

6. Соболев И.М., Статников Р.Б. ЛП-поиск и задачи оптимального конструирования //Проблемы случайного поиска. Рига: Зинатне, 1972. Т. I. С. 117-135.

7. Статников И.Н. О планировании поиска оптимальных решений в задачах проектирования машин на основе ЛП-сеток //Механика машин. М.: Наука, 1977. Вып. 52. С. 116-123.

8. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. /Пер. с англ. Д.Г.Корнейчука; Под ред. Э.И.Григолока. М.: Машиностроение, 1985.

УДК 539.3:519.6

В.Г.Кинелев, В.Д.Сулимов

ОПТИМИЗАЦИЯ СТЕРЖНЕВОЙ СИСТЕМЫ ПО НЕСКОЛЬКИМ КРИТЕРИЯМ ВАРИИРОВАНИЕМ ФОРМЫ ЕЕ ОСЕВОЙ ЛИНИИ

Для упругой стержневой системы, нагружаемой вследствие взаимного статического смещения ее опор, ищется такая форма осевой линии, при которой низшая собственная частота колебаний системы максимальна, напряжения в заданных сечениях минимальны и одновременно удовлетворяются ограничения на перемещения системы. Методика оптимизации стержневой системы, включающая в себя анализ чувствительности при проектировании, реализована в виде комплекса прикладных программ.

К числу наиболее ответственных звеньев проектируемых летательных аппаратов относятся трубопроводы пневмогидравлических систем [1]. Типичная конструкция, относящаяся к этому классу, может быть представлена как стержневая система сложной конфигурации, закрепленная с помощью упругих опор и подвергающаяся нагружению, например, вследствие взаимного относительного смещения их оснований. Для описания конструкции используются переменные проектирования [2], в качестве которых обычно выбираются геометрические характеристики поперечных сечений стержневых элементов, координаты опор и компенсаторов, их жесткостные характеристики. Поведение конструкции, в том числе ее реакция на нагружение, описывается с помощью переменных состояния [2]. Кри-

Динамические процессы в установках ЛА. Самара, 1994.

териями качества и (или) ограничениями могут быть масса конструкции, низшая (основная) собственная частота колебаний конструкции, перемещения и напряжения в ее элементах. Как правило, на этапе проектирования принимаются во внимание одновременно несколько критериев. Если удается выделить один критерий, как наиболее важный, а остальные сформулировать в виде ограничений, то оптимизационная задача сводится к скалярной форме. В общем случае необходимо рассматривать векторные (многокритериальные) задачи оптимизации [3, 6].

Возможные мероприятия по снижению уровня динамического нагружения проектируемой стержневой системы связаны с отстройкой от резонансных областей, в частности, с максимизацией основной (низшей) собственной частоты ее колебаний. Нередко такие характеристики как размеры поперечного сечения стержней, число опор и расстояния между ними, материал и т.д., определяются, например, особенностями функционирования и не могут быть изменены. В этих условиях единственным подходом к решению задачи оптимизации стержневой системы является варьирование формы ее осевой линии. Вводятся следующие предложения.

Рассматриваются только стержневые системы, состоящие из трубчатых (с кольцевым поперечным сечением) прямолинейных и криволинейных стержней, осевые линии которых соответственно имеют форму отрезка прямой и плоской кривой. Считается, что ось каждого стержня лежит в плоскости, совпадающей с главной плоскостью инерции сечения стержня и с плоскостью действия сил; кроме того, предполагается, что характерный размер сечения много меньше минимального начального радиуса кривизны осевой линии стержня. Каждый элемент, принадлежащий проектируемой системе, соединен с одним или несколькими элементами этой системы. Входящие в состав стержневой системы элементы, отличные от стержневых, допускается моделировать сосредоточенными упругими элементами и сосредоточенными массами. Концевое сечение любого элемента стержневой системы может быть связано упругой опорой с некоторым основанием, неподвижным или совершающим движение по заданному закону. Законы движения оснований различных опор в общем случае различны. Проектируемые стержневые системы считаются статически и динамически устойчивыми. Для описания стержневой системы используется совокупность переменных проектирования, однозначно определяющих координаты характерных точек осевой линии, т.е. ее форму. Указанные характерные точки должны принадлежать некоторой допустимой области.

Поведение стержневой системы, включая реакцию на заданное нагружение, описывается вектором переменных состояния $u \in R^N$. Связь между переменными проектирования и переменными состояния неявно определяет-

ся уравнениями состояния [2, 4]. При фиксированных переменных проектирования стержневая система подчиняется законам линейной механики. Вместе с тем, поскольку переменные проектирования входят в коэффициенты линейных операторов, уравнения состояния нелинейны относительно переменных состояния и проектирования.

Пусть для проектируемой конструкции сформулирован единственный критерий, на основе которого могут оцениваться ее характеристики. Тогда конечномерная задача оптимального проектирования есть задача определения вектора $x \in X \subset R^n$, который удовлетворяет всем ограничениям и (в случае минимизации) уменьшает, по возможности, значение целевой функции

$$\min \{ f(x) / h(x) = 0, g(x) \leq 0 \},$$

$$x \in X,$$

где x - вектор переменных проектирования; X - область допустимых значений переменных проектирования; R^n - n -мерное евклидово пространство; $f(x)$ - целевая функция; $g(x)$ - вектор p ограничений-неравенств; $h(x)$ - вектор q ограничений-равенств.

Задачи оптимального проектирования конструкций по своему содержанию многокритериальны [6]. Обычно требуется найти такое проектное решение, которому соответствует минимальная масса, минимальные перемещения и напряжения в заданных элементах, максимальная основная собственная частота колебаний, максимальная критическая нагрузка, минимальная стоимость, максимальная надежность. Характерной особенностью многокритериальных задач является возникновение конфликта целей, когда ни одно из допустимых решений не обеспечивает одновременную экстремизацию всех целевых функций. Задача конечномерной многокритериальной (векторной) оптимизации может быть сформулирована в следующем виде.

Требуется найти вектор $x \in X \subset R^n$, который удовлетворяет всем ограничениям и (в случае минимизации) уменьшает, по возможности, все компоненты вектора целевой функции $f(x) \in R^m$:

$$\min \{ f(x) / h(x) = 0, g(x) \leq 0 \}$$

$$x \in X \subset R^n$$

Решение многокритериальной задачи представляет собой Парето - оптимальное множество [3, 4], из которого проектант может выбрать един-

ственный оптимальный проект в соответствии со своими предпочтениями. Следовательно, при использовании многокритериальных формулировок задач оптимального проектирования вместе с множествами переменных проектирования, критериев качества, ограничений и количественных оценок текущих проектов должны быть включены в рассмотрение структуры предпочтений проектианта.

Модель стержневой системы, для которой проводится оптимизационное исследование, строится с помощью метода конечных элементов. Так как прямолинейные и криволинейные участки стержневой системы моделируются конечными элементами соответствующей формы, то характерными точками осевой линии системы служат узлы ее конечно-элементной модели. Следовательно, в глобальной системе координат $OXYZ$ текущий проект задан, если для каждого из NP узлов конечно-элементной модели системы указаны значения координат $X_j, Y_j, Z_j, j = \overline{1, NP}$, определяемые вектором переменных проектирования $x = \{x_i\}^T, i = \overline{1, n}, x \in X \subset R^n$. Здесь n — число переменных проектирования, X — область допустимых значений переменных проектирования, R^n — n -мерное евклидово пространство; верхний индекс "T" обозначает операцию транспонирования. В конечно-элементной модели оптимизируемой системы, осевая линия которой — гладкая кривая, значения координат узлов фиксируют геометрию отдельных элементов и их ориентацию относительно глобальных осей координат. Коэффициенты матриц преобразования координат определяются в соответствии с ориентацией локальной системы координат прямолинейного элемента или сопровождающего трехгранника Дарбу в узлах криволинейного элемента относительно глобальной системы координат.

Можно показать, что для конечно-элементной модели проектируемой стержневой системы в целом коэффициенты ее матриц жесткости и масс, получаемых надлежащим суммированием матриц отдельных элементов с учетом преобразования координат, являются сложными функциями векторного аргумента x . Тогда для текущего проекта конструкции как дискретизированной системы определение собственных частот и соответствующих форм ее колебаний сводится к решению обобщенной задачи на собственные значения:

$$K(x) y(x) = \zeta(x) M(x) y(x), \quad (I)$$

где $K(x), M(x)$ — соответственно приведенные глобальные матрицы жесткости и масс системы; $\zeta(x)$ — собственное значение, имеющее смысл квадрата собственной частоты; $y(x)$ — собственный вектор, описывающий форму колебаний, он нормируется при помощи условия

$$y^T(x) M(x) y(x) = 1. \quad (2)$$

Уравнение статического нагружения записывается в виде

$$K(x) r(x) = F(x). \quad (3)$$

Здесь $r(x)$ — приведенный вектор узловых перемещений в глобальной системе координат; $F(x)$ — приведенный вектор нагрузки. При нагружении конструкции налагаются ограничения на реализующиеся в ней перемещения:

$$\psi_k = |r_k| / r_k^a - 1 \leq 0, \quad k = \overline{1, ND}, \quad (4)$$

где r_k и r_k^a — соответственно вычисленное и предельно допустимое значения k -й компоненты вектора узловых перемещений; ND — число ограничений на перемещения.

Задача оптимального проектирования формулируется так: определить вектор x , $x \in X \subset R^n$, который максимизирует наименьшее собственное значение, удовлетворяющее уравнению (1), и минимизирует напряжения в заданных сечениях; при этом перемещения, соответствующие уравнению состояния (3), удовлетворяют ограничениям (4).

В современной литературе приводится описание ряда методик определения оптимумов Парето для нелинейных векторных оптимизационных задач. Обычный подход состоит в преобразовании исходной задачи в последовательность скалярных оптимизационных задач, которые могут быть численно решены с помощью адаптированных методов нелинейного программирования [3]. К таким методикам, в частности, относятся взвешенный метод, метод ограничений и минимаксный подход.

При минимаксном подходе в критериальном пространстве вводится некоторая функция отклонения и затем решается задача минимизации наибольшего отклонения от так называемого идеального решения, которое определяется в виде [6]

$$z^{id} = \left[\min_{x \in X} f_1(x) \quad \min_{x \in X} f_2(x) \quad \dots \quad \min_{x \in X} f_m(x) \right]^T.$$

Чтобы определить идеальную точку в критериальном пространстве, необходимо минимизировать каждый критерий в отдельности. Для этого требуется решить m скалярных оптимизационных задач. В общем случае идеальная точка не принадлежит допустимой области: $z \in f(X)$. Для оп-

ределения расстояния между текущей $z \in f(X)$ и идеальной $z^{id} \in R^m$ точками вводится функция метрики

$$d^\infty(z, z^{id}) = \max_{i=1, \dots, m} |z_i - z_i^{id}|.$$

Более удобно рассматривать векторную целевую функцию в нормализованном виде

$$\bar{f}(x) = [\bar{f}_1(x) \bar{f}_2(x) \dots \bar{f}_m(x)],$$

где

$$\bar{f}_i(x) = \frac{f_i(x) - \min f_i(x)}{\max f_i(x) - \min f_i(x)}.$$

Тогда значения каждого нормализованного критерия ограничены единичным интервалом: $\bar{f}_i(x) \in [0, 1]$. С учетом обозначения $\bar{z} = \bar{f}$ задача формулируется следующим образом. Требуется найти вектор $z \in f(X)$, который является наиболее близким к идеальному вектору $z^{id} = 0$ в смысле d^∞ метрики, т.е. необходимо выполнение условия

$$\bar{z} \in \bar{f}(X) \quad \min_{z \in f(X)} d^\infty(z, 0).$$

Если ввести некоторые весовые коэффициенты для критериев w_i , $i = 1, m$, то оптимизационная задача может быть записана в форме

$$\min_{x \in X} \max_i (w_i \bar{f}_i(x)).$$

Следует отметить, что минимаксные формулировки позволяют находить оптимумы Парето в случаях, когда оптимизационные задачи не являются выпуклыми. К методам, использующим минимаксный подход, относится, в частности, алгоритм выбора Парето - оптимальных решений из заданного множества допустимых решений, который основан на контактной теореме - одной из основных теорем в многокритериальной оптимизации [3].

Градиенты целевых функций и ограничений, используемые в процедурах оптимизации, определяются с помощью численного анализа чувствительности при проектировании [4, 6]. Так, полный дифференциал векторной целевой функции представляется в виде

$$df(u, x) = (\partial f / \partial u) du + (\partial f / \partial x) dx,$$

где $\partial f / \partial u = [\partial f_i / \partial u_j]_{m \times N}$.

Применительно к задаче о статическом нагружении (3) полная производная, например, функции ограничений на перемещения, определяемой соотношением (4), по i -й переменной проектирования может быть найдена методом сопряженных переменных [4]:

$$d\psi_n / dx_i = \partial \psi_n / \partial x_i + \lambda^T (\partial F / \partial x_i) - \lambda^T (\partial K / \partial x_i) r, \quad i = 1, \dots, n;$$

здесь вектор r — решение уравнения (3), а вектор λ должен быть получен из сопряженного уравнения

$$K(x)\lambda = [\partial \psi_n / \partial r], \quad \kappa = 1, \overline{ND}.$$

Для реализации на ЭВМ методики оптимизации формы осевой линии стержневой системы разработан комплекс прикладных программ. Использован стандартный язык программирования ФОРТРАН-77. В состав комплекса входят программные модули, обеспечивающие определение соответствующих проектных векторов чувствительности. Сервисная часть комплекса предназначена для поддержки интерактивного режима при решении задач оптимального проектирования.

Ниже приведены численные примеры оптимального проектирования формы осевой линии модельных конструкций. Проектируемые конструкции состоят из однородных прямолинейных и криволинейных стержней со следующими характеристиками: наружный диаметр поперечного сечения — 0,018 м; толщина стенки — 0,0014 м; жесткость сечения стержня при растяжении-сжатии — 17,9 МН; жесткость сечения стержня при изгибе — 0,847 кН·м²; масса единицы длины стержня — 0,665 кг/м. Вычисления проводились с двойной точностью на IBM PC/AT 80386 в среде MS DOS FORTRAN.

Пример I. Рассматривается конструкция в виде прямолинейного стержня с компенсатором, расстояние между входным O и выходным O_1 сечениями которого задано равным 1,5 м. Входное сечение жестко связано с неподвижным основанием, а выходное сечение — с основанием, допускающим смещение вдоль оси OO_1 . На участке компенсатора осевая линия имеет форму плоской "винтовой" линии с одним или несколькими витками; ее проекция на плоскость, в которой рассматривается деформирование, представляет собой окружность радиуса R с центром в точке $C(X_c, R)$, причем должны выполняться следующие условия: $0,5 \leq X_c \leq 1,5$ м и $0,125 \leq R \leq 0,135$ м. Нагружение конструкции определяется статическим смещением выходного сечения на 0,02 м в сторону увеличения расстояния OO_1 . Необходимо, чтобы после приложения внешней нагрузки высота ком-

пенсатора (взаимное относительное смещение его точек в направлении оси OY) изменилась не больше, чем на 0,0035 м (ограничение на перемещения), а напряжение в сечении 0 не превышало уровня $\sigma_0^a = 2,7$ МПа. Рассматривается плоское деформированное состояние.

В [6] приведено решение скалярной задачи оптимального проектирования. В частности, для модели с одновитковым компенсатором максимальное значение основной собственной частоты колебаний равно 47,125 Гц и реализуется при $X_c^{opt} = 1,287$ м и $R^{opt} = 0,135$ м.

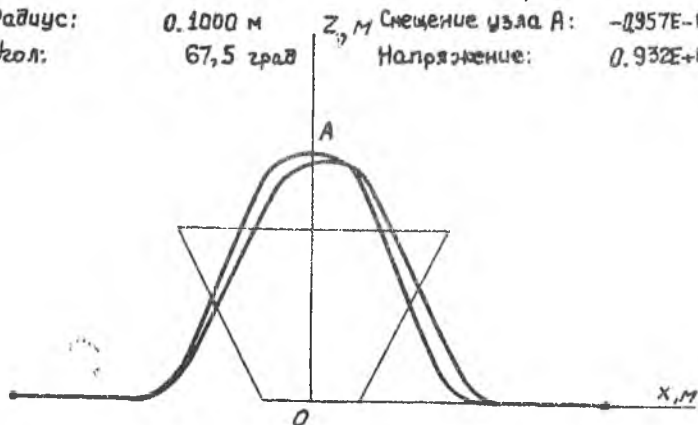
Пусть в качестве второго критерия выбрано уменьшение высоты витка компенсатора вследствие деформации конструкции при заданной нагрузке. Решение скалярных оптимизационных задач получено с использованием метода проекции градиента в пространстве состояний. Нетрудно построить отображение допустимой области переменных проектирования $X_c R^2$ на критериальное пространство $F_c R^2$. В таблице приведены некоторые допустимые значения переменных проектирования ($x_1 = X_c, x_2 = Y_c$) и соответствующие им точки критериального пространства, принадлежащие Парето-оптимальному множеству.

№ п/п	$x_1, \text{ м}$	$x_2, \text{ м}$	$f_1, \text{ с}$	$f_2, \text{ м}$
1	1,35	0,124	0,0205	0,003258
2	1,4	0,125	0,0208	0,003175
3	1,45	0,125	0,0212	0,003009
4	1,49	0,125	0,0220	0,003018
5	1,49	0,1275	0,0222	0,003016
6	1,49	0,130	0,0223	0,003014
7	1,49	0,1325	0,0224	0,003012
8	1,49	0,135	0,0228	0,003011

Пример 2. Рассматривается конструкция в виде прямолинейного стержня с Ω образным компенсатором, расстояние между входным и выходным сечениями которого задано равным 1,2 м. Входное (левое) сечение жестко связано с неподвижным основанием, а выходное (правое) — с основанием, допускающим смещения вдоль горизонтальной оси OX (рис. 1, а). Конструкция обладает симметрией относительно оси OZ . На форму осевой линии конструкции наложены следующие ограничения. Для текущего проекта прямолинейные горизонтальные и наклонные участки осевой линии сопрягаются равными дугами окружности радиуса R с центральным углом α . При этом должны выполняться условия: $0,1 \text{ м} \leq R \leq 0,15 \text{ м}$;

Номер проекта: 47
 Радиус: 0,1000 м
 Угол: 67,5 град

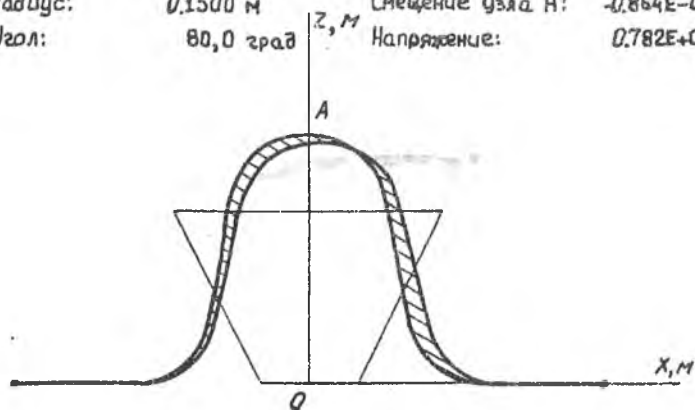
Смещение опоры: 0,250E-01 м
 Смещение узла А: -0,957E-02 м
 Напряжение: 0,932E+07 Па



a

Номер проекта: 45
 Радиус: 0,1500 м
 Угол: 80,0 град

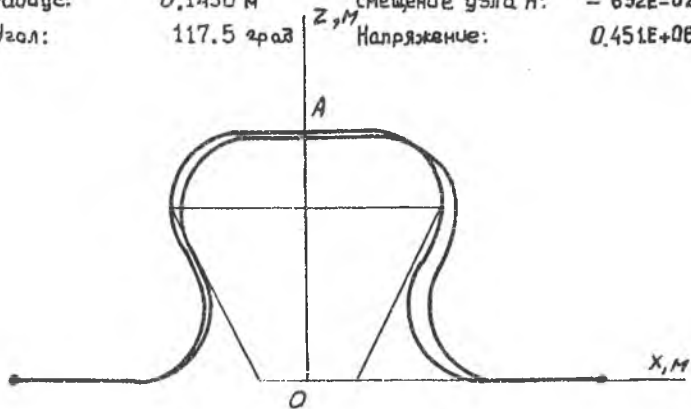
Смещение опоры: 0,250E-01 м
 Смещение узла А: -0,864E-02 м
 Напряжение: 0,782E+07 Па



б

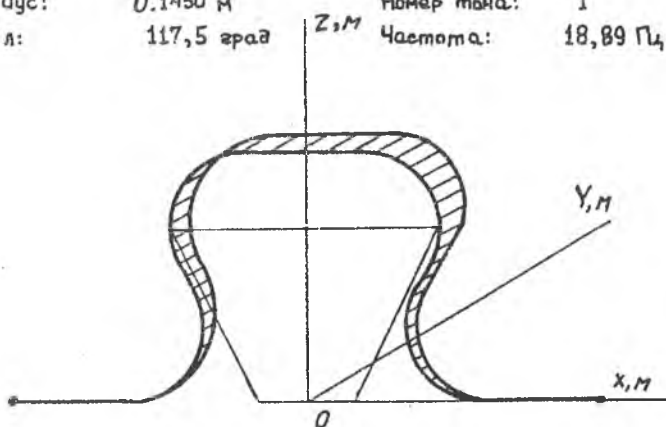
Р и с. I. Возможные реализации стержневой системы с Ω -образным компенсатором

Номер проекта: 11	Смещение опоры 11: $0.250E-01$ м
Радиус: 0.1450 м	Смещение узла A: $-632E-02$ м
Угол: 117.5 град	Напряжение: $0.451E+06$ Па



a

Номер проекта: 11	Номер тона: 1
Радиус: 0.1450 м	Частота: 18.89 Гц
Угол: 117.5 град	



b

Р и с. 2. Парето-оптимальный проект стержневой системы

60 град $\leq \alpha \leq$ 120 град. Ширина компенсатора (расстояние между точками сопряжения с горизонтальными прямолинейными участками) равна 0,7 м; его высота - 0,5 м. Нагружение конструкции определяется статическим смещением выходного сечения на 0,025 м в направлении оси OX . Необходимо также, чтобы в деформированном состоянии значение проекции перемещения сечения A на ось OZ (U_{zA}) не превышало 0,0065 м. Целью проектирования является максимизация нижней собственной частоты колебаний и одновременно минимизация напряжения в сечении A .

Геометрически возможные реализации конструкции, а также соответствующие им результаты статического анализа приведены на рис. 1, а, б. Значения основной собственной частоты колебаний соответственно равны 23,42 Гц и 22,21 Гц. В обоих случаях существенно нарушены ограничения на перемещения.

Ниже рассматривается сформулированная задача при дополнительных геометрических ограничениях: осевая линия конструкции не должна проходить внутри показанной на рисунках трапециевидальной области.

На рис. 2а, б приведен один из Парето-оптимальных проектов. При более строгих ограничениях на перемещения ($U_{zA} \leq 0,006$ м) Парето-оптимальным является, например, проект с $R \approx 0,1195$ м и $\alpha = 107$ град; здесь нижняя собственная частота равна 18,53 Гц, а напряжение в сечении A - 0,316 МПа. Следует отметить, что в рассмотренном примере варьирование формы осевой линии конструкции приводит к изменению нижней собственной частоты на 20,9%, а напряжение в сечении A - почти в тридцать раз.

Библиографический список

1. Пневмогидравлические системы. Расчет и проектирование: Учеб. пособие для техн. вузов / Н.М.Беляев, В.И.Уваров, Ю.М.Степанчук. М.: Высшая школа, 1988. 271 с.
2. Хог Э., Арора Я. Прикладное оптимальное проектирование: Механические системы и конструкции: Пер. с англ. М.: Мир, 1983. 478 с.
3. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Наука, 1982. 256 с.
4. Хог Э., Чой К., Комков В. Анализ чувствительности при проектировании конструкций: Пер. с англ. М.: Мир, 1988. 428 с.
5. Кинелев В.Г., Сулимов В.Д. Оптимизация стержневой системы по частоте при варьировании формы ее осевой линии // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1992. № 4. С. 16-22.

6. Eschenauer H.A., Koski J., Osyczka A. *Multi-criteria optimization - fundamentals and motivation // Discretization methods and structural optimization: Procedures and applications (Ed. H.A. Eschenauer et al.) - Springer Verlag, 1989. - P. 1-32.*

УДК 620.193.16:629.735.018.4(045)

И.П.Челюканов, Н.Г.Макаренко, И.Н.Резник

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ ВОЗДЕЙСТВИЯ КАВИТАЦИИ
НА ОБРАЗЦЫ ИЗ СПЛАВА Д16АТВ
СПОСОБОМ ДИНАМИЧЕСКИХ УСТАЛОСТНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Излагается методика исследования упрочняющего эффекта динамического воздействия кавитирующего потока жидкости на образцы из сплава Д16АТВ, имеющие концентратор напряжений, илтирующий отверстие под заклепку. Описано оборудование для кавитационной обработки образцов, а также оборудование для проведения усталостных испытаний. Установлено, что предлагаемая методика позволяет оценить упрочняющий эффект кавитационной обработки образцов в виде прироста долговечности.

Важнейшими, по условиям усталостной прочности, критическими элементами конструкции воздушных судов являются заклепочные соединения. Это обусловлено широким использованием этих соединений для крепления тонкостенных деталей конструкции, наличием в зоне заклепочного шва значительной концентрации напряжений, которая может спровоцировать появление трещины.

В связи с этим актуальной задачей является разработка эффективных методов поверхностного упрочнения зоны заклепочного отверстия и методов его контроля.

Объектом испытаний являются образцы из материала обшивки воздушных судов Д16АТВ с концентратором напряжений - отверстием под заклепку. Форма и геометрические параметры образцов подобраны такими, что они отвечают требованиям при испытаниях на гидродинамической машине МУИ-50. Образцы изготавливаются из стандартного листа Д16АТВ толщиной

Динамические процессы в установках ЛА. Самара, 1994.
