Также будет рассказано о связи подобных теорем с доказательством свойства (T) Каждана для расщепимых групп над конечно порожденными кольцами.

Список литературы

[1] P. Gvozdevsky. Bounded reduction of orthogonal matrices over polynomial rings, arXiv: `math.GR/2106.12697v1` (2021).

[2] L.N. Vaserstein. Bounded reduction of invertible matrices over polynomial rings by addition operations. Preprint, `www.personal.psu.edu/lxv1/pm2.pdf` (2006).

[3] A.A. Suslin, V.I. Kopeiko. Quadratic Modules and Orthogonal Group over Polynomial Rings. J. Soviet Math. **20** (1982), no. 6, 2665–2691.

Структуры коммутативных алгебраических моноидов на нормальных аффинных поверхностях

Ю.И. Зайцева
НИУ ВШЭ, Москва, Россия
yuliazaitseva@gmail.com

Доклад основан на совместной работе автора с Сергеем Джунусовым [3].

(Аффинным) алгебраическим моноидом называется неприводимое (аффинное) алгебраическое многообразие X с ассоциативным умножением $\mu\colon X \times X \to X$, которое является морфизмом алгебраических многообразий и обладает нейтральным элементом. Группа обратимых элементов $G(X)$ алгебраического моноида X является алгебраической группой, открытой в X. Согласно [4], каждый алгебраический моноид X, чья группа обратимых элементов $G(X)$ является аффинной алгебраической группой, является аффинным моноидом.

Пусть основное поле $\mathbb{K}$ алгебраически замкнуто и характеристики нуль. В коммутативном случае группа $G(X)$ распадается в прямое произведение $\mathbb{G}_m^r \times \mathbb{G}_a^s$, где через $\mathbb{G}_m = (\mathbb{K}^\times, \times)$ и $\mathbb{G}_a = (\mathbb{K}, +)$ обозначены соответственно мультипликативная и аддитивная группы основного поля $\mathbb{K}$. Число r мы называем рангом коммутативного моноида X.

В работе [1] были изучены структуры коммутативных моноидов на аффинных пространствах $\mathbb{A}^n$, в частности, дана классификация таких структур в произвольной размерности n для рангов 0, $n-1$ и n и получена полная классификация коммутативных моноидов на $\mathbb{A}^n$ в размерности не выше 3. В работе с Сергеем Джунусовым некоторые из этих результатов обобщены на произвольные нормальные аффинные многообразия. Оказывается, что каждое аффинное алгебраическое многообразие, допускающее структуру моноида ранга 0, $n-1$ или n, является торическим, и структуры ранга $n-1$ описываются корнями Демазюра многообразия X. В частности, получена полная классификация структур коммутативных моноидов на нормальных аффинных поверхностях. Отмечу, что в недавнем препринте [2] получена классификация структур некоммутативных моноидов на нормальных аффинных поверхностях.

Я расскажу про полученные в [3] классификации, описывающие структуры коммутативных моноидов на нормальных аффинных поверхностях на двух языках. Если задавать умножение $\mu\colon X \times X \to X$ с помощью коумножения $\mu^*\colon \mathbb{K}[X] \to \mathbb{K}[X] \otimes \mathbb{K}[X]$, то кроме естественного сложения на аффинных пространствах и коумножения $\mu^*\colon \chi^u \mapsto \chi^u \otimes \chi^u$, происходящего из торической структуры, имеется серия коумножений

$$\mu^*\colon \chi^u \mapsto \chi^u \otimes \chi^u (1 \otimes \chi^e + \chi^e \otimes 1)^{\langle p,u\rangle},$$

где через e обозначен один из корней Демазюра, соответствующих примитивному вектору p на луче конуса торического многообразия. Кроме того, структуру моноида на X можно задать с помощью структуры моноида на тотальном координатном пространстве $\bar{X}$ с помощью конструкции Кокса.

Список литературы

[1] I. Arzhantsev, S. Bragin, Yu. Zaitseva. Commutative algebraic monoid structures on affine spaces. Commun. in Cont. Math. **22** (2020), no. 8, 1950064: 1–23.

[2] B. Bilich. Classification of noncommutative monoid structures on normal affine surfaces, arXiv: `math.AG/2106.04884` (2021)

[3] S. Dzhunusov, Yu. Zaitseva. Commutative algebraic monoid structures on affine surfaces. Forum Math. **33** (2021), no. 1, 177–191.

[4] A. Rittatore. Algebraic monoids with affine unit group are affine. Transform. Groups **12** (2007), no. 3, 601–605.

Автоморфизмы инд-многообразий обобщённых флагов

М.В. Игнатьев[1]

Самарский университет, Самара, Россия

`mihail.ignatev@gmail.com`

Пусть V — счётномерное векторное пространство над полем комплексных чисел. *Обобщённым флагом* называется цепь вложенных подпространств $\mathcal{F}$

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 20–01–00091а.