

В. П. Ш о р и н

## КОРРЕКЦИЯ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИ НЕСООТВЕТСТВИИ УСЛОВИЙ СТЕНДОВЫХ ИСПЫТАНИЙ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫМ

При экспериментальном определении частотных характеристик многомерных динамических систем достаточно часто реализуется ситуация, когда по тем или иным причинам для системы не удается на стенде реализовать крайевые условия, соответствующие эксплуатационным. В связи с этим ниже рассматривается задача определения условий, при которых возможна коррекция частотных характеристик системы, полученных в стендовых условиях, устанавливается необходимое количество дополнительной информации, необходимой для проведения коррекции. При этом даются расчетные зависимости для осуществления коррекции.

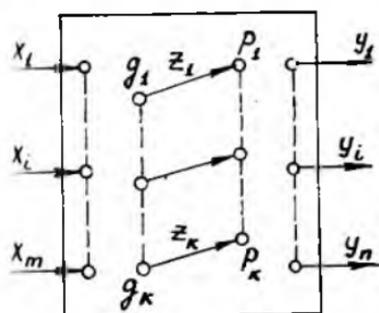
Допустим, что в процессе испытаний системы, имеющей  $m$  входов и  $n$  выходов, эксплуатационным условиям не соответствуют  $k$  крайевых условий, каждое из которых задано в виде входной передаточной функции  $Z_k = \frac{P_k}{g_k}$  (граф, соответствующий системе в режиме испытаний на стенде, приведен на рис. 1, а). В связи с отличием эксплуатационных крайевых условий от стендовых матрица системы в режиме эксплуатации  $[W]_э$  будет отличаться от экспериментально определенной  $[W]_с$  на величину  $[\Delta W]$ , где

$$[\Delta W] = \begin{bmatrix} \Delta W_{11} & \Delta W_{12} & \dots & \Delta W_{1m} \\ \Delta W_{21} & \Delta W_{22} & \dots & \Delta W_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta W_{n1} & \Delta W_{n2} & \dots & \Delta W_{nm} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

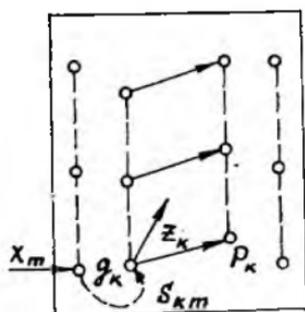
Величину отклонения  $[\Delta W]$  можно вычислить на основе обобщения структурного метода [1] для многомерных систем

$$[\Delta W] = [n][\Delta Z] \{ [E]_k - [\Delta Z][\Phi] \}^{-1} [s]. \quad (2)$$

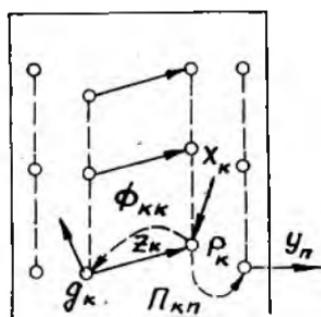
В формуле (2) обозначено



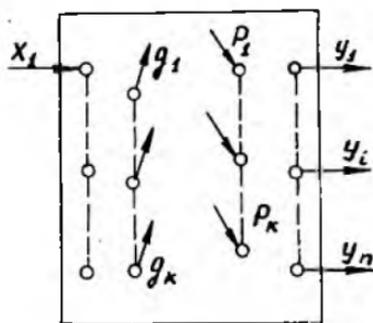
а



б



в



г

Р и с. 1. Графы системы: в режиме испытаний на стенде (а); со связью входных (б) и выходных (в) параметров; при подаче возмущения по первому входу (г)

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1m} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{k1} & S_{k2} & \dots & S_{km} \end{bmatrix}$$

(3)

— матрица размера  $k \times m$ , элемент которой  $S_{k,m}$  представляет собой частотную характеристику системы, определенную для стендовых условий и связывающую  $m$ -й вход системы с параметром  $g_k$  в краевом сечении, имеющим входную передаточную функцию  $Z_k$  (см. рис. 1, б);

$$[\Pi] = \begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & \dots & \Pi_{1k} \\ \Pi_{21} & \Pi_{22} & \dots & \Pi_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Pi_{n1} & \Pi_{n2} & \dots & \Pi_{nk} \end{bmatrix} \quad (4)$$

- матрица размера  $n \times k$ , элемент которой  $\Pi_{n,k}$  представляет собой частотную характеристику, определенную для стендовых условий при подаче возмущения  $P_k$  в  $k$ -е крайнее сечение системы и связывающую величину  $P_k$  с  $n$ -м выходом системы (рис. I, в);

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & & & \\ & \Phi_{22} & & \\ & & \dots & \\ & & & \Phi_{kk} \end{bmatrix} \quad (5)$$

- диагональная матрица, элемент которой  $\Phi_{kk}$  представляет собой частотную характеристику, определенную для стендовых условий и связывающую возмущение  $P_k$  с параметром  $g_k$  (рис. I, в);

$$[\Delta Z] = \begin{bmatrix} \Delta Z_1 & & & \\ & \Delta Z_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & \Delta Z_k \end{bmatrix} \quad (6)$$

- диагональная матрица, элемент которой  $\Delta Z_k$  представляет собой приращение  $k$ -й входной передаточной функции в условиях эксплуатации по отношению к стендовым условиям,  $\Delta Z_k = Z_{жk} - Z_k$ ;  $[E]_k$  - единичная матрица порядка  $k$ .

Из зависимостей (2) - (6) непосредственно виден тот дополнительный объем информации, который необходим для проведения коррекции основной матрицы частотных характеристик системы  $[W]_c$ . Поскольку по трудности определения матрицы  $[S]$ ,  $[\Pi]$  и  $[\Phi]$  равноценны основной матрице  $[W]_c$ , для отыскания которой применен эксперимент, то с точки зрения получения достоверной информации имеет смысл только экспериментальный путь определения этих матриц. Входные передаточные функции  $Z_g$ , как правило, могут быть определены расчетным путем или в результате специальных экспериментов; функции  $Z_k$ , как можно увидеть ниже, определяются экспериментально в процессе определения матриц  $[S]$ ,  $[\Pi]$ ,  $[\Phi]$ .

Матрицу  $[S]$  можно определить попутно с определением основ-

ной матрицы  $[W]_c$ , дополнительно измеряя параметры  $g_k$  в краевых сечениях, имеющих входные функции, отличные от эксплуатационных. Каждый элемент матрицы определяется из соотношения

$$s_{km} = \frac{g_k}{x_m}$$

Как видно из рис. I, в для определения элементов матриц  $[L]$  и  $[\Phi]$  к сечению, имеющему входную передаточную функцию  $Z_k$ , требуется подключение генератора колебаний, измерение его параметров, измерение  $n$ -го выходного сигнала и измерение параметра  $g_k$ .

Для получения полной информации о системе, т.е. для получения матриц  $[W]_c$ ,  $[S]$ ,  $[L]$ ,  $[\Phi]$  и  $[\Delta Z]$  требуется проведение  $m \cdot k$  испытаний. В процессе  $m$  испытаний должны последовательно задаваться возмущения по каждому из входов в систему, а в процессе  $k$  испытаний последовательно задаются возмущения на вход каждого из сечений системы, входная передаточная функция которого отличается от экспериментальной.

Указанное зачастую оказывается не менее трудоемким в сравнении с реализацией краевых условий, соответствующих эксплуатационным. Трудоемкость экспериментального получения информации, необходимой для коррекции матрицы  $[W]_c$ , можно в значительной мере снизить, используя косвенный метод определения частотных характеристик многомерных систем [2].

При применении косвенного метода в качестве исходной используется не матрица  $[W]_c$ , а матрица  $[W]$ , которая соответствует цепи при наложении условий  $Z_1 = Z_2 = \dots = Z_k = 0$ . (7)

Коррекция матрицы  $[W]$  на условия эксплуатации осуществляется также по выражению (2), но вместо матрицы  $[\Delta Z]$  в формуле используется матрица

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{13} & & & \\ & Z_{23} & & \\ & & \dots & \\ & & & Z_{k3} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Расчетные уравнения для определения матриц  $[W]$ ,  $[S]$ ,  $[L]$ ,  $[\Phi]$  могут быть получены из следующих условий.

Согласно принципу суперпозиции графу на рис. I, а в соответствие можно поставить граф на рис. I, г (полагается, что внешнее возмущение подается только по первому входу). Величины сигналов  $P_1 \dots P_k$  равны значениям измеренных параметров в сечениях, входные функции

которых отличны от эксплуатационных. Граф дает следующую зависимость между параметрами

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11} & \Pi_{11} & \dots & \Pi_{1k} \\ W_{21} & \Pi_{21} & \dots & \Pi_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{n1} & \Pi_{n1} & \dots & \Pi_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ p_1 \\ \dots \\ p_k \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} g_1 \\ \vdots \\ g_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & \Phi_{11} & \dots & \Phi_{k1} \\ S_{21} & \Phi_{21} & \dots & \Phi_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{k1} & \Phi_{k1} & \dots & \Phi_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ p_1 \\ \dots \\ p_k \end{bmatrix}. \quad (10)$$

После несложных преобразований уравнения (9) и (10) можно привести к виду:

$$\begin{bmatrix} W_{\delta 11} - W_{11} \\ W_{\delta 21} - W_{21} \\ \dots \\ W_{\delta n1} - W_{n1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Pi_{11} & \dots & \Pi_{1k} \\ \Pi_{21} & \dots & \Pi_{2k} \\ \dots & \dots & \dots \\ \Pi_{n1} & \dots & \Pi_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{p11} \\ W_{p21} \\ \dots \\ W_{pk1} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} W_{g11} - S_{11} \\ W_{g21} - S_{21} \\ \dots \\ W_{gk1} - S_{k1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \dots & \Phi_{1k} \\ \Phi_{21} & \dots & \Phi_{2k} \\ \dots & \dots & \dots \\ \Phi_{k1} & \dots & \Phi_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{p11} \\ W_{p21} \\ \dots \\ W_{pk1} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где  $W_{\delta n, m}$  - частотная характеристика, определенная для стендовых условий и связывающая  $m$ -й вход системы с  $n$ -м выходом;  $W_{pkm}$  - частотная характеристика, определенная для стендовых условий и связывающая  $m$ -й вход системы с параметром  $p_k$ , измеренным в краевом сечении с входной функцией  $Z_k$ ;  $W_{gkm}$  - частотная характеристика, определенная в стендовых условиях и связывающая  $m$ -й вход системы с параметром  $g_k$  в краевом сечении, имеющем входную функцию  $Z_k$ ;  $S_{km}$ ,  $W_{nm}$ ,  $\Pi_{nk}$ ,  $\Phi_{kk}$  - соответствующие элементы искоемых матриц.

При проведении  $m$  испытаний с подачей сигнала последовательно по каждому из входов в систему можно получить следующие системы уравнений

$$\left\{ \begin{aligned}
 [W_{\beta 11} - W_{11}, \dots, W_{\beta n1} - W_{n1}] &= [W_{p11} \dots W_{pk1}] [\Pi]' \\
 [W_{\beta 12} - W_{12}, \dots, W_{\beta n2} - W_{n2}] &= [W_{p12} \dots W_{pk2}] [\Pi]' \\
 \dots &\dots \\
 [W_{\beta 1m} - W_{1m}, \dots, W_{\beta nm} - W_{nm}] &= [W_{p1m} \dots W_{pkm}] [\Pi]' \quad (I3)
 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned}
 [W_{g11} - S_{11}, \dots, W_{gk1} - S_{k1}] &= [W_{p11} \dots W_{pk1}] [\Phi]'_n \\
 [W_{g12} - S_{12}, \dots, W_{gk2} - S_{k2}] &= [W_{p12} \dots W_{pk2}] [\Phi]'_n \\
 \dots &\dots \\
 [W_{g1m} - S_{1m}, \dots, W_{gkm} - S_{km}] &= [W_{p1m} \dots W_{pkm}] [\Phi]'_n \quad (I4)
 \end{aligned} \right.$$

В уравнениях (I3) и (I4) обозначено

$[\Phi]'_n$  - транспонированная матрица

$$[\Phi]_n = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \dots & \Phi_{1k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Phi_{k1} & \Phi_{k2} & \dots & \Phi_{kk} \end{bmatrix}$$

Искомая матрица  $[\Phi]$  при известной  $[\Phi]_n$  может быть получена выборкой диагональных элементов.  $[\Pi]'$  - транспонированная искомая матрица  $[\Pi]$ .

Системы уравнений (I3) и (I4) эквивалентны следующим соотношениям:

$$\begin{bmatrix} W_{\beta 11} & W_{\beta 21} & \dots & W_{\beta n1} \\ W_{\beta 12} & W_{\beta 22} & \dots & W_{\beta n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{\beta 1m} & W_{\beta 2m} & \dots & W_{\beta nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{11} & W_{21} & \dots & W_{n1} \\ W_{12} & W_{22} & \dots & W_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{1m} & W_{2m} & \dots & W_{nm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{p11} & W_{p21} & \dots & W_{pk1} \\ W_{p12} & W_{p22} & \dots & W_{pk2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{p1m} & W_{p2m} & \dots & W_{pkm} \end{bmatrix} [\Pi]' \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} W_{g11} & W_{g21} & \dots & W_{gk1} \\ W_{g12} & W_{g22} & \dots & W_{gk2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{g1m} & W_{g2m} & \dots & W_{gkm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{21} & \dots & S_{k1} \\ S_{12} & S_{22} & \dots & S_{k2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{1m} & S_{2m} & \dots & S_{km} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{p11} & W_{p21} & \dots & W_{pk1} \\ W_{p12} & W_{p22} & \dots & W_{pk2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{p1m} & W_{p2m} & \dots & W_{pkm} \end{bmatrix} [\Phi]'_n \quad (16)$$

или после введения соответствующих обозначений

$$[W_{\beta}]' - [W]' = [W_p]' [\Pi]', \quad (17)$$

$$[W_g]' - [S]' = [W_p]' [\Phi]'_n. \quad (18)$$

Искомые матрицы  $[W]$  и  $[S]$  согласно последним уравнениям выражаются следующим образом

$$[W] = [W_g] - [N][W_p], \quad (19)$$

$$[S] = [W_g] - [\Phi]_n [W_p]. \quad (20)$$

Уравнения (19) и (20) содержат четыре неизвестные матрицы. Для определения матриц  $[N]$  и  $[\Phi]_n$  в дополнение к  $m$  - испытаниям системы с последовательным заданием возмущений по каждому из входов, в соответствии с [2], требуется  $K$  - испытаний системы с заданием внешнего возмущения по одному из  $m$  - входов с последовательной вариацией входных передаточных функций  $Z_k$  каждого из краевых условий.

Если испытание при исходных краевых условиях обозначить индексом "0", а испытание, в котором изменено  $r$  - е краевое условие индексом "r", то расчетную систему уравнений для определения матриц  $[N]$  и  $[\Phi]_n$  можно записать в виде:

$$\begin{cases} [W_{\delta 1i}^0 - W_{1i}^0 \dots W_{\delta ni}^0 - W_{ni}^0] = [W_{p1i}^0 \dots W_{pki}^0] \cdot [N]^1 \\ [W_{\delta 1i}^1 - W_{1i}^1 \dots W_{\delta ni}^1 - W_{ni}^1] = [W_{p1i}^1 \dots W_{pki}^1] \cdot [N]^1 \\ \vdots \\ [W_{\delta 1i}^k - W_{1i}^k \dots W_{\delta ni}^k - W_{ni}^k] = [W_{p1i}^k \dots W_{pki}^k] \cdot [N]^1 \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} [W_{g1i}^0 - S_{1i}^0 \dots W_{gki}^0 - S_{ki}^0] = [W_{p1i}^0 \dots W_{pki}^0] \cdot [\Phi]_n^1 \\ [W_{g1i}^1 - S_{1i}^1 \dots W_{gki}^1 - S_{ki}^1] = [W_{p1i}^1 \dots W_{pki}^1] \cdot [\Phi]_n^1 \\ \vdots \\ [W_{g1i}^k - S_{1i}^k \dots W_{gki}^k - S_{ki}^k] = [W_{p1i}^k \dots W_{pki}^k] \cdot [\Phi]_n^1 \end{cases} \quad (22)$$

Вычитая в системах уравнений (21) и (22) из каждого уравнения первое, получим:

$$\begin{cases} [W_{\delta 1i}^1 - W_{\delta 1i}^0 \dots W_{\delta ni}^1 - W_{\delta ni}^0] = [W_{p1i}^1 - W_{p1i}^0 \dots W_{pki}^1 - W_{pki}^0] \cdot [N]^1 \\ \vdots \\ [W_{\delta 1i}^k - W_{\delta 1i}^0 \dots W_{\delta ni}^k - W_{\delta ni}^0] = [W_{p1i}^k - W_{p1i}^0 \dots W_{pki}^k - W_{pki}^0] \cdot [N]^1 \end{cases}$$

$$\text{и} \begin{cases} [W_{g1i}^1 - W_{g1i}^0 \dots W_{gki}^1 - W_{gki}^0] = [W_{p1i}^1 - W_{p1i}^0 \dots W_{pki}^1 - W_{pki}^0] \cdot [\Phi]_n \\ \dots \\ [W_{g1i}^k - W_{g1i}^0 \dots W_{gki}^k - W_{gki}^0] = [W_{p1i}^k - W_{p1i}^0 \dots W_{pki}^k - W_{pki}^0] \cdot [\Phi]_n \end{cases}$$

Последние системы уравнений можно записать в виде следующих соотношений

$$\begin{bmatrix} \Delta W_{g1i}^1 \dots \Delta W_{gki}^1 \\ \dots \\ \Delta W_{g1i}^k \dots \Delta W_{gki}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta W_{p1i}^1 \dots \Delta W_{pki}^1 \\ \dots \\ \Delta W_{p1i}^k \dots \Delta W_{pki}^k \end{bmatrix} [\Pi]^1 \quad (23)$$

$$\text{и} \begin{bmatrix} \Delta W_{g1i}^1 \dots \Delta W_{gki}^1 \\ \dots \\ \Delta W_{g1i}^k \dots \Delta W_{gki}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta W_{p1i}^1 \dots \Delta W_{pki}^1 \\ \dots \\ \Delta W_{p1i}^k \dots \Delta W_{pki}^k \end{bmatrix} [\Phi]_n \quad (24)$$

Вводя соответствующие обозначения, из (23) и (24) получим

$$[\Delta W_{gi}]^1 = [\Delta W_{pi}]^1 [\Pi]^1, \quad (25)$$

$$[\Delta W_{gi}]^1 = [\Delta W_{pi}]^1 [\Phi]_n \quad (26)$$

откуда

$$[\Pi] = [\Delta W_{gi}] [\Delta W_{pi}]^{-1}, \quad (27)$$

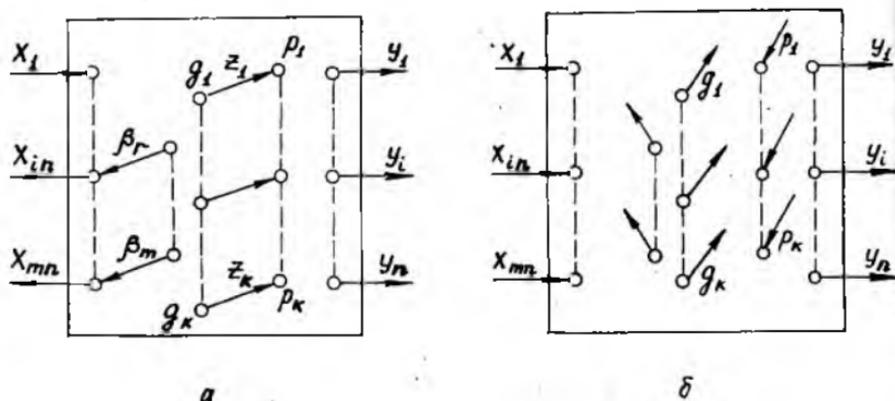
$$[\Phi]_n = [\Delta W_{gi}] [\Delta W_{pi}]^{-1}. \quad (28)$$

С использованием (27) и (28) расчетные соотношения (19) и (20) для определения матриц  $[W]$  и  $[S]$  примут вид

$$[W] = [W_g] - [\Delta W_{gi}] [\Delta W_{pi}]^{-1} [W_p], \quad (29)$$

$$[S] = [W_g] - [\Delta W_{gi}] [\Delta W_{pi}]^{-1} [W_p]. \quad (30)$$

Рассмотренный способ получения основной матрицы системы  $[W]$  и дополнительной информации в виде матриц  $[S]$ ,  $[P]$ ,  $[\Phi]_n$ , необходимой для осуществления коррекции  $[W]$  на эксплуатационные условия, предусматривает задание возмущений по всем входам системы. Косвенный метод определения характеристик позволяет получить основную матрицу  $[W]$  и дополнительную информацию (матрицы  $[S]$ ,  $[P]$ ,  $[\Phi]_n$ ) и при задании возмущения только по одному входу в систему. Для получения всех матриц требуется подключение к остальным  $m-1$  входам системы дополнительных пассивных звеньев и проведение  $m+k$  испытаний. Перед каждым из испытаний, начиная со второго, должна последовательно осуществляться вариация характеристик одного из  $m-1$  подключенных звеньев или характеристик из  $k$  краевых условий, входные передаточные функции которых не соответствуют эксплуатационным. Граф системы для данного случая показан на рис.2,а (ветви с коэффициентами передачи  $\beta$  соответствуют дополнительно введенным звеньям). В соответствии с



Р и с. 2. Графы модифицированной испытуемой системы: с дополнительно включенными звеньями (а); замещенный (б)

принципом компенсации граф (рис.2,а) можно заменить графом на рис.2,б. Для последнего графа справедливы следующие системы уравнений:

$$[Y] = [W][X] + [P][P], \quad (31)$$

$$[G] = [S][X] + [\Phi]_n [P], \quad (32)$$

где

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad [X] = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_m \end{bmatrix}, \quad [p] = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \dots \\ p_k \end{bmatrix}, \quad [G] = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \dots \\ g_k \end{bmatrix}.$$

Деля все переменные на  $X_1$  (полагается, что внешнее возмущение задается по первому входу) и проводя транспонирование матриц, получим

$$[W_{\delta 11} \dots W_{\delta n1}] = [1W_{n21} \dots W_{nm1}] [W]' + [W_{p11} \dots W_{pk1}] [\Pi]' \quad (33)$$

и

$$[W_{g11} \dots W_{gk1}] = [1W_{n21} \dots W_{nm1}] [S]' + [W_{p11} \dots W_{pk1}] [\Phi]'_n \quad (34)$$

Поскольку соотношение (33) содержит  $n$  уравнений и соотношение (34) —  $k$  уравнений, а число неизвестных элементов в матрицах соответственно  $n(m+k)$  и  $k(m+k)$ , для определения матриц требуется проведение  $m+k$  испытаний системы с вариацией характеристик соответствующих элементов. Расчетные системы уравнений можно записать в виде:

$$\begin{cases} [W_{\delta 11}^1 \dots W_{\delta n1}^1] = [1W_{n21}^1 \dots W_{nm1}^1] [W]^1 + [W_{p11}^1 \dots W_{pk1}^1] [\Pi]^1 \\ \vdots \\ [W_{\delta 11}^m \dots W_{\delta n1}^m] = [1W_{n21}^m \dots W_{nm1}^m] [W]^m + [W_{p11}^m \dots W_{pk1}^m] [\Pi]^m, \end{cases} \quad (35)$$

$$\begin{cases} [W_{\delta 11}^{m+1} \dots W_{\delta n1}^{m+1}] = [1W_{n21}^{m+1} \dots W_{nm1}^{m+1}] [W]^{m+1} + [W_{p11}^{m+1} \dots W_{pk1}^{m+1}] [\Pi]^{m+1} \\ \vdots \\ [W_{\delta 11}^{m+k} \dots W_{\delta n1}^{m+k}] = [1W_{n21}^{m+k} \dots W_{nm1}^{m+k}] [W]^{m+k} + [W_{p11}^{m+k} \dots W_{pk1}^{m+k}] [\Pi]^{m+k}, \end{cases} \quad (36)$$

$$\begin{cases} [W_{g11}^1 \dots W_{gk1}^1] = [1W_{n21}^1 \dots W_{nm1}^1] [S]^1 + [W_{p11}^1 \dots W_{pk1}^1] [\Phi]^1_n \\ \vdots \\ [W_{g11}^m \dots W_{gk1}^m] = [1W_{n21}^m \dots W_{nm1}^m] [S]^m + [W_{p11}^m \dots W_{pk1}^m] [\Phi]^m_n \end{cases} \quad (37)$$

и

$$\begin{cases} [W_{g11}^{m+1} \dots W_{gk1}^{m+1}] = [1W_{n21}^{m+1} \dots W_{nm1}^{m+1}] [S]^{m+1} + [W_{p11}^{m+1} \dots W_{pk1}^{m+1}] [\Phi]^{m+1}_n \\ \vdots \\ [W_{g11}^{m+k} \dots W_{gk1}^{m+k}] = [1W_{n21}^{m+k} \dots W_{nm1}^{m+k}] [S]^{m+k} + [W_{p11}^{m+k} \dots W_{pk1}^{m+k}] [\Phi]^{m+k}_n. \end{cases} \quad (38)$$

Введением соответствующих обозначений систему уравнений (35)–(38) приводятся к виду:

$$[W_g^m]' = [W_n^m]'[W]' + [W_p^m]'[P]', \quad (39)$$

$$[W_g^k]' = [W_n^k]'[W]' + [W_p^k]'[P]', \quad (40)$$

$$[W_g^m]' = [W_n^m]'[S]' + [W_p^m]'[\Phi]_n', \quad (41)$$

$$[W_g^k]' = [W_n^k]'[S]' + [W_p^k]'[\Phi]_n'. \quad (42)$$

Из решений уравнений (39) – (42) получим

$$[W] = \{ [W_g^m]' - [W_g^k]' [W_p^k]^{-1} [W_p^m]' \} \{ [W_n^m]' - [W_n^k]' [W_p^k]^{-1} [W_p^m]' \}^{-1}, \quad (43)$$

$$[P] = \{ [W_g^k]' - [W_g^m]' [W_n^m]^{-1} [W_n^k]' \} \{ [W_p^k]' - [W_p^m]' [W_n^m]^{-1} [W_n^k]' \}^{-1}, \quad (44)$$

$$[S] = \{ [W_g^m]' - [W_g^k]' [W_p^k]^{-1} [W_p^m]' \} \{ [W_n^m]' - [W_n^k]' [W_p^k]^{-1} [W_p^m]' \}^{-1}, \quad (45)$$

$$[\Phi]_n = \{ [W_g^k]' - [W_g^m]' [W_n^m]^{-1} [W_n^k]' \} \{ [W_p^k]' - [W_p^m]' [W_n^m]^{-1} [W_n^k]' \}^{-1}. \quad (46)$$

Как пример использования изложенного метода, рассмотрим определение частотной характеристики двигателя летательного аппарата "перемещение задающего органа регулятора тяги - давление в камере сгорания" -  $W_p$  по результатам испытаний двигателя, проведенных на стенде, магистрали которого отличаются по динамическим характеристикам от магистралей штатной системы топливоподдачи. При определении характеристики двигателя будем полагать, что известны входные импедансы магистралей штатной системы топливоподдачи и при испытаниях двигателя возможна вариация характеристик магистралей стенда. В процессе испытаний измеряются переменные составляющие давления в камере сгорания и на входах в насосы, а также переменные составляющие расхода на входах в насосы.

Граф, соответствующий испытанию двигателя на стенде, показан

на рис.3,а, где  $\delta P_k$  - переменная составляющая давления в камере сгорания;  $\delta P_r$  и  $\delta P_o$  - переменные составляющие давления горючего и окислителя на входах в насосы;  $\delta q_r$  и  $\delta q_o$  - переменные составляющие расхода горючего и окислителя на входах в насосы;  $Z_{rc}$ ,  $Z_{oc}$  - входные импедансы стендовых магистралей горючего и окислителя со стороны насосов;  $\delta f$  - внешнее возмущение.

Эквивалентный граф изображен на рис.3,б. В соответствии с ним имеем:

$$\delta P_k = W_{11} \delta f + \Pi_{11} \delta P_r + \Pi_{12} \delta P_o, \quad (47)$$

$$\delta q_r = S_{11} \delta f + \Phi_{11} \delta P_r + \Phi_{12} \delta P_o, \quad (48)$$

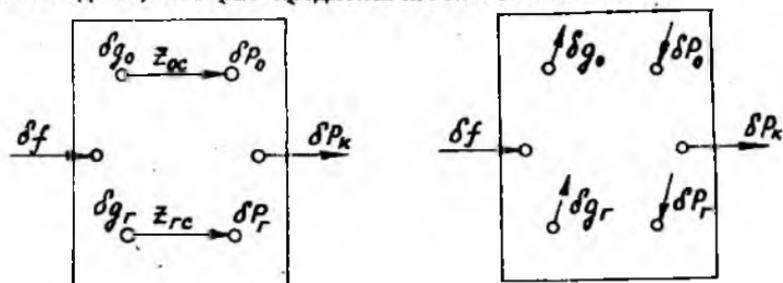
$$\delta q_o = S_{21} \delta f + \Phi_{21} \delta P_r + \Phi_{22} \delta P_o, \quad (49)$$

где  $W_{ij}$ ,  $\Pi_{ij}$ ,  $S_{ij}$ ,  $\Phi_{ij}$  - соответствующие амплитудно-фазовые характеристики.

Связь искомой характеристики  $W_f$  с входящей в уравнение (47) характеристикой  $W_{11}$ , согласно (2), (7), (8), имеет вид

$$W_f = W_{11} + \frac{S_{11} \Pi_{11} Z_r}{1 - \Phi_{11} Z_r} + \frac{S_{21} \Pi_{12} Z_o}{1 - \Phi_{22} Z_o}, \quad (50)$$

где  $Z_r$  и  $Z_o$  - входные импедансы магистралей штатной системы топливоподдачи, которые предполагаются известными.



а

б

Р и с. 3. Графы двигателя при испытаниях на стенде: при внешнем возмущении  $\delta f$  (а); замещенный (б)

Амплитудно-фазовые характеристики  $W_{11}$ ,  $\Pi_{ij}$ ,  $S_{ij}$ ,  $\Phi_{ij}$  определяются по результатам трех испытаний двигателя с вариацией характеристик стендовых магистралей горючего и окислителя. Расчетная система уравнений для определения  $W_{11}$ ,  $\Pi_{ij}$ ,  $S_{ij}$ ,  $\Phi_{ij}$  имеет вид:

$$\begin{cases} \delta p_K^I = W_{11} \delta f + \Pi_{11} \delta p_r^I + \Pi_{12} \delta p_0^I \\ \delta p_K^II = W_{11} \delta f + \Pi_{11} \delta p_r^{II} + \Pi_{12} \delta p_0^{II} \\ \delta p_K^{III} = W_{11} \delta f + \Pi_{11} \delta p_r^{III} + \Pi_{12} \delta p_0^{III} \end{cases} \quad (51)$$

$$\begin{cases} \delta g_r^I = S_{11} \delta f + \Phi_{11} \delta p_r^I + \Phi_{12} \delta p_0^I \\ \delta g_r^{II} = S_{11} \delta f + \Phi_{11} \delta p_r^{II} + \Phi_{12} \delta p_0^{II} \\ \delta g_r^{III} = S_{11} \delta f + \Phi_{11} \delta p_r^{III} + \Phi_{12} \delta p_0^{III} \end{cases} \quad (52)$$

$$\begin{cases} \delta g_0^I = S_{21} \delta f + \Phi_{21} \delta p_r^I + \Phi_{22} \delta p_0^I \\ \delta g_0^{II} = S_{21} \delta f + \Phi_{21} \delta p_r^{II} + \Phi_{22} \delta p_0^{II} \\ \delta g_0^{III} = S_{21} \delta f + \Phi_{21} \delta p_r^{III} + \Phi_{22} \delta p_0^{III} \end{cases} \quad (53)$$

Помимо определения характеристики  $W_f$ , полученная информация в виде функций  $\Pi_{ij}$ ,  $S_{ij}$ ,  $\Phi_{ij}$  достаточна для определения частотных характеристик двигательной установки "давление в баке горючего - давление в камере сгорания" и "давление в баке окислителя - давление в камере сгорания".

#### Л и т е р а т у р а

1. К о к о т о в и ч П.В., Р у т м а н Р.С. Чувствительность систем автоматического управления. - Автоматика и телемеханика, 1965, № 4, т.26.

2. Ш о р и н В.П. Метод экспериментального определения частотных характеристик многомерных линейных энергетических систем. - Известия АН СССР. Сер. Энергетика и транспорт, 1978, № 4.