

где  $\kappa = X_1 X_2$ ;  $m = X_1 / X_2$ .

В результате расчетов на этом этапе выявляется схема гасителя, удовлетворяющая требованиям (3) и обладающая минимальными (по сравнению с другими схемами) габаритами.

Установление оптимального соотношения между характеристиками гасителя. Соотношение характеристик схемы гасителя, выбранной на предыдущем этапе, не является безусловно оптимальным ввиду ступенчатости формирования банка данных. Установление оптимального соотношения  $K_c, Z_{c1}, Z_{c2}$  осуществляется следующим образом. Значения  $X_1$  и  $X_2$ , определяющие комплекс характеристик  $K_c, Z_{c1}, Z_{c2}$ , принимаются в качестве базовых. Затем, изменяя  $X_1$  и  $X_2$  в пределах интервала их шага, исследуются на максимум целевые функции  $K_B$  и  $K_{BH}$ . Поиск максимумов производится при помощи одного из методов многомерной оптимизации – метода покоординатного спуска. Полученное соотношение параметров  $X_1$  и  $X_2$  и соответствующее ему соотношение характеристик  $K_c, Z_{c1}, Z_{c2}$ , обеспечивающее максимум  $K_B$  или  $K_{BH}$ , будет оптимальным.

#### Библиографический список

1. Шорин В.П. Устранение колебаний в авиационных трубопроводах. – М.: Машиностроение, 1980. – 156 с.
2. Головин А.Н. Разработка гасителей колебаний жидкости для трубопроводных цепей двигателей и систем летательных аппаратов /Дис., канд. техн. наук. – Куйбышев, 1983. – 200 с.

УДК 629.7.036:621.454.001.1(075).8

Н.П.Шумский, В.И.Зазулов

#### ИНЖЕНЕРНЫЕ МЕТОДЫ СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНЫХ МНОГОМЕРНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ГТД

Современные системы регулирования ГТД летательных аппаратов представляют сложные динамические многомерные системы автоматического управления (МСАУ). Непрерывное повышение требований к летательному аппарату вызывает необходимость улучшения характеристик силовых установок, что неизбежно приводит к существенному усложне-

нию законов управления и методов их исследования и математического обеспечения.

Таким образом проблема инженерных методов исследования и расчета многомерных оптимальных систем управления ГТД и их автоматического проектирования актуальна и находится в стадии отработки практической направленности методики их анализа и расчета.

Математическая модель линейной многомерной системы управления ГТД, на базе которой проводится исследование конкретных систем, принята в виде

$$\left. \begin{aligned} \bar{Y}(\rho) &= H(\rho) \bar{U}(\rho) \\ \bar{U}(\rho) &= W_p(\rho) \bar{E}(\rho) \\ \bar{E}(\rho) &= \bar{Y}^o(\rho) - \bar{Y}(\rho) \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где  $\bar{U}(\rho)$ ,  $\bar{Y}(\rho)$  - изображения по Лапласу  $n$ -мерных векторов входного и выходного сигналов объекта;  $H(\rho)$ ,  $W_p(\rho)$  - передаточные матричные функции многомерного объекта и регулятора;  $\bar{Y}^o(\rho)$ ,  $\bar{E}(\rho)$  - заданные воздействие и ошибка управления.

В общем виде задача синтеза многомерных систем в линейной постановке формулируется так: по заданной передаточной функции объекта  $H(\rho)$  надо определить оптимальные регуляторы многомерной САУ ГТД. Такая постановка включает все методы синтеза линейных систем, в том числе и одномерных, и сводится к определению и исследованию передаточной функции замкнутой системы управления

$$W_3(\rho) = \frac{W_p(\rho) H(\rho)}{E + W_p(\rho) H(\rho)}. \quad (2)$$

Таким образом, если на основе какого-либо критерия оптимальности определена или задана структура и параметры желаемой передаточной функции  $W_3(\rho) = W^*(\rho)$  замкнутой системы (1), то тем самым из (2) определяется оптимальная передаточная функция регулятора

$$W_p(\rho) = H^{-1}(\rho) [E - W^*(\rho)]^{-1} W^*(\rho). \quad (3)$$

В зависимости от того, как решается задача выбора желаемой передаточной матричной функции (ПМФ)  $W^*(\rho)$  замкнутой системы, методы синтеза САУ делятся на два вида: классические и современные

(оптимальные) /1/. В первом случае задача выбора желаемой ПМФ  $W(p)$  либо не рассматривается, либо решение ее не строгое. В большинстве случаев при синтезе предполагается, что  $W^*(p)$  задана заранее, а главной задачей синтеза считается определение ПМФ регулятора  $W_p(p)$  по заданной ПМФ замкнутой МСАУ.

Недостатки классических методов синтеза, обусловленные отсутствием обоснованного выбора желаемой ПМФ замкнутой системы, практически устраняются при использовании оптимальных методов синтеза, основанных на минимизации функционала качества /1/

$$J = \int_0^{\infty} [S_p(\bar{E}(t)\bar{E}^T(t)\Gamma(p)) + CS_p(\Delta U(t)\Delta U^T(t))] dt, \quad (4)$$

где  $\bar{E}(t) = \bar{Y}^o(t) - \bar{Y}(t)$  - вектор ошибок управления;  $\Delta U(t) = U(\infty) - U(t)$  - вектор управляющих воздействий;  $\Gamma(p) = (\gamma_0 + \gamma_1 p + \dots + \gamma_n p^n)$  - диагональная матрица весовых коэффициентов, отражающая значимость ошибок и их производных по разным каналам;  $S_p[\dots]$  - след матрицы;  $(\dots)^T$  - операция транспонирования;  $C$  - коэффициент ограничения мощности исполнительного механизма.

Структура матрицы весовых коэффициентов  $\Gamma(p)$  определяется из условия физической реализуемости регулятора:

$$n[W_{ij}(p)] \geq m[W_{ij}(p)], \quad (5)$$

где  $m[\cdot]$ ,  $n[\cdot]$  - порядок числителя и знаменателя передаточной функции в квадратных скобках.

Выбор числовых коэффициентов матрицы  $\Gamma(p)$  производится на основе минимизации вторичного критерия качества

$$J_{st} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{t_{рег i} - t_{рег i}^*}{t_{рег i}^*} \right)^2 + G_i^2, \quad (6)$$

где  $t_{рег i}$ ,  $t_{рег i}^*$ ,  $G_i$  - действительное и получаемое время регулирования  $i$ -го канала управления и перерегулирование в  $i$ -ом канале.

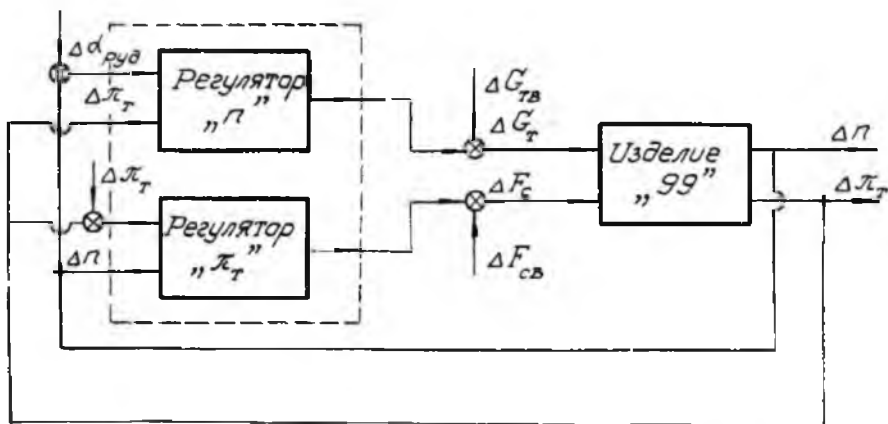
Вторичный критерий оптимальности учитывает основные классические требования, предъявляемые к отдельным каналам (подсистемам) управления ПРД по быстрдействию и перерегулированию, а в общем слу-

чае и помехозащищенности (величине дисперсии помехи на выходе из  $\zeta$ -го канала), которые в нашем конкретном случае не учитываются.

Первая часть функционала (4) представляет собой улучшенную интегральную оценку качества процесса управления, которая более полно отражает технические требования, предъявляемые к системам, чем частные показатели качества переходных процессов, являющиеся основой выбора желаемой ПФ в классических методах синтеза. Вторая часть функционала учитывает энергию управления. Таким образом, физический смысл синтеза оптимальных систем управления отражает минимизацию интеграла оценки качества процесса управления при ограничениях на характеристики исполнительного устройства регулятора. Такой метод синтеза в большей степени отвечает требованиям практики проектирования современных САР ГТД по сравнению с классическими методами /1/.

Достоинством этого метода является обеспечение нулевой статической ошибки регулируемых величин в режиме настройки. Однако в некоторых сложных системах он может повысить размерность системы и применим лишь для минимально-фазовых систем.

На базе этого метода проведены исследования, расчет и выбор структуры и параметров регулирующей аппаратуры конкретных изделий, в частности, системы автоматического регулирования изделия "99" (САР-99) (рис. 1). Дана сравнительная оценка инженерного метода построения оптимальных многомерных систем по упрощенной модели четвертого и пятого порядков.



Р и с. 1. Структурная схема САР изделия "99"

Исследование САР-99 проведено для фиксированного режима:  $n = n_{\max}$ ,  $H = 0$ ,  $M = 0$ .

Регулируемыми параметрами объекта являются: частота вращения ротора высокого давления  $\Delta n$  и степень расширения газа на турбине  $\Delta \pi_T$ ; регулирующие факторы - расход топлива  $\Delta G_T$  в основную камеру сгорания и площадь критического сечения  $F_c$  реактивного сопла.

Первым шагом синтеза САР-99 является выбор структуры и параметров регулирующей аппаратуры для указанного фиксированного режима.

Математическая модель многомерного объекта САР-99 в относительных координатах имеет следующий вид:

$$\Delta n = \frac{1}{\tau_{12} p^2 + \tau_{11} p + 1} [k_{11} (\tau'_{11} p + 1) \Delta G_T + \tau'_{12} p \Delta F_c];$$

$$\Delta \pi_T = \frac{1}{\tau_{12} p^2 + \tau_{11} p + 1} [k_{21} (\tau'_{22} p^2 + \tau'_{21} p + 1) + k_{22} (\tau''_{21} p + 1) \Delta F_c].$$

Соответствующая ПМФ изделия

$$H(p) = \frac{1}{0,121 p^2 + 0,733 p + 1} \begin{bmatrix} 0,232(0,27p+1) & 0,00469p \\ 0,722(0,133p^2+0,55p+1) & 0,574(0,053p+1) \end{bmatrix}$$

а структура ПМФ регуляторов, подлежащая определению, имеет вид

$$W_p(p) = \frac{1}{p} \begin{bmatrix} W_{11}(p) & W_{12}(p) \\ W_{21}(p) & W_{22}(p) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

На первом этапе синтеза из условия физической реализуемости регулятора (5) получена оптимальная структура матрицы весовых коэффициентов  $\Gamma(p) = (\gamma_1 p + \gamma_0) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  и минимизируемый функционал

$$J = \int_0^{\infty} [\gamma_0 (\varepsilon_1^2(t) + \varepsilon_2^2(t)) + \gamma_1 (\dot{\varepsilon}_1^2(t) + \dot{\varepsilon}_2^2(t)) + \Delta U_1^2(t) + \Delta U_2^2(t)] dt. \quad (8)$$

Это соотношение и определяет оптимальную ПМФ замкнутой САР, из которого следует, что наряду с ошибками управления и управляющими воздействиями, необходимо ограничивать также и первые производные ошибки управления.

Согласно проведенному методу на данном этапе синтеза необходимо учесть дополнительные требования к качеству переходных процессов. Исходя из технических требований к динамическим свойствам проектируемой системы, вторичный критерий качества (6), минимизацией которого определяются значения весовых коэффициентов, принимает следующий вид

$$J_{вТ} = \left( \frac{t_{p1} - 1,5}{1,5} \right)^2 + \left( \frac{t_{p2} - 1,5}{1,5} \right)^2 + (\Delta n - 0,3)^2 + (\Delta \pi_T - 0,3)^2 \quad (9)$$

Таким образом, синтез оптимальных систем управления ГТД приводится к минимизации функционала и вторичного критерия качества, т.е. определяется соотношениями (4) и (6).

Последний этап сводится к определению ПФ оптимального регулятора  $W_p(p)$  (3) с помощью обратных матричных преобразований так называемого метода обратных операторов [3].

После минимизации функционала (8) и вторичного критерия качества (9) с помощью симплекс-метода и математических операций с матрицами (обращения и факторизации) получена оптимальная передаточная функция регулятора (7), где

$$W_{11}(p) = \frac{6(0,32p+1)}{0,065p+1}; \quad W_{12}(p) = \frac{0,00015(0,002p+1)}{0,0035p+1};$$

$$W_{21}(p) = 0,001; \quad W_{22}(p) = \frac{5}{0,005p+1}.$$

В соответствии с ПФ регулятора оптимальная структура САР-99 может быть представлена схемой, приведенной на рис. 1, или следующей системой уравнений:

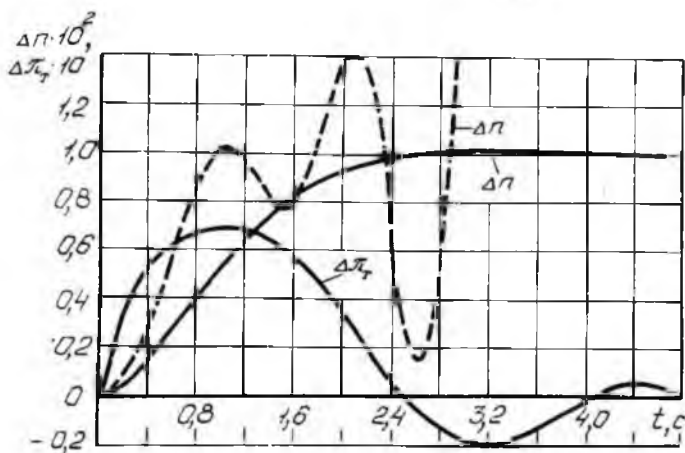
$$\Delta G_T = \frac{6(0,32p+1)}{p(0,065p+1)} \Delta n + \frac{0,00015(0,002p+1)}{p(0,0035p+1)} \Delta \pi_T;$$

$$\Delta F_c = \frac{0,001}{p} \Delta n + \frac{5}{p(0,005p+1)} \Delta \pi_T.$$

Эта система уравнений показывает, что влияние степени расширения газа в турбине и частоты вращения ротора двигателя на расход топлива в камере сгорания и критическое сечение реактивного сопла

мало. Поэтому влиянием  $\Delta \pi_{\tau}$  на  $\Delta G_{\tau}$  и  $\Delta \pi$  на  $\Delta F_{\tau}$  можно пренебречь.

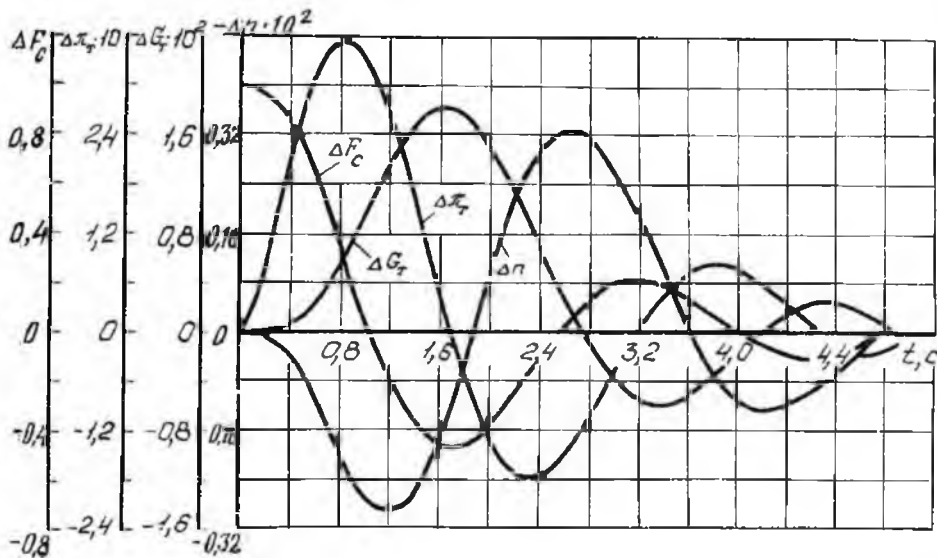
Анализ переходных процессов САР-99 при управляющем и возмущающем воздействиях (рис. 2, 3) при  $\pi = \pi_{max}$ ,  $H = 0$ ,  $M = 0$  показал, что система регулирования устойчива при коэффициентах  $K_{\pi} \leq 25$ ;  $K_{\pi\tau} \leq 13$ . Однако она теряет устойчивость при превышении указанных коэффициентов, например при  $K_{\pi} = 18$ ;  $K_{\pi\tau} = 50$  (см. рис. 2).



Р и с. 2. Переходные процессы в системе управления при воздействии  $\Delta \pi = 1$  и различных коэффициентах усиления основного контура  $K_{\pi}$  и регулятора  $\pi_{\tau}$ :  
 - - - -  $K_{\pi} = 18$ ,  $K_{\pi\tau} = 58$ ; —————  $K_{\pi} = 6$ ;  $K_{\pi\tau} = 5$

Д р у г и е м е т о д ы о п т и м и з а ц и и. Одной из основных задач проектирования автоматических систем является разработка методов синтеза систем управления ГТД, позволяющих выбрать схему взаимодействия, параметры и характеристики элементов таким образом, чтобы проектируемая система поддерживала приемлемый оптимальный режим и удовлетворяла всем техническим требованиям.

В большинстве случаев сложную динамическую многомерную систему высокой размерности более рационально аппроксимировать моделью 4-го или 5-го порядка /5/:



Р и с. 3. Переходные процессы в системе управления при возмущающем воздействии  $\Delta F_c = 1$  и коэффициентах  $K_n = 6$ ;  $K_{\kappa_T} = 5$

$$Y = \frac{1}{X} + X; X = \frac{\tau_1}{\tau_3} \sqrt{\frac{\tau_4}{\tau_0}}; Y = \frac{\tau_2}{\sqrt{\tau_0 \tau_4}} \quad \text{для САР 4-го порядка};$$

$$Y = \sqrt{\beta_0} \left[ \frac{1}{X} + \left(1 + \frac{1}{\beta_0}\right) X \right]; X = \sqrt{\frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_0 \tau_3} - 1}; Y = \sqrt{\frac{\tau_2 \tau_3}{\tau_0 \tau_5}}; \beta_0 = 1 + \frac{\tau_3 \tau_4}{\tau_2 \tau_5} \quad \text{для САР 5-го порядка},$$

где индекс  $\iota$  при постоянных  $\tau_\iota$  соответствует показателю степени оператора  $p$ .

Особенность параметров устойчивости  $X$ ,  $Y$  состоит в том, что в этих случаях система имеет три независимых параметра настройки:  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $\tau_3$ . Вариациями каждого из них можно изменять параметры устойчивости  $X$  или  $Y$  независимо друг от друга, что представляет большие возможности для конструктивных разработок и доводки САР. Таким образом, в настройку системы могут входить не только один дроссельный элемент исполнительного механизма, как это



делается на практике, а целый комплекс элементов или в более общем случае матрица обратной связи. Такая упрощенная модель дает возможность выявить основные физические особенности и настроечные элементы, определить оптимальные параметры, реализующие эффективность управления САУ ГТД ЛА, заложенные в его конструкции.

Более простым способом проектирования оптимальных САУ ГТД является метод, изложенный в /5/, согласно которому критериальные параметры  $X, Y, \beta_0$  определяются на основе функций Баттерворта:

$$X = \frac{\tau_1}{\tau_3} \sqrt{\frac{\tau_4}{\tau_0}} = 1; \quad Y = \frac{\tau_2}{\sqrt{\tau_0 \tau_4}} = 3,414 \quad \text{для САУ 4-го порядка};$$

$$X = \sqrt{\frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_0 \tau_3}} - 1 = 1,497; \quad Y = \sqrt{\frac{\tau_2 \tau_3}{\tau_0 \tau_5}} = 5,234;$$

$$\beta_0 + 1 = \frac{\tau_3 \tau_4}{\tau_2 \tau_5} = 3,235 \quad \text{для САУ 5-го порядка}.$$

Анализ полученной замкнутой оптимальной системы управления САУ-99 показал, что ее можно описать системой уравнений 5-го порядка с характеристическим полиномом

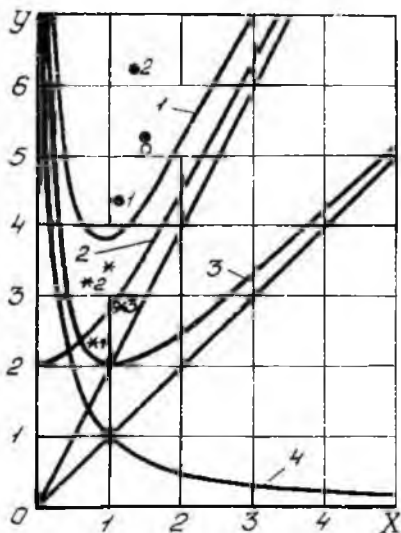
$$p^5 + 7,631p^4 + 25,308p^3 + 56,646p^2 + 77,828p + 54,704 = 0$$

$$(K_{\tau} = 6; \quad K_{\tau_2} = 5),$$

и сравнить затем метод оптимизации по квадратичному критерию качества с методом построения аналогичных систем с помощью полиномов Баттерворта. Для нашей конкретной системы получим:  $X = 1,47$ ;  $Y = 5,118$ ;  $\beta_0 = 2,34$ .

По приведенным зависимостям определены оптимальные режимы работы САУ изделия "99" (рис. 4). Как видно из рис. 4 при аппроксимации системы моделью пятого порядка оптимальные режимы, определенные по интегральным критериям качества и по указанным формулам, совпадают. Остальные режимы, хотя и не удовлетворяют условиям оптимальности, имеют достаточный запас устойчивости.

Таким образом, разработан инженерный метод синтеза оптимальных по интегральным критериям качества многомерных систем управления и метод проектирования оптимальных САУ на базе упрощенной модели с помощью функций Баттерворта и критериев устойчивости САУ 4-го и 5-го порядков.



Р и с. 4. Диаграмма устойчивости САУ изделия "99" при представлении: системой уравнений 5-го порядка

$$1 - y = \sqrt{\beta_0} \left[ \frac{1}{x} + (1 + \frac{1}{\beta_0}) x \right];$$

2 -  $y = Z \sqrt{1+x^2}$  - оптимальный режим по интегральным критериям качества /I/;

$K_{\Sigma} = 6, K_{\Sigma T} = 5$ ; - оптимальный режим по /5/;

$K_{\Sigma} = 6, K_{\Sigma T} = 5$ ; -

$K_{\Sigma} = 18, K_{\Sigma T} = 5$ ; -

$K_{\Sigma} = 18, K_{\Sigma T} = 3$ ; системой уравнений 4-го порядка:

3 -  $y = \frac{1}{x} + x$ ; \* - оптимальный режим; \*<sub>1</sub> -  $K_{\Sigma} = 18$ ;

$K_{\Sigma T} = 5$ ; \*<sub>2</sub> -  $K_{\Sigma} = 18$ ;  $K_{\Sigma T} = 3$ ;

\*<sub>3</sub> -  $K_{\Sigma} = 6$ ;  $K_{\Sigma T} = 5$ ; 4 -  $y = \frac{1}{x}$

На основе изложенного метода и разработанной методологии проектирования САУ созданы конкретные системы управления ГТД, обеспечивающие высокий тактико-технический уровень и эффективность систем управления современных ГТД.

#### Библиографический список

1. Основы проектирования газотурбинных двигателей /Под ред. акад. Б.Н.Петрова. - М.: Машиностроение, 1981. - С. 130-160.
2. Боднер В.А., Рязанов Ю.А., Шаймарданов Ф.А. Система автоматического управления двигателями летательных аппаратов. - М.: Машиностроение, 1973. - С. 38-56.
3. Янушевский Р.Г. Теория линейных оптимальных многосвязных систем управления. - М.: Наука, 1973. - С. 107-179.
4. Заде Л., Дезоер Ч. Теория линейных систем. - М.: Наука, 1970. - С. 473-482.
5. Шумский Н.П. Уравнения и диаграммы устойчивости автоматических систем 4-го и 5-го порядков//Динамические процессы в силовых

УДК 621.532.1-503.4

А.В.Окорочков, В.Я.Свербялов

### ПРИМЕНЕНИЕ ОТВЕТВЛЕННОГО РЕЗОНАТОРА ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ГАЗОВЫХ РЕДУКТОРОВ

Исследование устойчивости фрагмента пневмоцепи, содержащего газовый редуктор, показывает /1/, что для обеспечения требуемой надежности существуют два основных пути: увеличение демпфирования механического звена редуктора и увеличение проводимости отводящей магистрали. Поскольку с введением демпфера усложняется конструкция редуктора и ухудшается точность регулирования, во многих случаях целесообразен второй подход.

Однако величина проводимости отводящего участка трубопроводной цепи, требуемая для устойчивости слабо демпфированного редуктора, значительно превышает необходимую для обеспечения заданной пропускной способности, и ее реализация связана с увеличением габаритов отводящего участка: увеличением диаметра трубопровода, установкой емкостей и т.д.

Минимальное увеличение габаритов системы достигается при использовании специальных корректирующих устройств резонансного типа /2/, позволяющих увеличивать входную проводимость лишь в узком частотном диапазоне.

В статье изложена методика расчета резонатора, показана эффективность его применения для устранения автоколебаний газового редуктора.

Линейная расчетная модель редуктора (рис. 1), полученная в работе /1/, имеет вид

$$\tau_v s \bar{p}_3 = \bar{G}_2 - \bar{G}_3 + \tau_{0v} s \bar{x};$$

$$(s^2 + \tau_{\varphi} s + 1) \bar{x} = -H_F \bar{p}_3;$$