и базис пространства W состоит из функций $g_1(z)h(z),\ \ldots,\ g_s(z)h(z)$, где

$$h(z) = \begin{cases} E_4^{\frac{k-l-2}{4}}(z), & k \equiv l+2\ (mod\ 4), \\ \\ E_4^{\frac{k-l-8}{4}}(z)\cdot E_6(z), & k \equiv l\ (mod\ 4). \end{cases}$$

Аналогичная теорема доказана для нечётного веса.

Список литературы

[1] D. Dummit, H. Kisilevsky, J. McKay. Multiplicative products of $\eta-$functions. Contemp. Math. **45** (1985), 89–98.

[2] K. Ono. The web of modularity: arithmetic of the coefficients of modular forms and q-series. CBMS Reg. Conf. Ser. Math. **102**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2004.

[3] Г.В. Воскресенская. Точное рассечение в пространствах параболических форм с характерами. Мат. заметки **103** (2018), no. 6, 818–830.

[4] Г.В. Воскресенская. Функции Маккея в пространствах высших уровней. Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия **24** (2018), no. 4, 13–18.

О полных системах функций в биинволюции на алгебрах Ли

А.А. Гаража

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Московский центр фундаментальной и прикладной математики, Москва, Россия

garazha.alex.andr@gmail.com

Доклад частично основан на работе [2].

На всякой редуктивной комплексной алгебре Ли $\mathfrak{g}$ определена каноническая пуассонова структура $\{\varphi,\psi\}(x) = (x, [d_x\varphi, d_x\psi])$, где φ и ψ — гладкие функции на $\mathfrak{g}$, а $d_x\varphi$ и $d_x\psi$ рассматриваются как элементы алгебры $\mathfrak{g}$, отождествлённой с $\mathfrak{g}^*$ при помощи инвариантного скалярного умножения. Кроме того, для каждого $a \in \mathfrak{g}$ определена пуассонова структура «с замороженным аргументом»: $\{\varphi,\psi\}_a(x) = (a, [d_x\varphi, d_x\psi])$.

В [1] описан подход, позволяющий работать с пуассоновыми структурами на языке линейной алгебры. Скобки Пуассона $\{\ ,\ \}_a$ и $\{\ ,\ \}$ рассматриваются как кососимметрические билинейные формы f_a и f_x над полем $\mathbb{K} = \mathbb{C}(\mathfrak{g})$ на пространстве $\mathfrak{g}\otimes\mathbb{K}$ рациональных векторных полей на $\mathfrak{g}$, где элемент a фиксирован, а x — общий элемент. А именно, если φ и ψ являются многочленами, то $d\varphi$ и $d\psi$ можно рассматривать как элементы пространства $\mathfrak{g} \otimes \mathbb{K}$, и тогда $\{\varphi, \psi\}(x) = f_x(d\varphi, d\psi)$ и $\{\varphi, \psi\}_a(x) = f_a(d\varphi, d\psi)$.

Описанный подход можно использовать для решения одной из важных задач гамильтоновой механики — поиска полных семейств функций в биинволюции, то есть максимальных наборов функций, коммутирующих относительно обеих скобок Пуассона. Многочлены $\varphi_1, \ldots, \varphi_s$ задают полное семейство функций в биинволюции относительно $\{\ ,\ \}_a$ и $\{\ ,\ \}$ тогда и только тогда, когда их дифференциалы $d\varphi_1, \ldots, d\varphi_s$ составляют базис билагранжева подпространства (то есть максимального подпространства, изотропного относительно обеих билинейных форм).

Таким образом, чтобы получить полное семейство функций в биинволюции, достаточно найти базис билагранжева подпространства и «проинтегрировать по x». В случае регулярного элемента $a \in \mathfrak{g}$ мы придём к методу сдвига аргумента Мищенко–Фоменко [3]. Вопрос о построении полной систем функций в биинволюции в случае сингулярного элемента $a \in \mathfrak{g}$ остаётся открытым.

В докладе для алгебр Ли $\mathfrak{sl}_n$ и $\mathfrak{sp}_{2n}$ будут построены полные системы функций в биинволюции для произвольного элемента a. Для алгебр Ли $\mathfrak{so}_{2n+1}$ будут представлены частичные результаты — в случае полупростого элемента a будет построена полная система функций в биинволюции, а для некоторых «хороших» нильпотентных элементов a будет построена часть полной системы функций в биинволюции.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №20–01–00515) и Минобрнауки РФ в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению №075–15–2019–1621.

Список литературы

[1] A.V. Bolsinov, P. Zhang. Jordan-Kronecker invariants of finite-dimensional Lie algebras. Transformation Groups **21** (2016), 51–86.
[2] А.А. Гаража. О каноническом базисе пары согласованных скобок Пуассона на алгебре матриц. Матем. сб. **211** (2020), no. 6, 95–106.
[3] А.С. Мищенко, А.Т. Фоменко. Уравнения Эйлера на конечномерных группах Ли. Изв. АН СССР. Сер. матем. **42** (1978), no. 2, 396–415.