предположим, кроме того, что эластичность спроса товаров первой группы представляет собой постоянную величину, обратную эластичности спроса товаров второй группы

$$E_1 = r; \quad E_2 = 1/r. \tag{13}$$

Отметим, что предположение о постоянстве эластичностей функций спроса не стоит относить к "сильным" ограничениям. Достаточно вспомнить, что большинство функций спроса, используемых в исследовании реальных экономических задач, представляют собой или сводятся к степенным функциям, и известно, кроме того, что эластичности степенных функций являются постоянными величинами.

Что касается предположения о том, что эластичности спроса товаров первой и второй групп обратно пропорциональны, то оно сделано для упрощения дальнейших вычислений. В оправдание этого допущения отметим, что товары первой необходимости интуитивно должны иметь эластичность спроса, меньшую единицы. Действительно, трудно представить себе, что например, снижение или повышение цены на хлеб приведет к изменению количества его потребления в пищу. Что касается товаров не первой необходимости (длительного хранения), то почему бы не приобрести их излишки при наличии свободных денег? Описанные рассуждения приводят к заключению о том, что $r = E_1 < 1$, $1/r = E_2 > 1$. Соответствующее этим неравенствам условие $E_1 E_2 = 1$ не противоречит здравому смыслу.

Опираясь на сказанное, представим функции спроса для товаров первой и второй групп в виде

$$x_1 = \frac{A_1}{p_1^r}; \quad x_2 = \frac{A_2}{p_2^{1/r}}. \tag{14}$$

Для числовых расчетов конкретизируем введенные выше параметры.

Пусть $r = 3/4$.

Чтобы определить коэффициенты A_1 и A_2 зададимся двумя точками на плоскости xp, соответствующими положению на рынке при отсутствии налогообложения и через которые проходят кривые спроса товаров первой и второй групп:

$$X_2 = 8 = 2^3 \to P_2 = 512 = 2^9. \tag{15}$$

Информация (15) позволяет при известных функциональных зависимостях (14) определить коэффициенты A_1 и A_2:

$$A_1 = P_1^r X_1 = \left(2^4\right)^{4/3} \cdot 2^8 = 2^{11} = 2048;$$

$$A_2 = P_2^{1/r} X_2 = \left(2^9\right)^{4/3} \cdot 2^4 = 2^{15} = 32768.$$

Предположим, что планом установлен размер налоговых поступлений в бюджет от одного потребителя $R = 2048 = 2^{11}$. Тогда ограничение (12), записанное для случая двух видов товаров:

$$t_1 P_1 X_1 + t_2 P_2 X_2 = R$$

с учетом (15) и принятой величины R приведется к виду

$$t_1 + t_2 = \frac{1}{2} . \qquad (16)$$

Для случая двух видов товаров из $(n-1)$ уравнения (11) останется одно. Запишем его с учетом (13):

$$\frac{t_1}{1+t_1} r = \frac{t_2}{1+t_2} \frac{1}{r} . \qquad (17)$$

Подставляя в это уравнение значение t_2, выраженное из (16) через t_1, после преобразования придем к квадратному уравнению относительно искомого налога t_1:

$$2(1-r^2)t_1^2 + (1+3r^2)t_1 - 1 = 0 . \qquad (18)$$

Анализ соотношений (16)-(18) показывает, что

при $r \to 0$ $t_1 \to \frac{1}{2}$ и $t_2 \to 0$;

при $r \to 1$ $t_1 = t_2 = \frac{1}{4}$;

при $r \to \infty$ $t_1 \to 0$ и $t_2 \to \frac{1}{2}$.

Зависимость t_k от r не является монотонной. Так, для $r = 3/4$ из уравнений (16) и (18) получим: $t_1 = 0{,}17$; $t_2 = 0{,}33$

То есть при эластичности спроса на товары первой необходимости, равной 3/4, товары не первой необходимости должны облагаться большим налогом, чем товары первой необходимости.

Подводя итог изложенному, обратим внимание на следующее.

Приведенные соотношения и рассмотренные примеры определения налогов не претендуют на описание реальных ситуаций на рынке. В конкретном примере использованы числовые значения коэффициентов и параметров, а также функциональных зависимостей (функции спроса с равными единице произведениями эластичностей), выбранные, в частности, из соображений простоты и наглядности вычислений.

Не следует забывать и о том, что оптимальное налогообложение должно учитывать всесторонние интересы потребителей, а не только возможность снижения "дополнительного бремени".

Тем не менее, авторы сочли необходимым опубликовать эту работу, так как, по нашему мнению, она позволяет выработать подход к определению рационального налогообложения по другим статьям налогов (в том числе подоходного) и в совокупности по всему комплексу элементов рыночной экономики.

Список литературы

1. Аткинсон Э.Б., Стиглиц Дж.Э. Лекции по экономической теории государственного сектора. -М.: Аспект Пресс, 1995. 832 с.
2. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике.- М.:Наука, 1980. 976 с.
3. Аллен Р. Математическая экономия. - М.: ИЛ, 1963. 668 с.