Отметим, что случай, когда X' является торическим многообразием, был изучен в работе [2].

Список литературы

[1] D. Akhiezer. Lie Group Actions in Complex Analysis. Aspects of Mathematics **27**. Springer, Vieweg + Teubner Verlag, 1995.
[2] S. Feklistov, A. Shchuplev. The Hartogs extension phenomenon in toric varieties. J. Geom. Anal. (2021), `https://doi.org/10.1007/s12220-021-00710-4`.
[3] Fr. Hartogs. Einige Folgerungen aus der Cauchyschen Integralformel bei Funktionen mehrerer Veränderlichen. Münch. Ber. **36** (1906), 223–242.
[4] J.-P. Serre. Quelques problemes globaux relatifs aux varietes de Stein. Coll. Plus. Var., Bruxelles, 1953, 57–68.

Разрешимые нелиевы суперәалгебры Лейбница, у которых нильрадикал есть супералгебра Ли максимального нильиндекса

А.Х. Худойбердиев, Х.А. Муратова
Институт математики им. В.И. Романовского при АН РУз, Ташкент, Узбекистан
khabror@mail.ru, xalkulova@gmail.com

Изучение разных обобщений алгебр Ли является важной задачей, и такие объекты на протяжение многих лет активно исследуется со стороны многих алгебраистов. Супералгебры Ли и алгебры Лейбница являются обобщениями алгебр Ли. Супералгебры Ли возникли из свойств суперсимметрии в математической физике, и они зарекомендовали себя как универсальный объект в современной алгебре. Алгебры Лейбница были введены как алгебры, у которых всякий оператор правого умножения является дифференцированием. Раз супералгебры Лейбница обобщают не только алгебры Лейбница, но и супералгебры Ли, то, естественно, их изучение должно проходить в некоторой степени параллельно исследованиям данных многообразий.

Основные понятия и систематическое изложение основ супералгебр Ли даны в монографии В.Г. Каца [4]. Простые, полупростые суперлагебры Ли изучены в работах В.Г. Каца, Ф.А. Березина, В.С. Ретаха, а разрешимые супералгебры Ли, у которых нильрадикалом является алгебра Гейзенберга, рассматривались в работе [5]. Для изучения нильпотентных супералгебр устанавливаются некоторые условия, такие, как индекс нильпотентности, характеристическая последовательность и т.д. Например, в работе [2] были классифицированы нильпотентные супералгебры Ли с максимальным индексом нильпотентности $n+m$, где n, m — размерности чётной и нечётной частей супералгебры соответственно.

Понятие супералгебры Лейбница впервые было введено в работе С. Альбеверио, Ш.А. Аюпова и Б.А. Омирова [1] в 2005 году, и в этой работе доказано, что $(n+m)$-мерная супералгебра Лейбница имеет максимальный индекс нильпотентности $n+m+1$. Далее, нильпотентные супералгебры Лейбница с нильиндексом $(n+m)$ получены в серии работ Б.А. Омирова, А.Х. Худойбердиева и других.

В данной работе классифицируются нелиевы разрешимые супералгебры Лейбница, у которых нильрадикалом является $(m+2)$-мерная супералгебра Ли с нильиндексом $m+2$, то есть с максимальным нильиндексом.

Определение 1. $\mathbb{Z}_2$-градуированная алгебра $G = G_0 \oplus G_1$ называется супералгеброй Ли, если она снабжена произведением $[-,-]$, которое удовлетворяет следующим условиям:
1. $[x, y] = -(-1)^{\alpha\beta}[y, x]$, для любых $x \in G_\alpha$, $y \in G_\beta$;
2. $(-1)^{\alpha\gamma}[x, [y, z]] + (-1)^{\beta\alpha}[y, [z, x]] + (-1)^{\gamma\beta}[z, [x, y]] = 0$ для любых $x \in G_\alpha$, $y \in G_\beta, z \in G_\gamma$ (супертождество Якоби).

Определение 2. $\mathbb{Z}_2$-градуированная алгебра $L = L_0 \oplus L_1$ называется супералгеброй Лейбница, если она снабжена произведением $[-,-]$, которое удовлетворяет следующему условию:

$$\big[x, [y, z]\big] = \big[[x, y], z\big] - (-1)^{\alpha\beta}\big[[x, z], y\big]$$

для всех $x \in L$, $y \in L_\alpha$, $z \in L_\beta$ (супертождество Лейбница).

В следующей теореме приведена классификация нильпотентной супералгебры Ли максимального нильиндекса.

Теорема 1 [2]. Пусть G — супералгебра Ли нильиндекса $n+m$. Тогда $n=2$, m нечётное и существует базис $\{e_1, e_2, y_1, y_2, \ldots, y_m\}$ супералгебры G такой, что умножения в этом базисе имеют следующий вид:

$$N_{2,m}\colon [y_i, e_1] = y_{i+1},\ 1 \leqslant i \leqslant m-1,\ [y_{m+1-i}, y_i] = (-1)^{i+1}e_2,\ 1 \leqslant i \leqslant \frac{m+1}{2}.$$

Надо отметить, что разрешимые супералгебры Ли с нильрадикалом $N_{2,m}$ были классифицированы в работах [3] и [4] разными методами. Мы приведем классификацию разрешимых нелиевых супералгебр Лейбница, у которых нильрадикалом является супералгебра Ли максимального нильиндекса $N_{2,m}$.

Лемма 1. Пусть $L = L_0 \oplus L_1$ — разрешимая суперaлгебра Лейбница, у которой нильрадикал изоморфен $N_{2,m}$ и L_0 – алгебра Ли. Тогда L является супералгеброй Ли.

Из Леммы 1 следует, что нелиева супералгебра Лейбница с нильрадикалом $N_{2,m}$ имеет нелиевую чётную часть, то есть L_0 — нелиева алгебра Лейбница.

Теорема 2. Пусть L — нелиева разрешимая супералгебра Лейбница такая, что $L^2 \cong N_{2,m}$. Тогда $\dim(L) = m+3$ и L изоморфна следующей супералгебре:

$$M\colon \begin{cases} [e_1, x] = -[x, e_1] = e_1, & \\ [x, x] = e_2, & \\ [y_i, e_1] = y_{i+1}, & 1 \leqslant i \leqslant m-1, \\ [y_{m+1-i}, y_i] = (-1)^{i+1} e_2, & 1 \leqslant i \leqslant \dfrac{m+1}{2}, \\ [y_i, x] = -[x, y_i] = (i - \dfrac{m+1}{2}) y_i, & 1 \leqslant i \leqslant m. \end{cases}$$

Список литературы

[1] S. Albeverio, Sh.A. Ayupov, B.A. Omirov. On nilpotent and simple Leibniz algebras. Comm. in Algebra **33** (2005), no. 1, 159–172.

[2] J.R. Gómez, Yu. Khakimdjanov, R.M. Navarro. Some problems concerning to nilpotent Lie superalgebras. J. Geom. and Phys. **51** (2004), no. 4, 473–486.

[3] A.Kh. Khudoyberdiyev, M. Ladra, Kh.A. Muratova. Solvable Leibniz superalgebras whose nilradical is a Lie superalgebra of maximal nilindex. Bulletin of NUUz: Math. and Nat. Sci. **2** (2019), no. 1(1), 52–68.

[4] V.G. Kac. Lie superalgebras. Advances in Math. **26** (1977), no. 1, 8–96.

[5] L.M. Camacho, J.M. Fernandez-Barroso, R.M. Navarro. Solvable Lie and Leibniz superalgebras with a given nilradical. Forum Math. **32** (2020), no. 5, 1271–1288.

[6] M.C. Rodriguez-Vallarte, G. Salgado, O.A. Sánchez-Valenzuela. On indecomposable solvable Lie superalgebras having a Heisenberg nilradical. J. Algebra and its Appl. **15** (2016), no. 10, 1650190.