

- [8] Yu. Prokhorov, C. Shramov. Jordan property for Cremona groups. Amer. J. Math. **138** (2016), no. 2, 403–418.
- [9] Yu. Prokhorov, C. Shramov. p -Subgroups in the space Cremona group. Mathematische Nachrichten **291** (2017), no. 8–9, 1374–1389.
- [10] J.-P. Serre. A Minkowski-style bound for the orders of the finite subgroups of the Cremona group of rank 2 over an arbitrary field. Moscow Math. J. **9** (2009), no. 1, 193–208.
- [11] J. Xu. A remark on the rank of finite p -groups of birational automorphisms. Comptes Rendus Mathématique **358** (2020), no. 7, 827–829.

**Зоноиды и зонотопы, связанные с неприводимыми
представлениями компактных простых групп Ли**

М.В. Мещеряков

**Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва,
Саранск, Россия**

mesh@math.mrsu.ru

В работе Э.Б. Винберга [1] доказано, что все конечномерные нормы в простых компактных алгебрах Ли \mathfrak{G} инвариантны относительно присоединенного представления получаются как продолжения норм на подалгебрах Картана инвариантных относительно действия группы Вейля W . В силу известной теоремы выпуклости Б. Костанта проекции орбит λ присоединенного представления компактных групп Ли на подалгебры Картана суть выпуклые оболочки орбит $W\lambda$ группы Вейля. Целью нашего сообщения является рассмотрение классификации зонотопов среди многогранников $P(\lambda)$ вида $\text{conv } W\lambda$ и выделение в классе орбитопов $\text{conv } \lambda$ выпуклых тел, называемых зоноидами (см. [2]). Эти выпуклые тела характеризуются тем, что их опорные функции являются преобразованиями Фурье положительных борелевских мер.

Теорема 1. *Многогранник $P(\lambda) = \text{conv } W\lambda$ является зонотопом тогда и только тогда, когда числовые метки λ на диаграммах Дынкина алгебры Ли \mathfrak{G} ранга > 1 имеют следующий вид:*

для A_n $\lambda = \gamma(\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n)$, где $\gamma > 0$;

для B_n $\lambda = \gamma(\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_{n-1}) + \alpha\omega_n$, где γ и α — неотрицательные вещественные числа, причём или $\gamma > 0$, или $\alpha > 0$;

для C_n $\lambda = \gamma(\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_{n-1}) + \alpha\omega_n$, где γ и α — неотрицательные числа, причём или $\gamma > 0$, или $\alpha > 0$;

для D_n $\lambda = \gamma(\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_{n-2}) + \alpha\omega_{n-1} + \kappa\omega_n$, где γ , α и κ — неотрицательные числа, причём или $\gamma > 0$, или $\alpha > 0$, или $\kappa > 0$;

для E_6 $\lambda = \gamma(\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_6)$, где $\gamma > 0$;

для E_7 $\lambda = \gamma(\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_7)$, где $\gamma > 0$;

для E_8 $\lambda = \gamma(\omega_1 + \omega_3 + \dots + \omega_8) + \alpha\omega_2$, где γ и α — неотрицательные числа, причём или $\gamma > 0$, или $\alpha > 0$;

для F_4 $\lambda = \gamma\omega_1 + \alpha(\omega_2 + \omega_3 + \omega_4)$, где γ и α — неотрицательные числа, причём или $\gamma > 0$, или $\alpha > 0$;

для G_2 $\lambda = \gamma\omega_1 + \alpha\omega_2$, где $\gamma > 0$ и $\alpha > 0$ одновременно.

Теорема 2. Присоединенные орбиты $\text{con} O_\lambda$ не являются зоноидами, кроме, возможно, случаев выбора λ , указанных в теореме 1.

В случае алгебр Ли ранга 1 присоединенные орбиты суть зоноиды, поскольку они являются евклидовыми шарами.

Гипотеза. Единичные шары инвариантных норм, которые определяются орбитами в простых компактных алгебрах Ли ранга больше, чем 1, не являются зоноидами.

Другими словами свойство условной положительной определённости опорных функций выпуклых оболочек орбит групп Вейля, характеризующих зоноиды, не сохраняются при продолжении соответствующих норм с подалгебры Картана до инвариантных норм на всей компактной простой алгебре Ли.

Список литературы

[1] Э.Б. Винберг. Инвариантные нормы в компактных простых алгебрах Ли. Функциональный анализ и его приложения. **2** (1968), no. 2, 89–90.

[2] Т. Боннезен, В. Фенхель. Теория выпуклых тел. — М.: Фазис, 2002.

Матрицы Картана и системы нелинейных уравнений в частных производных

Д.В. Миллиончиков

Математический институт им. В.А. Стеклова РАН,

Москва, Россия

mitia_m@hotmail.com

В работе Шабата и Ямилова [1] были рассмотрены так называемые системы экспоненциального типа, то есть системы гиперболических уравнений в частных производных вида

$$u_{xy}(j) = \exp\left(\sum_{k=1}^r a_{jk} u^k\right), \quad j = 1, 2, \dots, r, \quad (1)$$